

# **Stabilität von diskret gestützten, axialbelasteten, dünnwandigen Kreiszyinderschalen aus Stahl**

Von der Fakultät Architektur, Bauingenieurwesen und Stadtplanung der Brandenburgischen  
Technischen Universität Cottbus zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Steffen Komann  
aus Räckelwitz (bei Kamenz) in Sachsen

Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. habil. Hartmut Pasternak
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. habil. Werner Schneider
Gutachter:	Dr.-Ing. habil. Eugeniusz Hotala

Tag der Disputation: 08. Juli 2005

## Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Entwicklung eines Bemessungsmodells, um die Tragfähigkeit von lokal gestützten, axialbelasteten, kreiszylindrischen, dünnwandigen Stahlsilos mit Lasteinleitungssteifen über den Auflagerpunkten zuverlässig ermitteln zu können.

Zum Lagern von unterschiedlichen flüssigen und festen Stoffen kommen Silobauwerke zum Einsatz. Auf Grund der günstigen Lastabtragung durch die Membrantragwirkung werden diese Konstruktionen häufig aus dünnwandigen Blechen mit kreiszylindrischen Querschnitt hergestellt. In der Praxis muss für den Entleerungsvorgang der Raum unter dem Silo oft zugänglich sein, weshalb die Schale auf Stützen gelagert wird. Im Lasteinleitungsbereich kommt es somit zu Spannungskonzentrationen, die das Stabilitätsverhalten der dünnwandigen Schale maßgeblich negativ beeinflussen. In den derzeit gültigen Normen (z. B. DIN 18800, Teil 4) gibt es keine Aussagen über die Bemessung von diskret gelagerten Siloschalen.

Nach der Aufbereitung des aktuellen Wissens- und Forschungsstandes auf dem Gebiet des Schalenstabilität für lokal gestützte dünnwandige Stahlschalen, werden die Versuchsserien an den Modellschalen ausführlich beschrieben. Besonderer Wert wird auf die Bestimmung der anfänglichen Imperfektionen der Versuchskörper gelegt, da die Tragfähigkeit axialbelasteter Kreiszylinderschalen sehr stark vom Vorverformungsgrad der Schale abhängt. Die erhaltenen experimentellen Traglasten bilden die Grundlage für die Entwicklung eines numerischen Berechnungsmodells an dem Untersuchungen im erweiterten geometrischen Parameterbereich durchgeführt werden. Die ermittelten Versagenswiderstände bilden die Basis für das entwickelte ingenieurmäßige Bemessungsmodell.

Nach dem aufgestellten Bemessungsmodell werden Aussagen zur Mindeststeifenstärke der Lasteinleitungssteifen getroffen, um eine Destabilisierung der Längssteifen auszuschließen. Unter Voraussetzung dieser Mindeststeifigkeit kann die Tragfähigkeit der Zylinderschale in Abhängigkeit der Querschnittsschlankheit  $r/t$ , der Längssteifenhöhe und der Auflagerbreite bestimmt werden.

# Abstract

This thesis deals with the development of a model used to analyze the load-bearing capacity of locally supported, axially loaded, cylindrical thin-walled steel silos that have longitudinal stiffeners above the supports.

Silo structures are used to store different materials. Such structures are often made of thin-walled steel sheets with a cylindrical cross-section, because the shell carries off the load via membrane forces. In practice, it is necessary to keep the space below the silo clear to allow its emptying. In this case there are concentrations of stresses in the area where the loads are applied which negatively influence the stability behaviour of the shell. In the currently applied standards, there is no information about how to analyze locally supported shells.

Having presented the available knowledge about the shell stability of locally supported silos, the test series carried out with the model shells are described. One focus was on the measurement of the imperfections in the shells, since the buckling load-bearing capacity of cylindrical, axially loaded shells strongly depends on these imperfections. The test results form the basis for the development of a numerical calculation model. By means of this model, studies in the extended parameter field are made. The results from these numerical calculations were used to develop this analyzing model.

According to this model, the thickness of the longitudinal stiffeners is ascertained in order to prevent stability losses of the stiffeners themselves. Under this condition, the load-bearing capacity of the cylindrical shell which depends on the cross-sectional slenderness  $r/t$ , the height of the stiffeners and the width of the supports can be determined.





# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl für Stahl- und Holzbau der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Hartmut Pasternak, Lehrstuhlinhaber und Erstgutachter der vorliegenden Arbeit, danke ich sehr herzlich für die fachliche Betreuung und die Förderung der Arbeit und die vertrauensvolle Zusammenarbeit.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Werner Schneider von der Universität Leipzig gilt mein herzlicher Dank für die bereitwillige Übernahme des ersten Korreferats und die geführten fachlichen Diskussionen.

Herrn Dr.-Ing. habil. Eugeniusz Hotala von der Technischen Universität Wroclaw danke ich recht herzlich für die Übernahme des zweiten Korreferats und seine mit der Begutachtung der Arbeit verbundenen Bemühungen.

Bei Herrn Prof. Dr. sc. techn. Klaus Hänel bedanke ich mich für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses und die aktive Begleitung des Promotionsverfahrens.

Ich möchte es an dieser Stelle nicht versäumen den Mitarbeitern der Forschungs- und Materialprüfanstalt der BTU Cottbus für ihr großes Engagement bei der Durchführung der sehr zeitintensiven Versuchsreihen zu danken.

Meiner Frau Nicola und meinen Töchtern Lea-Marie und Clara-Fine gebührt ein besonders großer Dank, da sie mir zu jeder Zeit den „Rücken freigehalten“ haben, um mir die Erstellung der Arbeit zu ermöglichen.

Bei meinen Eltern bedanke ich mich ganz herzlich für die Ermöglichung und die Förderung meines beruflichen Werdeganges.

Cottbus, im August 2005

Steffen Komann

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>I</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>VII</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>XXI</b>
<b>Bezeichnungen</b>	<b>XXIII</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Allgemeines	1
1.2 Problemstellung	3
1.3 Ziel und Inhalt der Arbeit	5
<b>2 Stabilität von Schalen</b>	<b>7</b>
2.1 Zur Definition von Schalen	7
2.2 Stand der Forschung	8
2.2.1 Gleichmäßig axialbelastete Kreiszylinderschale	8
2.2.2 Diskret gelagerte, axialbelastete Kreiszylinderschale	13
2.3 Nachweiskonzepte ausgewählter Regelwerke für axialbelastete Kreiszylinderschalen	20
2.3.1 DIN 18800, Teil 4	20
2.3.2 EN 1993-1-6	22
2.3.2.1 Grenzzustand 1 – Plastisches Versagen oder Zugbruch	22
2.3.2.2 Grenzzustand 2 – Zyklisches Plastizieren	23
2.3.2.3 Grenzzustand 3 – Beulen	24
2.3.2.4 Grenzzustand 4 – Ermüdung	25
2.3.2.5 Alternative Nachweismethoden der EN 1993-1-6	25
2.3.2.5.1 Spannungsbasierter Tragsicherheitsnachweis	25
2.3.2.5.2 Direkter Tragsicherheitsnachweis	26
2.3.2.5.3 Numerisch gestützter Tragsicherheitsnachweis	26

2.3.3	Numerisch gestützte Beulsicherheitsnachweise	26
2.3.3.1	E DAST-Ri 017	26
2.3.3.2	EN 1993-1-6	27
2.3.3.2.1	Globale MNA und LBA Berechnung	27
2.3.3.2.2	Globale GMNIA Berechnung	28
2.3.4	Beulrelevante, geometrische Toleranzen in den Regelwerken	32
2.3.4.1	Allgemeines	32
2.3.4.2	DIN 18800, Teil 4	33
2.3.4.2.1	Unrundheit	33
2.3.4.2.2	Exzentrizität	33
2.3.4.2.3	Vorbeulen	33
2.3.4.3	EN 1993-1-6	34
2.3.4.3.1	Unrundheit	34
2.3.4.3.2	Exzentrizität	34
2.3.4.3.3	Vorbeulen	35
<b>3</b>	<b>Experimentelle Untersuchungen</b>	<b>37</b>
3.1	Allgemeines	37
3.2	Versuchsprogramm	38
3.2.1	Versuchsserie 1	40
3.2.1.1	Modellschalen	40
3.2.1.2	Herstellung der Modellschalen	42
3.2.1.3	Messung der geometrischen Imperfektionen	43
3.2.1.4	Werkstoff	46
3.2.1.5	Versuchsaufbau	47
3.2.1.6	Versuchsdurchführung	50
3.2.1.7	Versuchsbeobachtungen	51
3.2.1.8	Versuchsergebnisse	64
3.2.1.9	Diskussion der Versuchsergebnisse	68

3.2.2	Versuchsserie 2	70
3.2.2.1	Modellschalen	70
3.2.2.2	Herstellung der Modellschalen	72
3.2.2.3	Messung der geometrischen Imperfektionen	72
3.2.2.4	Werkstoff	72
3.2.2.5	Versuchsaufbau	73
3.2.2.6	Versuchsdurchführung	73
3.2.2.7	Versuchsbeobachtungen	75
3.2.2.8	Versuchsergebnisse	80
3.2.2.9	Diskussion der Versuchsergebnisse	83
3.2.2.9.1	Modellschalen mit Auslauftrichter und axialer Belastung am oberen Rand	83
3.2.2.9.2	Modellschalen mit Auslauftrichter und axialer Belastung über das Schüttgut	84
3.2.3	Vergleich der Ergebnisse der Versuchsserien 1 und 2	85
<b>4</b>	<b>Numerische Vergleichsrechnungen mit Hilfe der Finiten- Element-Methode</b>	<b>87</b>
4.1	Allgemeines zum Programmpaket ABAQUS	87
4.2	Numerisches Berechnungsmodell	87
4.2.1	Elementeigenschaften	87
4.2.2	FEM-Modell	88
4.2.3	Implementierung der realen Imperfektionen	90
4.2.4	Lagerung und Lasteinleitung	91
4.2.5	Einfluss der Lasteinleitung	93
4.2.6	Konvergenzuntersuchung	95
4.2.7	Testrechnungen	97
4.3	Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnungen	99
4.3.1	Vergleichsrechnungen unter Verwendung des Vollschalenmodells	99
4.3.2	Vergleichsrechnung unter Verwendung des 120°- Schalensegmentmodells	103

4.3.2.1	Ansatz der realen Imperfektionen	103
4.3.2.2	Ansatz von Ersatzimperfektionen	105
4.3.3	Vergleich der Ergebnisse	107
4.3.4	Diskussion der Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnungen	108
<b>5</b>	<b>Weiterführende numerische Analysen</b>	<b>109</b>
5.1	Allgemeines	109
5.2	Untersuchter Parameterbereich	109
5.3	Ansatz von Ersatzimperfektionen	110
5.3.1	Vorverformung der Längssteifen	110
5.3.2	Vorverformung der Schale	111
5.4	Ergebnisse der numerischen Untersuchungen	114
5.4.1	Beschreibung des Tragverhaltens	114
5.4.1.1	Prinzipielles Tragverhalten lokal gestützter Kreiszyinderschalen mit Längsaussteifungen über den Auflagern	114
5.4.1.2	Tragverhalten und Versagensmechanismen der Schalenstrukturen im untersuchten Parameterbereich	115
5.4.1.3	Einfluss der Längssteifenstärke	128
5.4.1.4	Einfluss des Auflager-Öffnungswinkels $\alpha$	130
5.4.1.5	Einfluss des $r/t$ -Verhältnisses	131
5.4.1.6	Einfluss der Steifenlänge	133
5.4.1.7	Untersuchung der Imperfektionsempfindlichkeit	134
5.4.1.7.1	Einfluss der Vorbeultiefe	134
5.4.1.7.2	Einfluss der Vorbeulbreite	136
5.4.2	Vergleich mit der unversteiften Schalenstruktur	137
<b>6</b>	<b>Bemessungsvorschlag</b>	<b>141</b>
6.1	Basis des Bemessungsvorschlages	141
6.2	Mindeststeifenstärke	142
6.3	Ermittlung der Tragfähigkeit	143

6.4	Geometrische Grenzen des vorgeschlagenen Bemessungsmodells	145
6.5	Beispiel	146
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>149</b>
<b>Literatur</b>		<b>153</b>
	Veröffentlichungen	153
	Forschungsberichte	163
	Normen	165
	Fachbücher	166
 <b>Anhänge</b>		
<b>A</b>	Anhang zum Kapitel 3	A 1 – A 11
	<i>Aufgenommene Imperfektionen der Modellschalen</i>	
<b>B</b>	Anhang zum Kapitel 3	B 1 – B 6
	<i>Kraft-Maschinenweg-Digramme der Versuchsserie 1, Versuchsdurchgang 2</i>	
<b>C</b>	Anhang zum Kapitel 3	C 1 – C 21
	<i>Imperfektionen über den Stützstellen der Versuchsserie 1</i>	
<b>D</b>	Anhang zum Kapitel 3	D 1 – D 13
	<i>Imperfektionen über den Stützstellen der Versuchsserie 2</i>	E 1 – E 7
<b>E</b>	Anhang zum Kapitel 3	
	<i>Kraft-Maschinenweg/Zeit-Digramme der Versuchsserie 2</i>	
<b>F</b>	Anhang zum Kapitel 3	F 1 – F 10
	<i>Bilddokumentation der Versuchsserie 1</i>	
<b>G</b>	Anhang zum Kapitel 3	G 1 – G 8
	<i>Bilddokumentation der Versuchsserie 2</i>	
<b>H</b>	Anhang zum Kapitel 5	H 1 – H 21
	<i>Diagramme der Parameterstudien</i>	
<b>I</b>	Anhang zum Kapitel 5	I 1 – I 20
	<i>Ausgewählte Diagramme der Parameterstudien</i>	



# Abbildungsverzeichnis

## Kapitel 1

Bild 1.1: a) Silobatterie b) Einzelgestützte Silos c) Wellblechsilos  
d) Versteifte Silokonstruktion aus [Martens]

Bild 1.2: Lokal gestützte Siloschale mit Längssteifen über den Lagerungen

## Kapitel 2

Bild 2.1: Beispiele für a) Rotationsschalen und b) Translationsschalen [Born, 1968]

Bild 2.2: Knickgrenze für axiale Belastung als Funktion der Zylinderlänge aus [Flügge]

Bild 2.3: Ideale Axialbeulspannungen nach Flügge aus [Lindner et al.]

Bild 2.4: Plattenbeulen als Grenzfall der kurzen Kreiszyinderschale mit Druckbeanspruchung in Axialrichtung aus [DIN 18800-4, 1990]

Bild 2.5: KOITER-Circle - Mögliche Beulmuster des axial gedrückten Kreiszyinders unter  $\sigma_{x,si}$  nach Gl.(2.1) aus [Lindner et al.]

Bild 2.6: Gleichmäßig verteilte Axiallast auf die Kreiszyinderschale aus [Öry, 1984]

Bild 2.7: System des elastisch gebetteten Balkens nach [Greiner, 1984]

Bild 2.8: Konstruktive Lösungen und zugehörige statische Modelle aus [Greiner, 1984]

Bild 2.9: Lastausbreitungswinkel nach [Knödel, 1998]

Bild 2.10: Darstellung der Bemessungsformel nach Gl. (2.9) aus [Guggenberger, 1998 (1)]

Bild 2.11: Abminderungsfaktoren  $\kappa$  für das Schalenbeulen

Bild 2.12: Geometrische Toleranzen - Unrundheit, Exzentrizität und Vorbeulen

## Kapitel 3

Bild 3.1: Bezeichnungen der diskret gelagerten Kreiszyinderschale mit Auflagerversteifungen

Bild 3.2: Bezeichnungen der Modellschalen in Versuchsserie 1

Bild 3.3: Gerät zur Messung der Imperfektionen

Bild 3.4: Darstellung der gemessenen Vorverformungen

Bild 3.5: Imperfektionsmuster: a) Versuch VS1LS2-10-1 b) Versuch VS1LS2-50-1



- Bild 3.6: Spannungs-Dehnungs-Diagramm
- Bild 3.7a: Auflagerdetail der Modellschalen
- Bild 3.7b: Geometrische Abmessungen der Auflagerplatte
- Bild 3.8: Lasteinleitungsbereich
- Bild 3.9: Versuchsaufbau bei der Versuchsserie 1
- Bild 3.10: Versuch VS1LS1-10-1  
Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm
- Bild 3.11: Versuch VS1LS1-20-1
- Bild 3.12: Versuch VS1LS1-30-1
- Bild 3.13: Versuch VS1LS1-40-1
- Bild 3.14: Versuch VS1LS1-50-1
- Bild 3.15: Versuch VS1LS2-10-1
- Bild 3.16: Versuch VS1LS2-20-1
- Bild 3.17: Versuch VS1LS2-30-1
- Bild 3.18: Versuch VS1LS2-40-1
- Bild 3.19: Versuch VS1LS2-50-1
- Bild 3.20: Last-Maschinenwegkurve des Versuches VS1LS1-20-2
- Bild 3.21: Einzelauflagerkräfte für die Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)
- Bild 3.22: Einzelauflagerkräfte für die Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)
- Bild 3.23: Vergleich Mittelwerte der Einzelauflagerkräfte der Versuche mit LS 1 und LS 2
- Bild 3.24: Bezeichnungen der Modellschalen in Versuchsserie 2
- Bild 3.25: Versuchsaufbau bei der Versuchsserie 2
- Bild 3.26: Lasteinleitung über das Schüttgut
- Bild 3.27: Versuch VS2LS1-10-1: Verformungen im Traglastzustand
- Bild 3.28: Versuch VS2LS1-30-1: Verformungen im Traglastzustand
- Bild 3.29: Versuch VS2LS1-50-1: Verformungen im Traglastzustand  
(VS2LS1-50-2 – Auflager 2)
- Bild 3.30: Versuch VS2LS1-10S-1: Verformungen im Traglastzustand  
(VS2LS1-10S-2 – Auflager 3)

- Bild 3.31: Versuch VS2LS1-30S-1: Verformungen im Traglastzustand (VS2LS1-30S-2 – Auflager 1)
- Bild 3.32: Einzelauflegerkräfte für die Modellschalen mit Auslauftrichter
- Bild 3.33: Einzelauflegerkräfte für die Modellschalen mit Schüttgutbelastung
- Bild 3.34: Vergleich der Mittelwerte der Modellschalen mit Auslauftrichter und Schüttgutbelastung
- Bild 3.35: Vergleich der Mittelwerte der Versuchsserien 1 und 2

## **Kapitel 4**

- Bild 4.1: 4-Knoten Schalenelement
- Bild 4.2: Netzmodelle der Drittel- und der Vollschale
- Bild 4.3: Lineare Interpolation zwischen den Messstellen
- Bild 4.4: Zylindrisches Koordinatensystem
- Bild 4.5: Auflagerdetail im Versuch (links) und in FE-Modellierung (rechts)
- Bild 4.6: Traglasten in Abhängigkeit vom Ort der Lasteinleitung
- Bild 4.7: Diskretisierungsstufen a) 340 b) 1250 c) 4700 Elemente
- Bild 4.8: Ergebnisse der Konvergenzuntersuchung  
a) Längssteifenquerschnitt 1 (LS1) b) Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)
- Bild 4.9: Axialbelastete Kreiszyinderschale  
a) Vollschale b) 120°-Schalensegment
- Bild 4.10: Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS1)
- Bild 4.11: Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS2)
- Bild 4.12: Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS1)
- Bild 4.13: Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS1)
- Bild 4.14: Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse des 120°-Schalensegmentes unter Ansatz von Ersatzimperfectionen mit den Testergebnissen der Versuchsserie VS1LS1 und VS1LS2
- Bild 4.15: Vergleich aller numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen der Versuchsserie VS1LS1 und VS1LS2

**Kapitel 5**

- Bild 5.1: Quasi-kollapsaffine Vorverformung
- Bild 5.2: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $r=350\text{mm}$ ,  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild 5.3: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  für die Silogeometrie:  $r=350\text{mm}$ ,  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=400$
- Bild 5.4: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $r=350\text{mm}$ ,  $l_s=10\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=1,0\text{ mm}$
- Bild 5.5: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild 5.6: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=400$
- Bild 5.7: Abminderungsfaktor  $\chi_Q$  in Abhängigkeit von der bezogenen Imperfektionsamplitude  $U_{nI}$  in [%]
- Bild 5.8: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild 5.9: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=7,5^\circ$  und  $t_s=2\text{mm}$

**Anhang A - Aufgenommene Imperfektionen der Modellschalen**

- Bild A.1: Modellschale VS1LS1-10-1
- Bild A.2: Modellschale VS1LS1-10-2
- Bild A.3: Modellschale VS1LS1-20-1
- Bild A.4: Modellschale VS1LS1-20-2
- Bild A.5: Modellschale VS1LS1-30-1
- Bild A.6: Modellschale VS1LS1-30-2
- Bild A.7: Modellschale VS1LS1-40-1
- Bild A.8: Modellschale VS1LS1-40-2
- Bild A.9: Modellschale VS1LS1-50-1
- Bild A.10: Modellschale VS1LS1-50-2
- Bild A.11: Modellschale VS1LS2-10-1
- Bild A.12: Modellschale VS1LS2-10-2
- Bild A.13: Modellschale VS1LS2-20-1

Bild A.14: Modellschale VS1LS2-20-2

Bild A.15: Modellschale VS1LS2-30-1

Bild A.16: Modellschale VS1LS2-30-2

Bild A.17: Modellschale VS1LS2-40-1

Bild A.18: Modellschale VS1LS2-40-2

Bild A.19: Modellschale VS1LS2-50-1

Bild A.20: Modellschale VS1LS2-50-2

### **Anhang B - Kraft-Maschinenweg-Diagramme der Versuchsserie 1**

Bild B.1: Versuch VS1LS1-10-2

Bild B.2: Versuch VS1LS1-20-2

Bild B.3: Versuch VS1LS1-30-2

Bild B.4: Versuch VS1LS1-40-2

Bild B.5: Versuch VS1LS1-50-2

Bild B.6: Versuch VS1LS2-10-2

Bild B.7: Versuch VS1LS2-20-2

Bild B.8: Versuch VS1LS2-30-2

Bild B.9: Versuch VS1LS2-40-2

Bild B.10: Versuch VS1LS2-50-2

### **Anhang C - Imperfektionen**

Gemessene Imperfektionen über den Stützstellen der Modellschalen der Versuchsserie 1

Bild C.1: VS1LS1-10-1

Bild C.2: VS1LS1-10-2

Bild C.3: VS1LS1-20-1

Bild C.4: VS1LS1-20-2

Bild C.5: VS1LS1-30-1

Bild C.6: VS1LS1-30-2

Bild C.7: VS1LS1-40-1

Bild C.8: VS1LS1-40-2

Bild C.9: VS1LS1-50-1

Bild C.10: VS1LS1-50-2

Bild C.11: VS1LS2-10-1

Bild C.12: VS1LS2-10-2

Bild C.13: VS1LS2-20-1

Bild C.14: VS1LS2-20-2

Bild C.15: VS1LS2-30-1

Bild C.16: VS1LS2-30-2

Bild C.17: VS1LS2-40-1

Bild C.18: VS1LS2-40-2

Bild C.19: VS1LS2-50-1

Bild C.20: VS1LS2-50-2

### **Anhang D - Imperfektionen**

Gemessene Imperfektionen über den Stützstellen der Modellschalen der Versuchsserie 2

Bild D.1: VS2LS1-10-1

Bild D.2: VS2LS1-10-2

Bild D.3: VS2LS1-30-1

Bild D.4: VS2LS1-30-2

Bild D.5: VS2LS1-50-1

Bild D.6: VS2LS1-50-2

Bild D.7: VS2LS1-10S-1

Bild D.8: VS2LS1-10S-2

Bild D.9: VS2LS1-30S-1

Bild D.10: VS2LS1-30S-2

Bild D.11 VS2LS1-50S-1

Bild D.12 VS2LS1-50S-2

### **Anhang E - Kraft-Maschinenweg/Zeit-Diagramme der Versuchsserie 2**

Bild E.1: Versuch VS2LS1-10-1: Kraft-Maschinenweg-Diagramm

Bild E.2: Versuch VS2LS1-10-2

Bild E.3: Versuch VS2LS1-30-1

Bild E.4: Versuch VS2LS1-30-2

Bild E.5: Versuch VS2LS1-50-1

- Bild E.6: Versuch VS2LS1-50-2  
Bild E.7: Versuch VS2LS1-10S-1: Kraft-Zeit-Diagramm  
Bild E.8: Versuch VS2LS1-10S-2  
Bild E.9: Versuch VS2LS1-30S-1  
Bild E.10: Versuch VS2LS1-30S-2  
Bild E.11: Versuch VS2LS1-50S-1  
Bild E.12: Versuch VS2LS1-50S-2

### **Anhang F - Bilddokumentation der Versuchsserie 1**

- Bild F.1: Verformungen im Nachbeulbereich (Auflager 2)  
Bild F.2: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1)  
Bild F.3: Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 1)  
Bild F.4: Verformungen im Nachbeulbereich (Auflager 2 und 3)  
Bild F.5: Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 1)  
Bild F.6: Stabilitätsversagen der Längssteife am Auflager 3  
Bild F.7: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 3)  
Bild F.8: Verformungen im Nachbeulbereich (Auflager 1)  
Bild F.9: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 3)  
Bild F.10: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2)  
Bild F.11: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)  
Bild F.12: Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 2 und 3)  
Bild F.13: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 3)  
Bild F.14: Verformungen im Traglastzustand (links) und im Nachbeulzustand (rechts) am Auflager 2  
Bild F.15: Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 1 und 3)  
Bild F.16: Vorverformungen (Auflager 1 und 2)  
Bild F.17: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)  
Bild F.18: Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 1 und 3)

### **Anhang G- Bilddokumentation der Versuchsserie 2**

- Bild G.1: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1 und 2)  
Bild G.2: Verformungen nach Erreichen des Traglastzustandes (Auflager 1 und 3)

- Bild G.3: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1 und 2)
- Bild G.4: Verformungen im Traglastzustand und im Nachbeulbereich (Auflager 3)
- Bild G.5: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)
- Bild G.6: Fließen des Auflagerbereiches (Auflager 1)
- Bild G.7: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 3 und 1)
- Bild G.8: Verformungen im Traglastzustand und im Nachbeulbereich (Auflager 2)
- Bild G.9: Verformungen im und nach Erreichen des Traglastzustandes (Auflager 1)
- Bild G.10: Verformungen im und nach Erreichen des Traglastzustandes (Auflager 3)
- Bild G.11: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1 und 2)
- Bild G.12: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1 und 2)
- Bild G.13: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)
- Bild G.14: Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)

#### **Anhang H - Diagramme der Parameterstudien**

- Bild H.1: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.2: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.3: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.4: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.5: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.6: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.7: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.8: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.9: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.10: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$

- Bild H.11: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.12: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.13: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.14: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.15: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.16: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.17: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.18: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.19: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.20: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.21: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.22: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.23: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.24: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.25: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.26: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.27: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe l
- Bild H.28: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom r/t-Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe l



- Bild H.29: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.30: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.31: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.32: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.33: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.34: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.35: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.36: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.37: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.38: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.39: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild H.40: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$

#### **Anhang I – Ausgewählte Diagramme der Parameterstudien**

- Bild I.1: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=350$
- Bild I.2: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $r/t=400$
- Bild I.3: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $r/t=600$
- Bild I.4: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $r/t=800$

- Bild I.5: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $l_s=10\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=2,0$  mm
- Bild I.6: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $l_s=10\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=2,0$  mm
- Bild I.7: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $l_s=50\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=2,0$  mm
- Bild I.8: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $l_s=50\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=2,0$  mm
- Bild I.9: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=350$
- Bild I.10: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=350$
- Bild I.11: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=800$
- Bild I.12: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=800$
- Bild I.13: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=350$
- Bild I.14: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=350$
- Bild I.15: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=800$
- Bild I.16: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=800$
- Bild I.17: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit der bezogenen Imperfektionsamplitude  $U_{n1}$  für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=350$
- Bild I.18: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit der bezogenen Imperfektionsamplitude  $U_{n1}$  für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=400$
- Bild I.19: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$

- Bild I.20: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild I.21: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild I.22: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$
- Bild I.23: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=5^\circ$
- Bild I.24: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=7,5^\circ$
- Bild I.25: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=15^\circ$
- Bild I.26: Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=20^\circ$
- Bild I.27: Traglaständerung in [%] zur unversteiften Schale in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=5^\circ$
- Bild I.28: Traglaständerung in [%] zur unversteiften Schale in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=7,5^\circ$
- Bild I.29: Traglaständerung in [%] zur unversteiften Schale in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=15^\circ$
- Bild I.30: Traglaständerung in [%] zur unversteiften Schale in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=20^\circ$
- Bild I.31: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=5^\circ$
- Bild I.32: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=7,5^\circ$
- Bild I.33: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=15^\circ$
- Bild I.34: Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=20^\circ$
- Bild I.35: Nichtlinear berechneter Versagenszustand der Zylinderschale – Plastizierung des Stützbereiches (Verformungen 3-fach überhöht)
- Bild I.36: Nichtlinear berechneter Versagenszustand der Zylinderschale – Plastizierung des Stützbereiches (Von-Mises-Spannungsverteilung [N/mm<sup>2</sup>])

- Bild I.37: Nichtlinear berechneter Versagenszustand der Zylinderschale –  
Zylinderversagen (Verformungen 3-fach überhöht)
- Bild I.38: Nichtlinear berechneter Versagenszustand der Zylinderschale –  
Steifenversagen (Verformungen 3-fach überhöht)



# Tabellenverzeichnis

## Kapitel 2

- Tabelle 2.1: Berechnungskonzepte nach E DAST-Ri 017
- Tabelle 2.2: Werte der bezogenen Imperfektionsamplituden  $U_{n1}$  und  $U_{n2}$
- Tabelle 2.3: Toleranz-Grenzwerte für den Unrundheitsparameter  $U_{r,max}$
- Tabelle 2.4: Toleranz-Grenzwerte für den Exzentrizitätsparameter  $U_{e,max}$
- Tabelle 2.5: Toleranz-Grenzwert für den Vorbeulparameter  $U_{0,max}$

## Kapitel 3

- Tabelle 3.1: Geometrische Abmessungen der Modellschalen der Versuchsserie 1
- Tabelle 3.2: Werkstoffkennwerte
- Tabelle 3.3: Ergebnisse der Versuchsserie 1
- Tabelle 3.4: Einzelauflegerkräfte für die Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)
- Tabelle 3.5: Einzelauflegerkräfte für die Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)
- Tabelle 3.6: Geometrische Abmessungen der Modellschalen der Versuchsserie 2
- Tabelle 3.7: Werkstoffkennwerte
- Tabelle 3.8: Art der Lastaufbringung
- Tabelle 3.9: Einzelauflegerkräfte der Modellschalen der Versuchsserie 2
- Tabelle 3.10: Einzelauflegerkräfte für die Modellschalen mit Auslauftrichter
- Tabelle 3.11: Einzelauflegerkräfte für die Modellschalen mit Schüttgutbelastung

## Kapitel 4

- Tabelle 4.1: Ideale Beulspannungen aus Testrechnungen und nach [EN 1993-1-6, 2005]
- Tabelle 4.2: Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnung mit Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)
- Tabelle 4.3: Versuchstraglasten der einzelnen Auflager der Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)

- Tabelle 4.4: Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnung mit Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)
- Tabelle 4.5: Versuchstraglasten der einzelnen Auflager der Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)
- Tabelle 4.6: Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS1)
- Tabelle 4.7: Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS2)

## **Kapitel 5**

- Tabelle 5.1: Werte der bezogenen Imperfektionsamplituden  $U_{n1}$  und  $U_{n2}$
- Tabelle 5.2: Werte der bezogenen Imperfektionsamplituden  $U_{n1}$
- Tabelle 5.3: Abminderungsfaktor  $\chi_Q$

## **Kapitel 6**

- Tabelle 6.1: Definition der Mindeststeifenstärken
- Tabelle 6.2: Abminderungsbeiwert  $\chi_Q$

# Bezeichnungen

## Geometrische Kenngrößen

$l$	Zylinderlänge
$d$	Durchmesser des Kreiszylinders (Schalenmittelfläche)
$r$	Radius des Kreiszylinders (Schalenmittelfläche)
$t$	Wanddicke des Kreiszylinders
$b_R$	Breite der unteren Ringsteife
$t_R$	Wandstärke der unteren Ringsteife
$b_S$	Breite der Längssteife
$t_S$	Wandstärke der Längssteife
$l_S$	Länge der Längssteife
$b_A$	Breite des gestützten unteren Schalenrandes (Stützungsbreite)
$x, y, z$	Kartesisches Koordinaten
$x, \phi, z$	Zylindrisches Koordinatensystem

## Lateinische Buchstaben

$E$	Elastizitätsmodul
$F$	allgemeine Einwirkungen
$R$	berechneter Widerstand (mit Indizes zur Identifizierung der Grundlage)
$R_m$	Zugfestigkeit des Werkstoffes
$R_{p0,2}$	0,2%-Dehngrenze des Werkstoffes (Technische Streckgrenze)
$R_{pl}$	plastischer Referenzwiderstand
$R_{cr}$	elastischer idealer Beulwiderstand
$U_{n1}$	bezogene Imperfektionsamplitude
$U_{n2}$	bezogene Imperfektionsamplitude
$U_e$	Toleranzparameter für Exzentrizität
$U_r$	Toleranzparameter für Unrundheit
$U_0$	Toleranzparameter für Vorbeule



$f_{eq}$	Von Mises-Vergleichsfließspannung
$f_y$	Streckgrenze
$e$	unplanmäßige Exzentrizität zwischen den Schalenmittelflächen miteinander verbundener Bleche
$f(x)$	Trigonometrische Funktion zur Beschreibung der Ersatzimperfektion in Axialrichtung
$g(x)$	Trigonometrische Funktion zur Beschreibung der Ersatzimperfektion in Umfangsrichtung
$k$	Kalibrierungsfaktor für nichtlineare Berechnungen
$l_m$	Messlänge für die Messung von Herstellungsungenauigkeiten gem. [DIN 18800-4, 1990]
$l_g$	Messlänge für die Messung von Herstellungsungenauigkeiten gem. [EN 1993-1-6, 2005]
$m$	Beulwellenzahl in Umfangsrichtung
$n$	Beulhalbwellenzahl in Längsrichtung
$n_x$	Membrannormalkraft in Meridianrichtung
$n_\Theta$	Membrannormalkraft in Umfangsrichtung
$n_{x\Theta}$	Membranschubkraft
$\Delta w_0$	Vorbeulamplitude rechtwinklig zur Schalenmittelfläche

### Griechische Buchstaben

$\alpha$	Faktor für elastische Imperfektionsabminderung beim Beulsicherheitsnachweis (auch: Auflager-Öffnungswinkel)
$\gamma_F$	Teilsicherheitsbeiwert für die Einwirkungen
$\gamma_M$	Teilsicherheitsbeiwert für den Widerstand
$\zeta_1 - \zeta_4$	Beiwerte zur Bestimmung von $\chi_{\text{lokal}}$
$\eta$	dimensionsloser Auflager-Öffnungswinkel
$\kappa$	Beulabminderungsfaktor gem. [DIN 18800-4, 1990]
$\bar{\lambda}$	bezogener Schalenschlankheitsgrad
$\bar{\lambda}_0$	vollplastischer Grenزشlankheitsgrad
$\bar{\lambda}_{ov}$	bezogener Schlankheitsgrad der gesamten Schale
$\bar{\lambda}_p$	teilplastischer Grenزشlankheitsgrad

$\mu$	Querkontraktionszahl (auch: bezogene Auflagerbreite)
$\sigma_{Rcr}$	ideale Beulspannung
$\sigma_{Rk}$	charakteristische (reale) Beulspannung
$\sigma_{Rd}$	Grenz-Beulspannung (Bemessungswert der Beulspannung)
$\chi$	Abminderungsfaktor für den Schalenbeulwiderstand
$\chi_{OV}$	Beul-Abminderungsfaktor für die gesamte Schale
$\chi_Q$	Abminderungsfaktor in Abhängigkeit der bezogenen Imperfektionsamplitude $U_{n1}$ der Herstelltoleranz-Qualitätsklasse
$\chi_{\text{lokal}}$	Beul-Abminderungsfaktor des Bemessungsvorschlages

### Indizes

x	Axialrichtung
$\Theta$	Umfangsrichtung
GMNA	die GMNA-Analyse betreffend
GMNIA	die GMNIA-Analyse betreffend
d	Bemessungswert
k	Charakteristischer Wert

### Numerische Berechnungskonzepte nach [EN 1993-1-6, 2005]

LA	<u>L</u> inear <u>E</u> lastische <u>A</u> nalysen
LBA	<u>L</u> inear <u>E</u> lastic <u>B</u> ifurcation <u>A</u> nalysen (Eigenwertberechnung)
GNA	<u>G</u> eometrisch <u>N</u> ichtlineare <u>E</u> lastische <u>A</u> nalysen
MNA	<u>M</u> ateriell <u>N</u> ichtlineare <u>A</u> nalysen
GMNA	<u>G</u> eometrisch und <u>M</u> ateriell <u>N</u> ichtlineare <u>A</u> nalysen
GMNIA	<u>G</u> eometrisch und <u>M</u> ateriell <u>N</u> ichtlineare <u>A</u> nalysen mit <u>I</u> mpperfektionen

An dieser Stelle nicht aufgeführte Symbole, Abkürzungen und Bezeichnungen sind direkt im Text erläutert.

# 1 Einleitung

## 1.1 Allgemeines

Zur Lagerung von unterschiedlichen flüssigen und festen Stoffen kommen Silobauwerke zum Einsatz. In den letzten hundert Jahren hat die Speicherung von Silogütern in starkem Maße zugenommen. So werden heute neben den klassischen Schüttgütern wie Getreide, auch andere Stoffe, wie Mais, Zucker, Zement usw. eingelagert. Durch die Lagerhaltung in den Silos kann eine Harmonie zwischen dem kontinuierlichen Verbrauch und der diskontinuierlichen Erzeugung von verschiedenen Schüttgütern hergestellt werden.

a)



b)



c)



d)



**Bild 1.1** a) Silobatterie b) Einzelgestützte Silos c) Wellblechsilos d) Versteifte Silokonstruktion aus [Martens]

Auf Grund der günstigen Lastabtragung durch die Membrantragwirkung kann der kreiszylindrische Querschnitt aus sehr dünnwandigen Blechen hergestellt werden und wird deshalb als Querschnittsform bei Stahlblechsilos favorisiert. Weitere Vorteile dieser Bauweise liegen in der verhältnismäßig günstigen Herstellung und Montage dieser Silos sowie deren flexibler Einsatz.

In Bild 1 sind typische Silokonstruktionen, wie sie in der Praxis häufig vorkommen, dargestellt.

Prinzipiell sind zwei Arten der Lagerung von Silobauwerken möglich:

1. Kontinuierliche Lagerung der Kreiszylinderschale am unteren Rand,
2. Einzelstützungen der Kreiszylinderschale am unteren Rand.

Für den Beanspruchungszustand in dem Schalentragwerk ist die kontinuierliche Lagerung zu präferieren. Bei dieser Lagerungsart ist gewährleistet, dass die Lasten gleichmäßig über den Umfang verteilt in die Siloschale eingeleitet werden. Bei der Lagerung des Silos auf Fundamentplatten, Balkenfundamenten und auf Standzargen spricht man von einer kontinuierlichen Lagerung. In vielen Fällen ist es jedoch erforderlich, dass für den Entleerungsvorgang der Raum unter dem Silo zugänglich gestaltet werden muss. In diesen Fällen werden Stützen zur Lastabtragung herangezogen. Damit ist die kontinuierliche Lastabtragung nicht mehr gegeben und es kommt zu lokalen Lasteinleitungen in die Schale, an denen Spannungskonzentrationen auftreten. Üblicherweise werden vier Stützen zur Lagerung eingesetzt. Bei größeren Siloradien kann es vorkommen, dass mehr als vier Stützen gleichmäßig über den Umfang verteilt, zur Lastabtragung angeordnet werden. Da bei der sehr dünnwandigen Ausführung der Stahlblechsilos das Stabilitätsproblem respektive Beulen zumeist maßgebend für die Bemessung wird, sind an diesen Stellen besondere Maßnahmen zu treffen, um die Beulsicherheit zu gewährleisten. Verschiedene Lösungen sind in der Praxis weit verbreitet, um die Schale auszusteifen:

1. Anordnung von Ringsteifen,
2. Wanddickenerhöhung im untersten Zylinderschuss,
3. Anordnung von Längssteifen in Achsverlängerung der Stützen,
4. Anordnung von Ring- und Längssteifen.

## 1.2 Problemstellung

Mit der DIN 18800, Teil 4 [DIN 18800-4, 1990] steht dem Ingenieur eine Norm zur Verfügung, um den Beulsicherheitsnachweis für kontinuierlich gelagerte Schalentragswerke zu führen.

Da jedoch in vielen Fällen die diskret gestützte Lagerung Anwendung findet, kann diese Norm für den Beulsicherheitsnachweis nicht herangezogen werden.

Ein Stabilitätsnachweis für diese Fälle ist daher nur über einen sehr hohen, für einen praktisch tätigen Ingenieur in der Regel kaum überschaubaren Rechenaufwand zu erbringen. Daher ist es bei lokal gestützten Silotragwerken heutzutage üblich, sich auf in der Vergangenheit gesammelte Erfahrungen bei der Ausführung zu verlassen. Diese Art der Bemessung beinhaltet ein erhebliches Sicherheitsrisiko. So zeugen viele Einstürze von Silobauwerken [Pasternak, 1996], [Guggenberger, 1998 (2)] von dem dargestellten bemessungstechnischen Defizit und der falschen Einschätzung des Tragverhaltens solcher Schalenkonstruktionen.

Auf der anderen Seite ist es aber auch möglich, dass die Auslegung solcher Silobauwerke zu konservativ, also zu unwirtschaftlich, erfolgt. Die Herstellung von versteiften dünnwandigen Silos ist kostenintensiver als die Ausführung von unversteiften Silos (Schweißarbeiten an den Aussteifungselementen etc.).

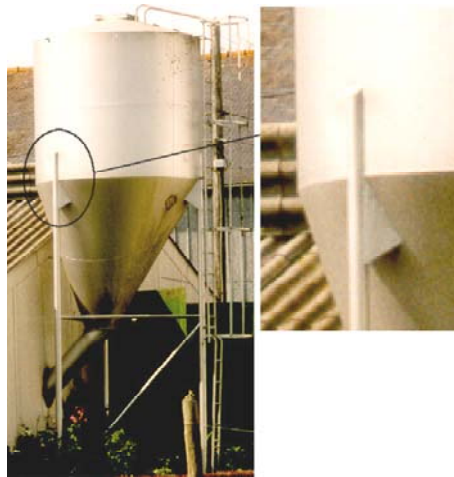
Mit Hilfe der Finiten-Element-Methode ist es möglich, die Tragfähigkeit von punktgelagerten Schalenstrukturen realitätsnah zu bestimmen und die Standsicherheitsnachweise zu erbringen. Nach dem Regelwerk der [EN 1993-1-6, 2005] besteht für den planenden Ingenieur die Möglichkeit, den Beulsicherheitsnachweis mit numerisch ermittelten Beulwiderständen zu führen, was im Allgemeinen den Einsatz einer Finiten-Element-Software bedeutet und vertiefte Kenntnisse, sowohl im Umgang mit der Finiten-Element-Software, als auch in der Theorie der Finiten Elemente zur genauen Interpretation der erhaltenen Ergebnisse voraussetzt. Des Weiteren sind bei der numerischen Bemessung von Schalentragswerken Berechnungsannahmen und Randbedingungen zu berücksichtigen, welche das reale Tragverhalten der Schalenstruktur möglichst genau bzw. auf der sicheren Seite liegend, erfassen sollten. So handelt es sich bei dünnwandigen Stahlschalen um imperfektionssensitive Tragswerke, bei denen die geringste Abweichung von der idealen Soll-Geometrie zu

einer Störung des Membranspannungszustandes und damit zu einem schlagartigen Verlust der Tragfähigkeit führt. Die Einschätzung des Überganges von der perfekten, idealen zur imperfekten, realen Schalenstruktur stellt daher einen „Knackpunkt“ in der numerischen Berechnung dar und setzt ein gewisses „Einfühlungsvermögen“ für das Tragverhalten dünnwandiger Stahlschalen voraus.

Das herausragende Ziel der Forschungsarbeiten in den letzten Jahren war es deshalb, leichte und verständliche Ingenieurmodelle für die Bemessung lokal gestützter, dünnwandiger Stahlschalen zu entwickeln [Guggenberger, 1998 (1)], [Hotala, 1996], [Knödel, 1998].

Diese beschränkten sich jedoch auf die punktgelagerten, unversteiften Kreiszyinderschalen.

Eine Ausnahme bildet die Arbeit von [Herzig, 2001], welcher ein Bemessungsmodell für die lokal gestützte Siloschale mit Längs- und Ringsteifen aufstellte. Vielfach wird für lokal gestützte Siloschalen die Konstruktionslösung von über den Stützungen angeordneten Längssteifen eingesetzt (Bild 1.2).



**Bild 1.2** Lokal gestützte Siloschale mit Längssteifen über den Lagerungen

### 1.3 Ziel und Inhalt der Arbeit

Zielstellung der vorliegenden Arbeit ist es, ein einfach zu handhabendes Bemessungsmodell für den (Beul-) Tragsicherheitsnachweis von axialbelasteten, lokal gestützten, dünnwandigen, kreiszylindrischen Schalen aus Stahl mit Längssteifen über den Auflagerachsen zu entwickeln.

Im **Kapitel 2** wird zunächst ein kurzer Überblick über den aktuellen Forschungsstand bei der Stabilitätsbetrachtung von axialbelasteten Kreiszylinderschalen gegeben, bevor die Nachweiskonzepte in ausgewählten Regelwerken näher vorgestellt werden.

Ausführliche Beschreibungen und Erläuterungen zu den eigenen Beulversuchen an kreiszylindrischen, diskret gelagerten Modellschalen unter Axialbelastung werden in **Kapitel 3** gegeben. Insgesamt wurden ca. 35 Beulversuche an der Forschungs- und Materialprüfanstalt der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus durchgeführt.

Die Herstellung einer ausreichenden Approximationsgüte des numerischen Berechnungsmodells mit Hilfe der Methode der Finiten-Elemente, unter Einsatz des Softwarepaketes ABAQUS, ist Gegenstand des **Kapitels 4**. Es werden die erhaltenen Versuchsergebnisse genutzt, um ein numerisches Berechnungsmodell zu entwickeln, an dem im Folgenden weitere numerische Untersuchungen im ausgedehnten geometrischen Parameterbereich durchgeführt werden.

Die Ergebnisse aus den Parameterstudien am numerischen Berechnungsmodell sind in **Kapitel 5** dargestellt. Es wird der Einfluss von verschiedenen geometrischen Parametern auf das Tragverhalten der Schalenstruktur erläutert. Die Annahmen zum Ansatz der Ersatzimperfektionen, welche den Übergang von der perfekten zur imperfekten Schalenstruktur zuverlässig abdecken müssen, werden beschrieben.

In **Kapitel 6** wird, auf Grundlage der in dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse, ein Bemessungsmodell für den (Beul-) Tragsicherheitsnachweis für dünnwandige,

kreiszyindrische Stahlschalen unter Axialbelastung und Lasteinleitungssteifen über den Auflagern vorgeschlagen. Die Anwendung des entwickelten Bemessungsvorschlages wird anhand eines Berechnungsbeispiels dokumentiert.

Eine zusammenfassende Betrachtung der Arbeit und eine Formulierung der, für den Verfasser, offenstehenden Fragestellungen auf dem Gebiet der Stabilitätsbetrachtung lokal gestützter, dünnwandiger Stahlschalen unter Axialbelastung sind in **Kapitel 7** niedergeschrieben.

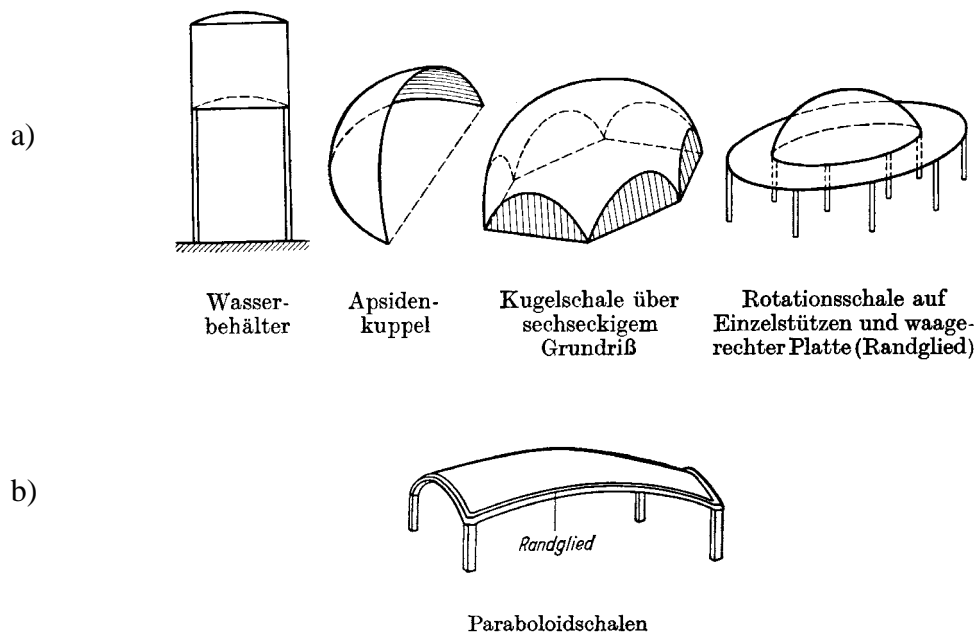
In den **Anlagen A bis I** sind ergänzende Diagramme und Bilder zu den einzelnen Kapiteln dargestellt, die das Verstehen der Arbeit erleichtern und helfen, die Ergebnisentwicklung nachzuvollziehen.



## 2 Stabilität von Schalen

### 2.1 Zur Definition von Schalen

Unter einer Schale wird im allgemeinen ein dünnwandiges Konstruktionselement verstanden, welches in einer oder in zwei aufeinander senkrechten Richtungen gekrümmt und mit den notwendigen Randgliedern derart versehen ist, dass sich eine räumliche Tragwirkung ergibt [Born, 1968]. Schalen sind flächenhafte Strukturen, die dadurch gekennzeichnet sind, dass eine ihrer räumlichen Ausdehnungen wesentlich geringer ist als die beiden anderen. Nach dem statischen Verhalten der verschiedenen Schalenformen wird unterschieden in: Rotationsschalen, Zylinderschalen, Regelschalen, Translationsschalen und ferner in beliebig doppelt gekrümmte Schalen. Rotationsschalen entstehen dadurch, dass man eine beliebige Querschnittskurve sich um ihre Achse drehen lässt. Zu dieser Schalenart gehören auch die Kreiszylinderschalen. In Bild 2.1 sind einige Schalenformen dargestellt.



**Bild 2.1** Beispiele für a) Rotationsschalen und b) Translationsschalen [Born, 1968]

Die Geometrie einer Schale kann durch die Definition ihrer Mittelfläche und der Dicke eindeutig beschrieben werden. Schalen spielen in vielen Bereichen von Natur und Technik eine bedeutende Rolle. So kommen sie im traditionellen Bauingenieurwesen in Form von Behältern, Rohren oder als Dachkonstruktionen zum Einsatz. Im Idealfall tragen Schalenkonstruktionen die auf sie wirkenden Lasten über die Membranwirkung ab, also durch Kräfte, die in der Schalenfläche wirken. Im Vergleich zu Tragwerken, die gleiche Belastungen über Biegung abtragen, führt dies zu geringeren Spannungen, zu geringeren Verformungen und damit auch zu geringerem Materialeinsatz. Das birgt den Vorteil, dass das Material optimal ausgenutzt wird und damit gleichzeitig eine Konstruktion entsteht, welche ein günstiges Verhältnis von Tragfähigkeit und Eigengewicht aufweist. Auf der anderen Seite sind Schalenkonstruktionen extrem anfällig gegenüber auftretenden Imperfektionen, also Abweichungen von ihrer Sollform bzw. Unregelmäßigkeiten in der Belastung. Diese Kombination von hoher Tragfähigkeit auf der einen und der hohen Imperfektionsempfindlichkeit auf der anderen Seite, macht die Schale zur „Primadonna unter den Tragwerken“ [Ramm, 1986].

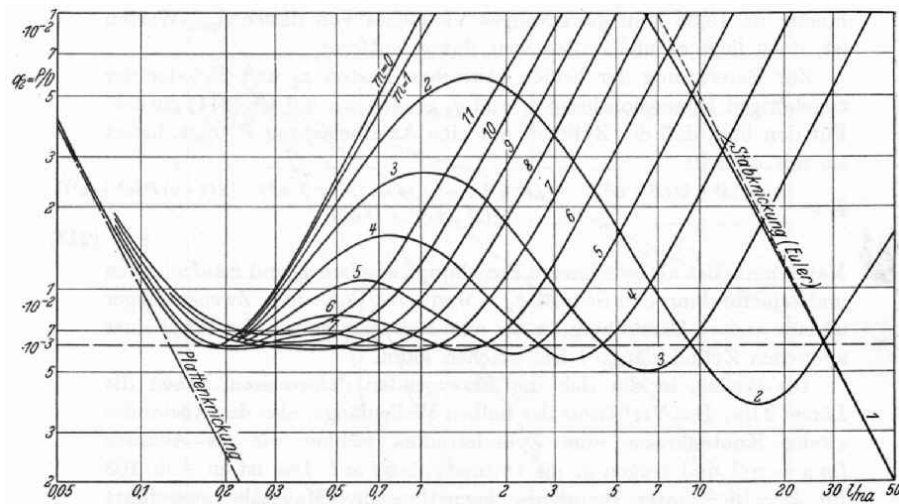
## 2.2 Stand der Forschung

### 2.2.1 Gleichmäßig axialbelastete Kreiszylinderschale

Seit den 30er Jahren des 20. Jahrhunderts setzten vermehrte Forschungsaktivitäten auf dem Gebiet der Stabilitätsuntersuchungen zu Schalentragwerken ein. Der Grund hierfür lag darin, dass die Schalenbauweise eine vermehrte Anwendung in der Luftfahrt, im Offshorebereich, im Behälterbau, aber auch im Hochbau fand. So war es notwendig, das Verhalten dieser Tragstruktur genauer zu untersuchen, um eine tragsichere Bemessung zu gewährleisten. Bereits zu Beginn des 20. Jahrhunderts konnten Lösungen [Lorenz, 1908], [Timoshenko, 1910] für das lineare Verzweigungsproblem der axial belasteten Zylinderschale hergeleitet werden. Diese Lösung stellt noch heute die Grundlage für die Bestimmung der idealen Beulspannung dar:

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \cdot \frac{t}{r} \quad (2.1)$$

Nach der linearen Beultheorie und der strengen Lösung der Beulgleichungen erhält Flügge Aussagen über die Verzweigungslast des Basisbeulfalles des axialgedrückten Kreiszylinders in Abhängigkeit der Versagensform [Flügge, 1932]. In Bild 2.2 ist dieser Zusammenhang dargestellt.

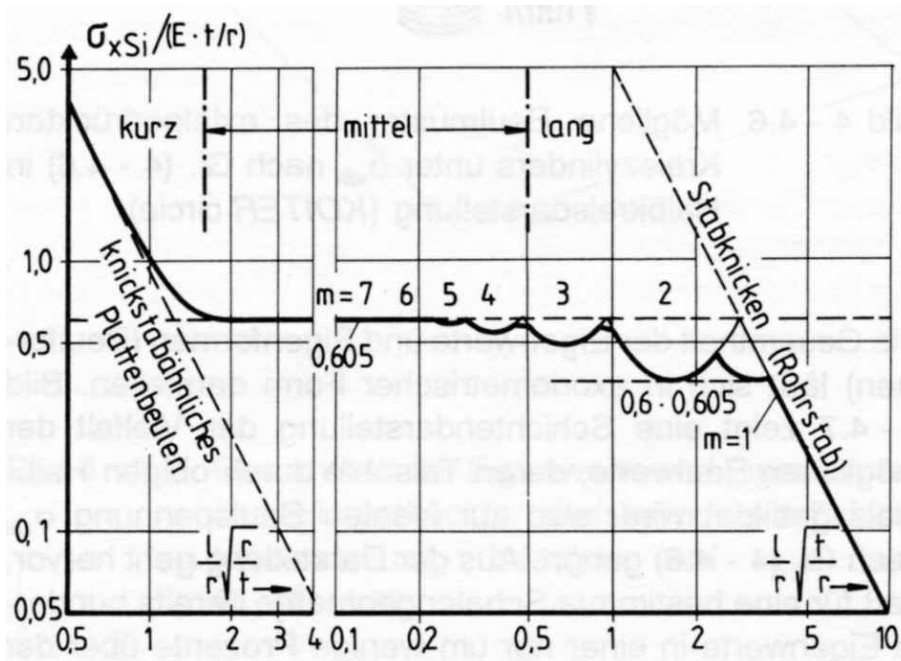


**Bild 2.2** Knickgrenze für axiale Belastung als Funktion der Zylinderlänge aus [Flügge]

In Abhängigkeit der Zylinderlänge ist es möglich, die ideale Beullast der axial gedrückten Kreiszylinderschale zu bestimmen und die damit verbundene Anzahl der Ringwellen  $m$ . Nachdem für einen bestimmten Abzissenwert der untere Rand der Kurve erreicht ist, sind die darüber liegenden Kurven ohne physikalisches Interesse. Es wird ersichtlich, dass nur der untere Rand dieses Diagramms notwendig ist, um die ideale Beulspannung abzulesen (Bild 2.3). Diese Kurve wird als „Girlandenkurve“ bezeichnet, die sich in drei unterschiedliche Bereiche gliedert:

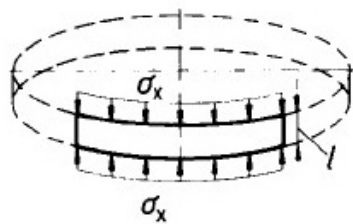
1. Kurze Kreiszylinder,
2. Mittellange Kreiszylinder,
3. Lange Kreiszylinder.

Die Abgrenzung erfolgt über den dimensionslosen Geometrieparameter  $l/r \cdot \sqrt{r/t}$ . Der mittlere Längenbereich, die eigentliche Girlandenkurve, ist sehr groß und schließt so gut wie alle beulgefährdeten stählernen Kreiszylinderschalen ein. Eingegrenzt wird die Girlandenkurve für mittellange Kreiszylinder durch den Übergang zum Plattenbeulen bzw. zum Stabknicken des Rohrstabes.



**Bild 2.3** Ideale Axialbeulspannungen nach Flügge aus [Lindner et al.]

Ist der Geometrieparameter  $l/r \cdot \sqrt{r/t} \leq 1,7$  dann beult die kurze Kreiszylinderschale unter Axialbelastung wie eine unendlich breite, streifenförmige Platte knickstabähnlich in einem rotationssymmetrischen Beulmuster mit einer Beulhalbwellenzahl von  $n=1$  (Bild 2.4).



**Bild 2.4** Plattenbeulen als Grenzfall der kurzen Kreiszylinderschale mit Druckbeanspruchung in Axialrichtung aus [DIN 18800-4, 1990]

Mit Hilfe der Beziehung (2.2) ist es möglich, der niedrigsten Beulspannung eines axial gedrückten Kreiszylinders ein entsprechendes Wertepaar  $(m, n)$  als Beulmuster zuzuordnen.

$$\frac{(n\pi r/l)^2}{[(n\pi r/l)^2 + m^2]^2} = \frac{t}{r} \cdot \sqrt{\frac{1}{12(1-\mu^2)}} \quad (2.2)$$

mit  $n$  – Anzahl der Beulhalbwellen über die Zylinderlänge

$m$  – Anzahl der Beulvollwellen über den Zylinderumfang

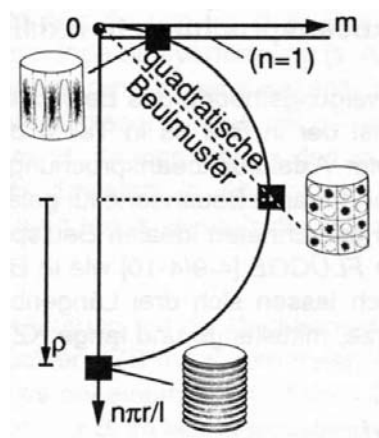
Die Auswertung der Beziehung in (2.2) und das Einsetzen in die Bestimmungsgleichung für die ideale Beulspannung nach der vereinfachten Donnell'schen Version der klassischen linearen Beultheorie

$$\sigma_{x, Si} = E \cdot \left( \frac{(n\pi r/l)^2}{[(n\pi r/l)^2 + m^2]^2} + \frac{(t/r)^2}{12(1-\mu^2)} \cdot \frac{[(n\pi r/l)^2 + m^2]^2}{(n\pi r/l)^2} \right) \quad (2.3)$$

führt zur Bestimmungsgleichung des Minimalwertes der idealen Beulspannung nach Gl. (2.1).

Die ideale Beulspannung nach Gleichung (2.1) ist unabhängig von der Zylinderlänge  $l$  und von den klassischen Randbedingungen der radialen und tangentialen Unverschieblichkeit. Nicht eindeutig zuordnen lässt sich das Beulmuster, welches sich bei der idealen Beulspannung  $\sigma_{x, Si}$  einstellt. So erfüllen mehrere Wertepaare  $(m, n)$  die Bedingung (2.2). Damit gibt es für einen Kreiszylinder unter einer bestimmten Axialbeulspannung mehrere kritische Beulmuster. Man spricht hier von einem „multimodalen“ Verzweigungsverhalten.

Die graphische Darstellung der Gleichung (2.2) führt zu dem sog. „Koiter-Circle“, der einen Halbkreis in der  $n$ - $m$  Ebene beschreibt und aus dem für verschiedene Wertepaare  $(m, n)$  die zugehörigen kritischen Beulmuster der Kreiszylinderschale erkennbar sind (Bild 2.5).



**Bild 2.5** KOITER-Circle - Mögliche Beulmuster des axial gedrückten Kreiszylinders unter  $\sigma_{x, Si}$  nach Gl.(2.1) aus [Lindner et al.]

In Bild 2.5 sind für ein und denselben Kreiszylinder mehrere rotationssymmetrische Beulmuster erkennbar. Das Ringbeulmuster ( $n>1$ ,  $m=0$ ), das Schachbrettbeulmuster ( $n>1$ ,  $m>1$ ) und ein über den Zylinderumfang mehrwelliges Beulmuster mit nur einer Halbwelle über die Zylinderlänge ( $n=1$ ,  $m>1$ ).

1934 stellte Donnell [Donnell, 1934] erstmals Grundgleichungen für die ideale Schale auf, welche aus der nichtlinearen Beultheorie hergeleitet wurden. Die Mehrzahl der in den folgenden Jahren hergeleiteten analytischen Berechnungsverfahren basierten auf einer Weiterentwicklung der Donnell'schen Schalentheorie.

Ziel der nun folgenden Untersuchungen war es, das Nachbeulminimum als Bemessungskriterium zu definieren. 1941 wurde von Karman/Tsien [Karman/Tsien, 1941] erstmals ein Berechnungsansatz aufgestellt, welcher die Beulverschiebungen im überkritischen Bereich berücksichtigte. Die aufnehmbare Last fiel auf 32% der linearen kritischen Beullast. Weitere Untersuchungen zeigten jedoch, dass eine Erhöhung der Anzahl von Reihengliedern ein weiteres Absinken des Nachbeulminimums bewirken. Damit wurde die Herangehensweise, das Nachbeulminimum als Stabilitätskriterium der axialbelasteten Kreiszylinderschale anzusehen, aufgegeben [Hoff, 1969].

Begleitet wurden die zahlreichen theoretischen Untersuchungen zur Stabilität der axialbelasteten Kreiszylinderschale von experimentellen Untersuchungen, um die Theorie zu verifizieren. Die Versuchsergebnisse waren mit starken Streuungen behaftet und ergaben eine erhebliche Abweichung von den theoretischen Stabilitätslasten.

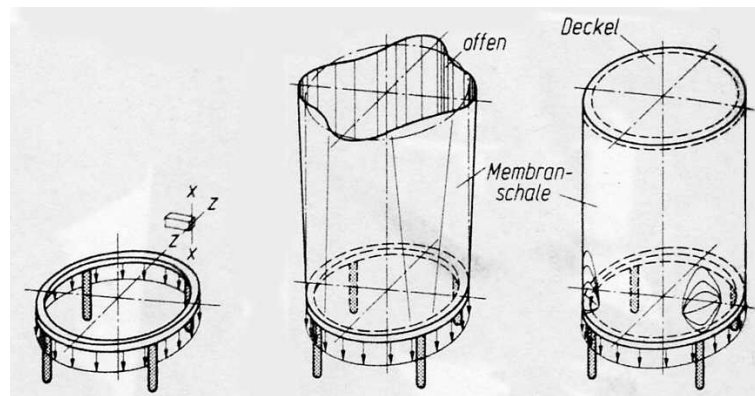
Donnell/Wan [Donnell, 1950] untersuchten 1950, wie sich Anfangsimperfektionen auf die Stabilitätslasten von axialbelasteten Kreiszylinderschalen auswirken. Dazu führten sie in die von Karman/Tsien entwickelte Schalentheorie Vorbeulen ein und ermittelten die Stabilitätslast, welche schon bei sehr kleinen Vorbeulamplituden nur noch ein Bruchteil der Stabilitätslast der idealen Kreiszylinderschale war.

Eine Vielzahl von Arbeiten folgte, z. B. [Esslinger, 1967], [Rotter, 1989], [Jürcke, 1983], um den Einfluss von anfänglichen Vorverformungen auf das Stabilitätsverhalten von axialbelasteten Kreiszylinderschalen zu untersuchen und Aufschluss über das Beul- und Nachbeulverhalten der Schalen zu erhalten.

### 2.2.2 Diskret gelagerte, axialbelastete Kreiszyllinderschale

Im Gegensatz zur gleichmäßig axialbelasteten Kreiszyllinderschale, bei der sich die Membranspannungen aus den Einwirkungen gleichmäßig über den Umfang der Schale verteilen, kommt es bei lokaler Stützung solcher Schalenkonstruktionen zu einer Last- und damit zu einer Spannungskonzentration über den diskreten Lagerpunkten. Bis zur heutigen Zeit besteht eine fatale Fehleinschätzung von lokal gestützten Silokonstruktionen darin, dass angenommen wird, der vielfach vorhandene Fußring an der Schnittstelle Zylinderschale-Kegelschale verteilt die lokalen Einzellasten zuverlässig über den Umfang der Schale und die Bemessung kann wie für eine kontinuierlich gelagerte respektive gleichmäßig axialbelastete Kreiszyllinderschale erfolgen. Überproportional viele Schadensfälle belegen diese Vorgehensweise bei der Bemessung [Guggenberger, 1998(2)], [Pasternak, 1996].

Öry beschrieb das Tragverhalten von Kreiszyllinderschalen bei lokaler Lasteinleitung mit der Halbbiegetheorie, bei der die Längsbiegesteifigkeit und die Torsionssteifigkeit der Zylinderschale vernachlässigt wird [Öry, 1984].



**Bild 2.6** Gleichmäßig verteilte Axiallast auf die Kreiszyllinderschale aus [Öry, 1984]

Zur Darstellung des Problems der zentralen Krafteinleitung in Kreiszyllinderschalen betrachtete Öry drei Fälle:

1. den alleinstehenden Fußring,
2. den angeschlossenen Membranzylinder am belasteten Fußring ohne Deckel,
3. den angeschlossenen Membranzylinder am belasteten Fußring mit Deckel.

Der Fußring kann die Last nur abtragen, wenn er eine Biegesteifigkeit senkrecht zur Ebene und eine Torsionssteifigkeit aufweist. Die an den Fußring angeschlossene, oben offene, Schale ändert nichts an dem Kräftespiel und verformt sich dehnungslos. Erst durch die eingebrachte Biegesteifigkeit in der Deckel- und der Fußringebene beteiligt sich die Kreiszylinderschale an der Aufnahme der Axiallast. Da die Steifigkeit der Schale nun wesentlich größer ist als die des Fußringes, nimmt die Schale den größten Anteil der Axialbelastung auf. Dadurch entstehen Spannungskonzentrationen oberhalb der Auflagerungen und führen bei dünnwandigen Schalen zum Stabilitätsversagen. Als Versteifung empfiehlt Öry die Anordnung von Längs- und Ringsteifen, um die eingetragene Last schnell, durch die Umfangsbiegesteifigkeit, über den Umfang der Schale zu verteilen.

Diese Aussteifungsvariante, also eine orthotrope Kreiszylinderschale, beschreibt Öry basierend auf der Halbbiegetheorie mit Hilfe des Übertragungsmatrizenverfahrens.

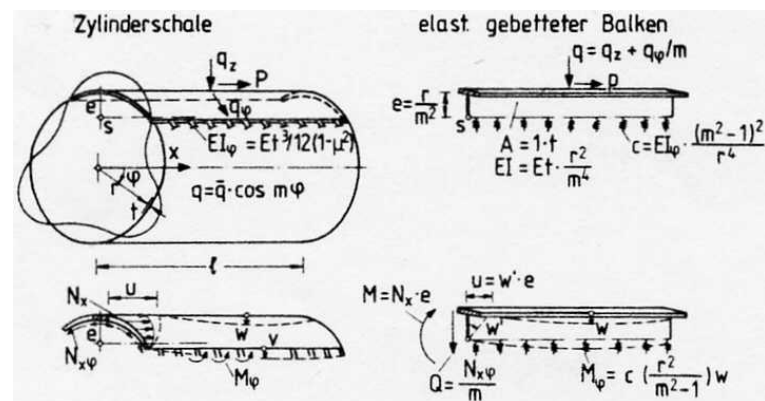
Greiner [Greiner, 1984] vergleicht das Tragverhalten von drei möglichen Konstruktionsformen für die axiale, diskrete Lasteinleitung in dünnwandige Kreiszylinderschalen:

1. nur ein unterer Tragring,
2. nur Längssteifen über den Auflagern,
3. Kombination von Längs- und Ringsteifen.

Wie Öry [Öry, 1984] verwendet er dazu die Semi-Membrantheorie, oder auch Halbbiegetheorie genannt, welche nur die Membrantragwirkung und die Biegewirkung in Umfangsrichtung der Schale berücksichtigt. Im Gegensatz zu Öry, der die Lösung an einer orthotropen Schale herleitete, benutzt Greiner das Rechenmodell des elastisch gebetteten Balkens. Dabei zerfällt die Schale in Zylinderlängsrichtung in eine Reihe von Schalenstreifen, welche als Balken auf einer elastischen Bettung angesehen werden.

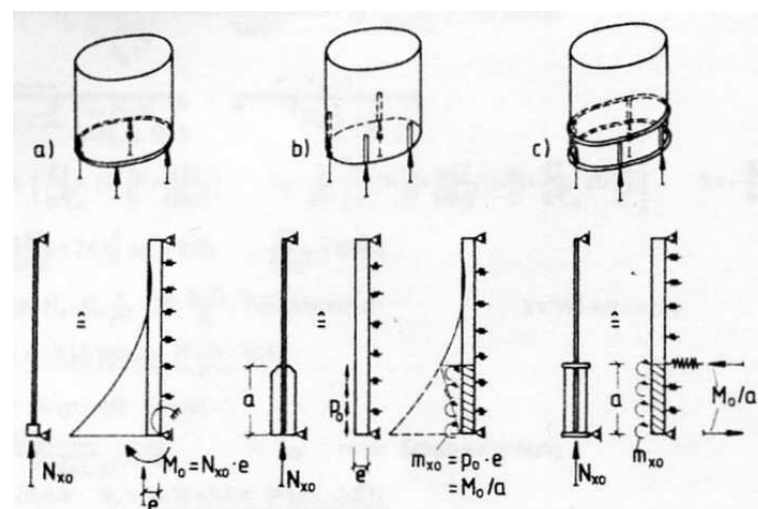
Die Biegesteifigkeit des Balkens resultiert aus der Membranwirkung des gewölbten Schalenstreifens zwischen zwei Knotenlinien und die elastische Bettung aus der Biegesteifigkeit der Schalenwand in Umfangsrichtung (Bild 2.7).





**Bild 2.7** System des elastisch gebetteten Balkens nach [Greiner, 1984]

Für den Fall, dass in der Schalenkonstruktion ein unterer Kreisringträger vorhanden ist, beteiligt sich dieser über seine Torsionssteifigkeit an der Abtragung der axialen Lasten. Im Balkenmodell wird dies durch die Anordnung einer Drehfeder berücksichtigt (Bild 2.8 a). Wird die Längskraft dagegen über Längssteifen in die Kreiszylinderschale eingetragen, verteilt sich diese gleichförmig über die Steifenlänge und ruft ein Streckenmoment hervor. So wird der Balken nicht mehr durch ein einzelnes Randmoment beansprucht, sondern durch ein über die Steifenlänge verteiltes, statisch gleichwertiges Moment. Durch diese konstruktive Lösung wird im Balkenmodell ein größerer Bereich der Bettung zum Lastabtrag aktiviert (Bild 2.8 b).



**Bild 2.8** Konstruktive Lösungen und zugehörige statische Modelle aus [Greiner, 1984]

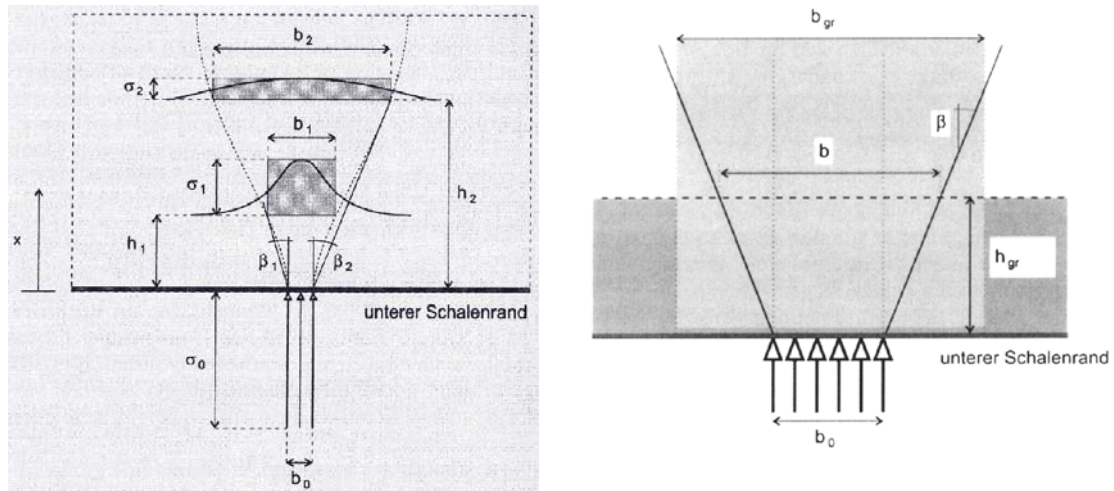
Bild 2.8 c zeigt die konstruktive Lösung mit Längs- und Ringsteifen, wie sie im Flugzeug- und Leichtbau üblich ist. Das Randmoment wird in dem Balkenmodell als Kräftepaar über den Fußring und über die obere Ringsteife abgetragen. Greiner geht

davon aus, dass die oberhalb der Ringsteife befindliche Zylinderschale nun nicht mehr durch Umfangsbiegung beeinflusst wird. Trotzdem beteiligt sich die Schale an der Lastabtragung und die auftretenden Nebenspannungen müssen beim Stabilitätsnachweis berücksichtigt werden.

Die Ergebnisse dieses Balkenmodells mit elastischer Bettung korrespondieren gut mit denen, welche durch Esslinger [Esslinger, 1981 (2)] unter Anwendung einer Software mit der Finiten-Element-Methode, ermittelt wurden. Esslinger kommt zur Aussage, dass im Gegensatz zur Einleitung konzentrierter Längskräfte in eine Scheibe, bei den Kreiszylinderschalen die mittragende Breite des Zylindermantels von der Biegesteifigkeit der Schale in Umfangsrichtung abhängt. Dies ist vergleichbar mit der Aussage von Greiner [Greiner, 1984], der den elastischen Bettungsanteil in seinem Balkenmodell von der Umfangsbiegesteifigkeit der Schale abhängig macht.

In jüngerer Zeit (ab 1990) rückte verstärkt das Interesse in den Mittelpunkt, für den Fall der lokal gestützten Kreiszylinderschale unter Axialbelastung, ein einfach zu handhabendes Berechnungsmodell zu entwickeln, welches dem in der Praxis tätigen Ingenieur erlaubt, schnell und übersichtlich den Nachweis für die Standsicherheit der Schalenkonstruktion, und hier speziell für den komplizierten Lasteinleitungsbereich, durchzuführen. Im Zuge dieser Entwicklung gab es verschiedene Forschungsprojekte, die sich mit diesem Ziel befassten und zu Ergebnissen kamen, die an dieser Stelle kurz vorgestellt werden sollen.

So entwickelten Knödel und Ummenhofer [Knödel, 1998] ein Modell, basierend auf dem Winkel der Lastausbreitung, welches es ermöglicht den Stabilitätsnachweis für lokal gestützte Kreiszylinderschalen unter Axialbelastung durchzuführen. Voraussetzung für die Anwendung dieses Konzeptes ist, dass die diskreten Stützungen einen ausreichend großen Abstand zueinander haben, so dass eine gegenseitige Beeinflussung der Stützstellen nicht stattfindet.



**Bild 2.9** Lastausbreitungswinkel nach [Knödel, 1998]

In Bild 2.9 ist zu erkennen, dass der Lastausbreitungswinkel über die Zylinderlänge nicht konstant ist. Er hängt vielmehr von der Höhe des betrachteten Horizontes ab. Es lassen sich zwei unterschiedliche, maßgebende Stellen erkennen:

1. elastisches Beulen

$$h_{gr,el} = 0,5 \cdot l_{H,S} \approx 1,7 \cdot \sqrt{r \cdot t} \quad (2.4)$$

Die maßgebende Stelle, der kritische Horizont, für das Beulen liegt eine halbe Beulenlänge  $l_{H,S}$  vom belasteten Rand entfernt. Dabei ist  $l_{H,S}$  die Halbwellenlänge des kritischen Schachbrettbeulmusters (Kapitel 2.2.1).

2. plastisches Beulen

$$h_{gr,pl} = 0,5 \cdot l_{H,B} \approx 1,2 \cdot \sqrt{r \cdot t} \quad (2.5)$$

Innerhalb des Geltungsbereiches

$$200 \leq r/t \leq 1000$$

$$0,01 \leq \mu \leq 0,04$$

lassen sich folgende Näherungsformeln für die Bestimmung des Lastausbreitungswinkels angeben:

$$\beta(h_{gr,el}) = 535\mu + 39 - (0,5 + 142\mu) \ln(r/t) \quad (2.6)$$

$$\beta(h_{gr,pl}) = 501\mu + 44 - (1,24 + 151\mu) \ln(r/t) \quad (2.7)$$

Mit dem ermittelten Lastausbreitungswinkel lässt sich nun die kritische Breite im maßgebenden Schnitt bestimmen.

Für den Beulnachweis wird die Grenzbeulspannung nach DIN 18800, Teil 4 [DIN 18800-4, 1990] ermittelt. Der Abminderungsfaktor  $\kappa$ , welcher nach DIN 18800, Teil 4, in empirischer Form ermittelt wird und radiale Formänderungen der Schale und Aufstandsimperfektionen berücksichtigt, wird modifiziert. Der Einfluss der Aufstandsunebenheiten wird im Modell explizit berücksichtigt, so dass dieser Effekt aus dem Abminderungsfaktor  $\kappa$  herausgerechnet wird. Mit dem modifizierten  $\kappa$  lässt sich nun eine modifizierte Grenzbeulspannung errechnen, mit der im kritischen Schnitt die aufnehmbare Last über einer lokalen Stützung ermittelt wird:

$$F_{R,d} = \sigma_{xS,R,d,mod} \cdot b \cdot t \quad (2.8)$$

Guggenberger beschäftigte sich mit dem nichtlinearen Beulverhalten von Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung [Guggenberger, 1992]. Ausgehend von diesen Ergebnissen und einem durchgeführten Forschungsprojekt an der Universität Edinburgh [Teng, 1992] wurde erstmals ein Bemessungsvorschlag für den Fall der unversteiften, lokal gestützten Kreiszyinderschale erarbeitet.

Ein weiterführendes Forschungsprojekt, durchgeführt in Zusammenarbeit der Universität Gent und der Technischen Universität Graz, beschäftigte sich ebenfalls mit der lokal gestützten, unversteiften Kreiszyinderschale, betrachtete aber zusätzlich auch den Einfluss einer Vergrößerung der Wanddicke des untersten Schusses des Zylinders. In Ergänzung zu den Modellversuchen an der Universität Gent wurden an der Technischen Universität Graz die numerischen Untersuchungen durchgeführt, aus denen die Bemessungsformeln entwickelt wurden [Rathe, 1996].

In Abhängigkeit des Auflagerbreitenparameters  $\eta = b_A / R$ , der Werkstofffestigkeit  $f_y$  und der Dünnwandigkeit des Kreiszyinders  $r/t$ , kann ein Abminderungsfaktor  $\kappa_{2,lokal}$  bestimmt werden, mit dem die aufnehmbare Last einer Stützung ermittelt werden kann.

$$\kappa_{2,lokal} = \frac{2,83 \cdot f_C}{\bar{\lambda}^{0,77 \cdot f_E} \cdot \eta[\%]} + 0,19 - 1,04 \cdot \log \bar{\lambda} \quad (2.9)$$

mit:

Schlankheitsparameter: 
$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{0,605 \cdot E}} \cdot \sqrt{\frac{r}{t}}$$

Modifikationsfaktoren zur

Erfassung der Stahlgüte: 
$$f_C = 5 \cdot \varepsilon - (0,43 + 3,57 \cdot \varepsilon^2)$$

$$f_E = 6,83 \cdot \varepsilon - (0,87 + 4,51 \cdot \varepsilon^2)$$

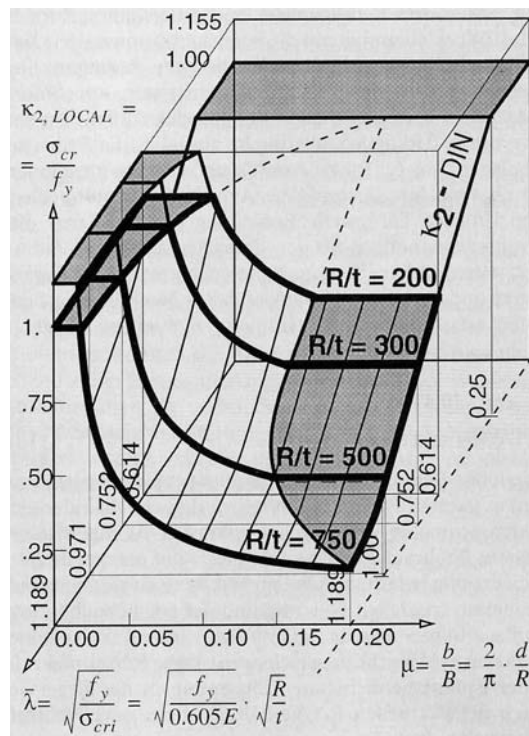
$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

Dabei wird der Abminderungsfaktor  $\kappa_{2, \text{lokal}}$  nach oben auf 1 bzw. 1,115 und nach unten auf den Wert  $\kappa_2$  nach DIN 18800, Teil 4 begrenzt.

Nun berechnet sich die Traglast einer lokalen Stützung wie folgt:

$$F_{cr} = \kappa_{2, \text{lokal}} \cdot f_y \cdot b_A \cdot t \quad (2.10)$$

Der Wert des Abminderungsfaktors kann auch dem Bild 2.10 entnommen werden.



**Bild 2.10** Darstellung der Bemessungsformel nach Gl. (2.9) aus [Guggenberger, 1998 (1)]

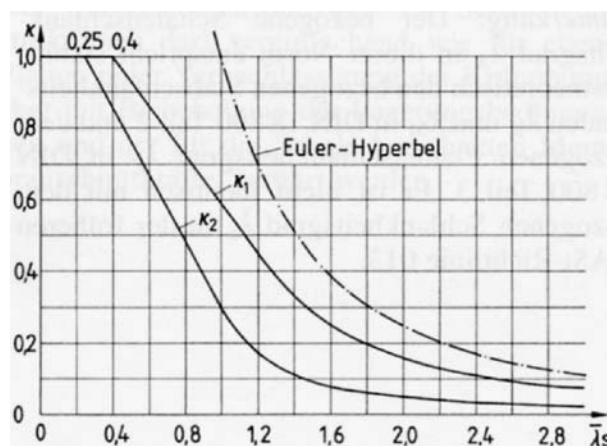
## **2.3 Nachweiskonzepte ausgewählter Regelwerke für axialbelastete Kreiszylinderschalen**

### **2.3.1 DIN 18800, Teil 4**

DIN 18800, Teil 4 „Stabilitätsfälle, Schalenbeulen“ [DIN 18800-4, 1990] ist eine Stahlbau Grundnorm und stellt den Nachfolger der DAST Richtlinie 013 [DAST 013, 1980] dar. In ihr sind die Grundfälle des Schalenbeulens geregelt, nicht jedoch spezielle Fälle, wie die lokal gestützte Kreiszylinderschale, die längsversteiften Schalen oder Schalen mit Öffnungen. Im ersten Schritt des Nachweises der Beanspruchbarkeit ermittelt man die ideale Beulspannung der axialbelasteten Kreiszylinderschale auf einer idealisierten Ebene, wobei die stabilitätstheoretische Berücksichtigung der Schalengeometrie, der Einwirkungsart und der Rand- und Lagerungsbedingungen erfolgt. Grundlage für die angegebenen Gleichungen sind einfache Basisbeulfälle mit konstanten oder zumindest großflächigen Membranspannungsfeldern und Standard-Randbedingungen.

Der Übergang von der perfekten elastischen Schale, der idealisierten Ebene, zur baupraktisch ausgeführten Schale, der realen Ebene, erfolgt mit dem Abminderungsfaktor  $\kappa$ . Diese Faktoren sind das Kernstück des Nachweises (daher auch „ $\kappa$ -Konzept“ genannt) und sind aus zahlreichen Versuchsreihen empirisch ermittelt worden. Man spricht bei dieser Nachweisform auch von einem „halbempirischen“ Nachweiskonzept. Der Abminderungsfaktor  $\kappa$  berücksichtigt den Einfluss der geometrischen und strukturellen Imperfektionen, sowie das nichtelastische Materialverhalten. Daraus resultierend liegt der Wert der realen Beulspannung unter dem der idealen Beulspannung. Dieser Übergang von der idealen Ebene zur realen Ebene ist der „Knackpunkt“ bei der Bemessung von Schalentragwerken.

DIN 18800, Teil 4 unterscheidet zwei Kategorien der Imperfektionssensitivität, die Grundbeulkurven  $\kappa_1$  für „normal imperfektionsempfindliche“ und  $\kappa_2$  für „sehr imperfektionsempfindliche“ Schalenbeulfälle (Bild 2.11). Die axialbelasteten Kreiszylinderschalen sind in die letztere Kategorie einzustufen.



**Bild 2.11** Abminderungsfaktoren  $\kappa$  für das Schalenbeulen

In Abhängigkeit der bezogenen Schalenschlankheit  $\bar{\lambda}_s$ , welche von der Streckgrenze des Materials und der idealen Beulspannung abhängig ist, wird der Abminderungsfaktor  $\kappa$  bestimmt. Die reale Beulspannung ermittelt sich dann aus:

$$\sigma_{sR,k} = \kappa \cdot f_{y,k} \quad (2.11)$$

Der Abminderungsfaktor  $\kappa$  entspricht der bezogenen realen Beulspannung:

$$\kappa = \frac{\sigma_{sR,k}}{f_{y,k}} \quad (2.12)$$

Die angegebenen Abminderungsfaktoren und damit die realen Beulspannungen gelten nur, wenn die in DIN 18800, Teil 4 angegebenen Toleranzwerte nicht überschritten werden. (siehe Kapitel 2.3.4.2). Sollten dennoch Überschreitungen der Herstellungsungenauigkeiten bis zum doppelten Wert der zulässigen Toleranzen auftreten, so ist ein reduzierter Abminderungsbeiwert zu bestimmen, andernfalls sind geeignete Maßnahmen wie z. B. Richtarbeiten erforderlich, die jedoch zusätzliche Eigenspannungszustände in der Schale erzeugen können.

Um von dem Niveau der realen Beulspannung die bemessungsrelevante Grenzbeulspannung zu erhalten, bedarf es nach DIN 18800, Teil 4 der Bestimmung des Teilsicherheitsfaktors  $\gamma_M$ , welcher wiederum von der Imperfektionssensitivität des Schalenbeulfalles abhängt. Die Größe des Teilsicherheitsbeiwertes beträgt für die Grundbeulkurve  $\kappa_1$   $\gamma_M=1,1$ , wie er auch in allen anderen Teilen der DIN 18800 angesetzt wird. Für die Grundbeulkurve  $\kappa_2$  liegt  $\gamma_M$  zwischen der unteren Grenze 1,1 und der oberen Grenze 1,45, für hochschlanke Schalen.

Diese erhöhten Teilsicherheitsbeiwerte berücksichtigen die große Streuung der experimentellen Beullasten dünnwandiger Kreiszylinderschalen, die ein sehr ungünstiges Nachbeulverhalten zeigen und damit extrem imperfektionsempfindlich sind.

### 2.3.2 EN 1993-1-6

Die europäische Norm EN 1993-1-6 [EN 1993-1-6, 2005] ist eine Grundnorm für Schalentragwerke aus Stahl und regelt die Festigkeitsnachweise dieser Konstruktionen. In ihr ist, im Gegensatz zur DIN 18800, Teil 4 nicht nur der Beulsicherheitsnachweis, sondern darüber hinaus auch der Tragsicherheitsnachweis in anderen Grenzzuständen geregelt. So unterscheidet das Regelwerk folgende Grenzzustände:

- |    |                   |   |                                    |
|----|-------------------|---|------------------------------------|
| 1. | Grenzzustand LS 1 | → | Plastisches Versagen oder Zugbruch |
| 2. | Grenzzustand LS 2 | → | Zyklisches Plastizieren            |
| 3. | Grenzzustand LS 3 | → | Beulen                             |
| 4. | Grenzzustand LS 4 | → | Ermüdung                           |

#### 2.3.2.1 Grenzzustand 1 – Plastisches Versagen oder Zugbruch

Durch das Erreichen der plastischen Traglast der Schalenwand, in Folge der äußeren Lasten oder des Bruches in zugbeanspruchten Nettoquerschnitten geschraubter Verbindungen oder Schweißnähten, ist dieser Grenzzustand definiert. Er entspricht nach ENV 1993-1-1 [ENV 1993-1-1, 2004] bzw. DIN 18800, Teil 1 [DIN 18800-1, 1990] der Querschnittstragfähigkeit von Stabtragwerken mit dem Unterschied, dass in Schalen in der Regel zweidimensionale Schnittgrößen- und Spannungsfelder vorhanden sind.

Durch den Teil-Grenzzustand „Plastisches Versagen“ wird berücksichtigt, dass in einem örtlichen Bereich der Schale unter Druck-, Schub- oder Biegebeanspruchung große plastische Deformationen auftreten können. Der Teil-Grenzzustand „Zugbruch“ wird durch das Auseinanderreißen von Teilen der Schalenkonstruktion in Schraub- oder Schweißverbindungen gekennzeichnet.



### 2.3.2.2 Grenzzustand 2 – Zyklisches Plastizieren

Im Grenzzustand 1 ist der Zustand der Plastizierens von Schalenteilen maßgebend. Durch wiederholtes Auftreten dieser Plastizierungen bei Be- und Entlastung der Schale durch die Füll- und Entleerungsvorgänge und der damit verbundenen großen plastischen Verformungen kann ein Kurzzeitermüdungsversagen der entsprechenden Bauteile auftreten. Man spricht hier von „Low-Cycle-Fatigue“. Dieses zyklische Plastizieren ist im Grenzzustand LS 2 auszuschließen.

Es werden elastische Spannungsschwankungen bzw. Dehnungsschwankungen betrachtet, welche sowohl unter der äußeren Lasteinwirkung, als auch unter Zwängungszuständen (z. B. Temperatur, Setzungen etc.) auftreten. Beim spannungsbasierten Tragsicherheitsnachweis (siehe dazu Kapitel 2.3.2.5.1). ist sicherzustellen, dass der Bemessungswert der Spannungsschwingbreite kleiner ist als die Grenz-Vergleichsspannungsschwingbreite:

$$\Delta\sigma_{eq,Ed} \leq \Delta f_{eq,Rd} \quad (2.13)$$

Dabei ist der Bemessungswert der Spannungsschwingbreite:

$$\Delta\sigma_{eq,Ed,i} = \sqrt{\Delta\sigma_x^2 - \Delta\sigma_x\Delta\sigma_\Theta + \Delta\sigma_\Theta^2 + 3\Delta\tau_{x\Theta}^2} \quad (2.14)$$

Wobei der größere Wert  $\Delta\sigma_{eq,Ed,i}$  der beiden Oberflächen, der Bemessungswert  $\Delta\sigma_{eq,Ed}$  der Vergleichsspannungsschwingbreite ist. Der Bemessungswert des Widerstandes, die Grenz-Vergleichsspannungsschwingbreite beträgt:

$$\Delta f_{eq,Rd} = 2f_{yd} \quad (2.15)$$

Damit wird die elastische Spannungsschwingbreite so begrenzt, dass nach dem ersten Plastizieren nahezu rein elastisches Verhalten gewährleistet wird.

Beim numerisch geführten Tragsicherheitsnachweis wird der Wert der gesamten akkumulierten plastischen Dehnung begrenzt:

$$\varepsilon_{p,eq,Ed} \leq 5(f_{yd} / E) \quad (2.16)$$

### 2.3.2.3 Grenzzustand 3 – Beulen

Der spannungsbasierte Tragsicherheitsnachweis in diesem Grenzzustand entspricht dem Nachweis des deutschen Regelwerkes DIN 18800, Teil 4 [DIN 18800-4, 1990]. Das prinzipielle Vorgehen und dazugehörige Erläuterungen bei der Nachweisführung sind in Kapitel 2.3.1 beschrieben. Der in EN 1993-1-6 [EN 1993-1-6, 2005] verwendete Abminderungsfaktor  $\chi$  entspricht dem Abminderungsfaktor  $\kappa$  in DIN 18800, Teil 4.

Der Abminderungsfaktor  $\chi$  wird nicht mehr direkt in Abhängigkeit des bezogenen Schlankheitsgrades  $\overline{\lambda}_s$  der Schale ermittelt, sondern wird in einer zweistufigen Prozedur in Abhängigkeit des elastischen Imperfektionsfaktors  $\alpha$  bestimmt. Dieses Vorgehen beim Nachweis der Beulsicherheit axialbelasteter Kreiszyinderschalen ist in vielen Schalenbeul-Regelwerken üblich, wie auch im Vorgängerregelwerk der DIN 18800, Teil 4 der DAST-Richtlinie 013 [DAST 013, 1980]. Es hat den Vorteil, dass die Anteile der geometrisch bedingten elastischen und der werkstofflich bedingten plastischen Abminderung an der Gesamtabminderung transparenter dargestellt werden.

Schalentragwerke werden nach [EN 1993-1-6, 2005] in drei Herstelltoleranz-Qualitätsklassen eingeteilt

Klasse A – Exzellent,

Klasse B – Hoch,

Klasse C – Normal,

von denen der elastische Imperfektionsfaktor  $\alpha$  abhängig ist. Mit Hilfe dieses Faktors wird der, den elastisch-plastischen Übergang beschreibende, teilplastische Grenzsclankheitswert  $\overline{\lambda}_p$  bestimmt und der Abminderungsfaktor  $\chi$  ermittelt. Damit kann die charakteristische (reale) Beulspannung  $\sigma_{xRk}$  und, mit Berücksichtigung des Teilsicherheitsfaktors, die Grenzbeulspannung  $\sigma_{xRd}$  ermittelt werden.

#### 2.3.2.4 Grenzzustand 4 – Ermüdung

Dieser Grenzzustand definiert die klassische Langzeitermüdung und ist abhängig von den Spannungsschwingbreiten. Beim spannungsbasierten Ermüdungssicherheitsnachweis wird dem Bemessungswert der Spannungsschwingbreite die Grenzer müdungsspannung gegenübergestellt. Der Nachweis lautet damit:

$$\gamma_{Ff} \Delta \sigma_E \leq \Delta \sigma_R / \gamma_{Mf} \quad (2.17)$$

Der Ermüdungssicherheitsnachweis folgt den Regeln in ENV 1993-1-9 [ENV 1993-1-9, 2003].

#### 2.3.2.5 Alternative Nachweismethoden der EN 1993-1-6

Nach dem vorliegenden Regelwerk ist es möglich, für alle o. g. Grenzzustände der Tragfähigkeit die drei folgenden Nachweiskonzepte anzuwenden.

1. Spannungsbasierter Tragsicherheitsnachweis
2. Numerisch gestützter Tragsicherheitsnachweis
3. Direkter Tragsicherheitsnachweis

##### 2.3.2.5.1 Spannungsbasierter Tragsicherheitsnachweis

Bei dieser Nachweismethode handelt es sich um das traditionelle Konzept, bei dem die Spannungen aus den Bemessungswerten der Einwirkungen den Bemessungswerten der Grenzspannungen gegenübergestellt werden. Dabei werden drei Spannungs kate gorien, Primärspannungen, Sekundärspannungen und Lokalspannungen, unterschieden. Die Primärspannungen sind Spannungen, die für das aus den aufgebrachten Lasten erforderliche Gleichgewicht notwendig sind. Die Sekundärspannungen entstehen in statisch unbestimmten Systemen durch innere Kompatibilität und Kompatibilität an den Rändern, infolge der Belastungen oder auftretender Verformungen. Lokalspannungen treten bei örtlichen Lastspitzen infolge von Kerbwirkungen auf.

### 2.3.2.5.2 Direkter Tragsicherheitsnachweis

Beim direkten Tragsicherheitsnachweis werden „Ingenieurbemessungsmodelle“ verwendet. Gerade für den Grenzzustand Beulen (Limit State 3) stehen jedoch solche „Ingenieurformeln“ kaum zur Verfügung, so dass diese Nachweismethode nur beschränkt anwendbar ist.

### 2.3.2.5.3 Numerisch gestützter Tragsicherheitsnachweis

Diese Nachweismethode basiert auf einer numerischen Analyse der Gesamtstruktur z. B. mit Hilfe der Finiten-Element-Methode. Dabei werden Computerberechnungen auf verschiedenen Genauigkeitsniveaus durchgeführt, welche von einer linear-elastischen (LA) bis zu einer geometrisch und materiell nichtlinearen imperfekten (GMNIA) Berechnung reichen (Kapitel 2.3.3.2.2).

## 2.3.3 Numerisch gestützte Beulsicherheitsnachweise

### 2.3.3.1 E DAST-Ri 017

Erstmals war es nach der E DAST-Richtlinie 017 [DAST 017, 1992] möglich, den Beultragsicherheitsnachweis mittels numerischer Beulanalysen durchzuführen. Dabei sind verschiedene Berechnungskonzepte möglich, die mit der Berechnungsschärfe im Zusammenhang stehen.

**Tabelle 2.1** Berechnungskonzepte nach E DAST-Ri 017

Modellierung des Werkstoffes	Modellierung der Geometrie	
	perfekt	imperfekt
elastisch	<b>I</b> Numerisch berechneter idealer Beulwiderstand der geometrisch perfekten, elastischen Schale, Abminderungsfaktor für den Einfluss der Imperfektionen und des nichtelastischen Werkstoffverhaltens	<b>III a</b> Numerisch berechneter Beulwiderstand der mit angenommenen Imperfektionen versehenen Schale als baupraktisch hinreichend genaues Äquivalent zum realen Beulwiderstand
elastisch-plastisch	<b>II</b> Numerisch berechneter ideal-elastischer-plastischer Beulwiderstand der geometrisch perfekten Schale, Abminderungsfaktor für den Einfluss der Imperfektionen	<b>III b</b> wenn erforderlich unter Berücksichtigung des elastisch-plastischen Werkstoffverhaltens.

Auf eine detaillierte Erläuterung der Verfahrensweise bei der Durchführung der verschiedenen Berechnungskonzepte wird an dieser Stelle verzichtet und auf die E DAST-Ri 017 [DAST 017, 1992] bzw. auf das folgende Kapitel verwiesen.

### 2.3.3.2 EN 1993-1-6

#### 2.3.3.2.1 Globale MNA und LBA Berechnung

Bei diesem Konzept wird der Beulwiderstand als Lastfaktor  $R$ , bezogen auf die Bemessungswerte der entsprechenden Einwirkungskombination, dargestellt. Für die Ermittlung des Bemessungswertes des Beulwiderstandes benötigt man den plastischen Referenzwiderstand  $R_{pl}$ , den idealen Beulwiderstand  $R_{cr}$  und den Teilsicherheitsfaktor  $\gamma_M$ . Der plastische Referenzwiderstand ist dabei mittels einer materiell nichtlinearen Berechnung (MNA) zu bestimmen und entspricht der plastischen Grenzlast unter der gegebenen Einwirkungskombination. Auf der sicheren Seite liegend darf der plastische Beulwiderstand auch über eine lineare elastische Berechnung (LA) erfolgen, basierend auf der Grundlage der elastischen Schalenbiegetheorie, der perfekten Geometrie der Schale und mit den entsprechenden Bemessungswerten der Einwirkungskombination. Folgende Bedingung gilt dann für die Bestimmung des plastischen Beulwiderstandes:

$$R_{pl} = \frac{t \cdot f_{yk}}{\sqrt{n_x^2 - n_x n_\Theta + n_\Theta^2 + 3n_{x\Theta}^2}} \quad (2.18)$$

Dabei genügt es, diejenigen drei Stellen der Schale zu untersuchen, an denen die beulrelevanten Membrankräfte jeweils ihren maximalen Wert annehmen.

Aus einer Eigenwertanalyse (LBA), angesetzt auf den linear-elastisch berechneten Spannungszustand in der geometrisch perfekten Schale (LA) und den entsprechenden Bemessungswerten der Einwirkungskombination, wird der ideale Beulwiderstand  $R_{cr}$  berechnet. Der kleinste auftretende Eigenwert entspricht  $R_{cr}$ . Der bezogene Schlankheitsgrad der gesamten Schale kann bestimmt werden mit:

$$\bar{\lambda}_{ov} = \sqrt{R_{pl} / R_{cr}} \quad (2.19)$$

Mit dem Beul-Abminderungsfaktor  $\chi_{OV}$ , ermittelt wie beim spannungsbasierten Beultragsicherheitsnachweis (Kapitel 2.3.2.3), wird der charakteristische Beulwiderstand bestimmt:

$$R_k = \chi_{OV} \cdot R_{pl} \quad (2.20)$$

Mit dem Bemessungswert des Beulwiderstandes

$$R_d = R_k / \gamma_M \quad (2.21)$$

kann der Beulsicherheitsnachweis in folgender Form geführt werden:

$$\boxed{F_d \leq R_d F_d} \quad \text{oder} \quad \boxed{R_d \geq 1} \quad (2.22)$$

#### 2.3.3.2.2 Globale GMNIA Berechnung

Bei diesem Nachweiskonzept erhält man den charakteristischen Wert des Beulwiderstandes  $R_k$  aus dem Beulwiderstand  $R_{GMNIA}$  einer vollständig nichtlinearen Berechnung der Schalenstruktur an der imperfekten Geometrie und einem Kalibrierungsfaktor  $k_{GMNIA}$  unter Ansatz der Bemessungswerte der entsprechenden Einwirkungskombination. Diese Vorgehensweise entspricht der höchsten ansetzbaren Genauigkeit, welche bei einer numerischen Analyse berücksichtigt werden kann. Parallel zur GMNIA-Berechnung der Schalenstruktur sollte eine Eigenwertberechnung durchgeführt werden, um etwaige Lastverzweigungen auf dem Lastpfad zu erkennen. Der wichtigste Schritt bei diesem Nachweiskonzept besteht in der Annahme der anzusetzenden Ersatzimperfektionen. So sollte vor der vollständig nichtlinearen Berechnung am imperfekten System (GMNIA) immer eine vollständig nichtlineare Berechnung am perfekten System (GMNA) durchgeführt werden, um sicherzustellen, dass die später angesetzten Ersatzimperfektionen auf die Schalenstruktur zu einem ungünstigerem Tragverhalten führen und damit zu einem niedrigerem Beulwiderstand.

$$R_{GMNA} > R_{GMNIA}$$

Eine konservative Ermittlung des Beulwiderstandes  $R_{GMNIA}$  ist auch über eine numerische Analyse der Schalenstruktur ohne die Berücksichtigung des elastisch-plastischen Materialverhaltens möglich. Bei dieser Vorgehensweise ist sicherzustellen,

dass an keiner Stelle der Bemessungswert der Fließgrenze überschritten wird. Wählt man den letztgenannten Weg, um den Beulwiderstand einer Schale zu bestimmen, kann dies unter Umständen zu einer unwirtschaftlichen Bemessung führen, da gerade unter Zwangsbeanspruchungen ein Abbau der Spannungsspitzen erfolgen würde. Dieser Effekt wird in einer GMNIA-Berechnung berücksichtigt.

Die numerische Berechnung des elastisch-plastischen Beulwiderstandes  $R_{GMNIA}$  muss unter Berücksichtigung der imperfekten Schalenstruktur erfolgen und sicherstellen, dass die baupraktisch auftretenden Abweichungen von den idealen Zuständen auf der sicheren Seite liegend berücksichtigt werden. So werden real, geometrische Imperfektionen (z. B. Geometrieabweichungen von der Soll-Form) und strukturelle Imperfektionen (z. B. Eigenspannungszustände im Bauteil, Inhomogenitäten) auftreten.

Der Ansatz von den, die Schalenstruktur am ungünstigsten beeinflussenden Ersatzimperfektionen ist in den letzten Jahren ein Gebiet mit zahlreichen Forschungsaktivitäten [Schneider, 2004 (2)] [Gettel, 2004] [Knödel, 1995].

Die real vorhandenen Imperfektionen müssen als Ersatzimperfektionen in das numerische Berechnungsmodell eingearbeitet werden. Dies geschieht in der Regel durch eine Verschiebung der perfekten Schalengeometrie senkrecht zur Schalenmittelfläche (in Normalenrichtung der Schale). Sollte eine angesetzte Ersatzimperfektion nicht zweifelsfrei die ungünstigste darstellen, so sind andere Imperfektionsformen zusätzlich zu untersuchen. In [EN 1993-1-6, 2005] sind die anzusetzenden Amplituden der Ersatzimperfektionen für die numerische Analyse des Beulwiderstandes in Abhängigkeit der Herstelltoleranz-Qualitätsklasse geregelt.

Der größere der beiden folgenden Werte ist als zu berücksichtigende Abweichung  $\Delta w_{0,eff}$  der ersatzimperfekten Schalenstruktur von der perfekten Geometrie anzusetzen:

$$\Delta w_{0,eff,1} = l_g \cdot U_{n1} \quad (2.23)$$

$$\Delta w_{0,eff,2} = 25 \cdot t \cdot U_{n2} \quad (2.24)$$

In den angegebenen Formeln (2.23 und 2.24) sind die bezogenen Imperfektionsamplituden  $U_{n1}$  und  $U_{n2}$  in Abhängigkeit der Herstelltoleranz-Qualitätsklasse zu berücksichtigen (Tabelle 2.2).

**Tabelle 2.2** Werte der bezogenen Imperfektionsamplituden  $U_{n1}$  und  $U_{n2}$ 

Herstelltoleranz- Qualitätsklasse	Beschreibung der Qualität	Wert von $U_{n1}$	Wert von $U_{n2}$
Klasse A	Exzellent	0,01	0,01
Klasse B	Hoch	0,016	0,016
Klasse C	normal	0,025	0,025

Die Ermittlung der relevanten Messlängen  $l_g$  wird im nächsten Kapitel beschrieben.

Die Zuverlässigkeit der ermittelten Beulwiderstände  $R_{GMNIA}$  kann mit Hilfe zweier Methoden überprüft werden:

1. Vergleich des aus der numerischen Berechnung erhaltenen GMNIA-Beulwiderstandes ( $R_{GMNIA,check}$ ) von Schalenbeulfällen, dessen charakteristische Beulwiderstände bekannt sind ( $R_{k,known,check}$ )
2. Vergleich des aus der numerischen Berechnung erhaltenen GMNIA-Beulwiderstandes ( $R_{GMNIA,check}$ ) mit bekannten Versuchsergebnissen ( $R_{test,known,check}$ ).

Dabei ist darauf zu achten, dass die zu vergleichenden Ergebnisse an Schalenstrukturen mit denselben beulbeherrschenden Randbedingungen (Werkstoff, Imperfektionssensibilität, bezogener Schlankheitsgrad) ermittelt werden.

Für die endgültige Ermittlung des GMNIA-Beulwiderstandes ist gegebenenfalls ein Kalibrierungsfaktor  $k_{GMNIA}$  einzuführen, der sich folgendermaßen bestimmen lässt:

$$k_{GMNIA} = \frac{R_{k,known,check}}{R_{GMNIA,check}} \quad \text{oder} \quad k_{GMNIA} = \frac{R_{test,known,check}}{R_{GMNIA,check}} \quad (2.25)$$

Der Kalibrierungsfaktor sollte dabei die folgende Bedingung erfüllen:

$$0,8 < k_{GMNIA} < 1,2$$

Sollte sich dieser Faktor nicht in der angegebenen Bandbreite bewegen, so sind die Ergebnisse des Beulwiderstandes der numerischen Analyse nicht zu verwenden, sondern die Ursachen für die übermäßige Abweichung für weitere Berechnungen abzuklären.



Mit dem charakteristischen Wert des Beulwiderstandes

$$R_k = k_{GMNIA} \cdot R_{GMNIA} \quad (2.26)$$

und dem Teilsicherheitsbeiwert kann der Nachweis

$$\boxed{F_d \leq R_d F_d} \quad \text{oder} \quad \boxed{R_d \geq 1} \quad (2.27)$$

mit dem Bemessungswert des Beulwiderstandes geführt werden.

Die numerische Beulanalyse nach [EN 1993-1-6, 2005] ist ein geeignetes Berechnungsverfahren für den Beultragsicherheitsnachweis von Schalentragwerken und bietet die Möglichkeit, auch kompliziertere Schalenbeulfälle bzw. Schalenstrukturen zu bemessen. Voraussetzungen für die sichere Handhabung dieser Berechnungsform sind vertiefte Kenntnisse in der Beurteilung des komplizierten Tragverhaltens von Schalenstrukturen (siehe den Ansatz der ungünstigsten Imperfektionsform der GMNIA-Analyse), ein sicherer Umgang mit der FEM-Software sowie die sinnvolle Interpretation der erhaltenen Ergebnisse.

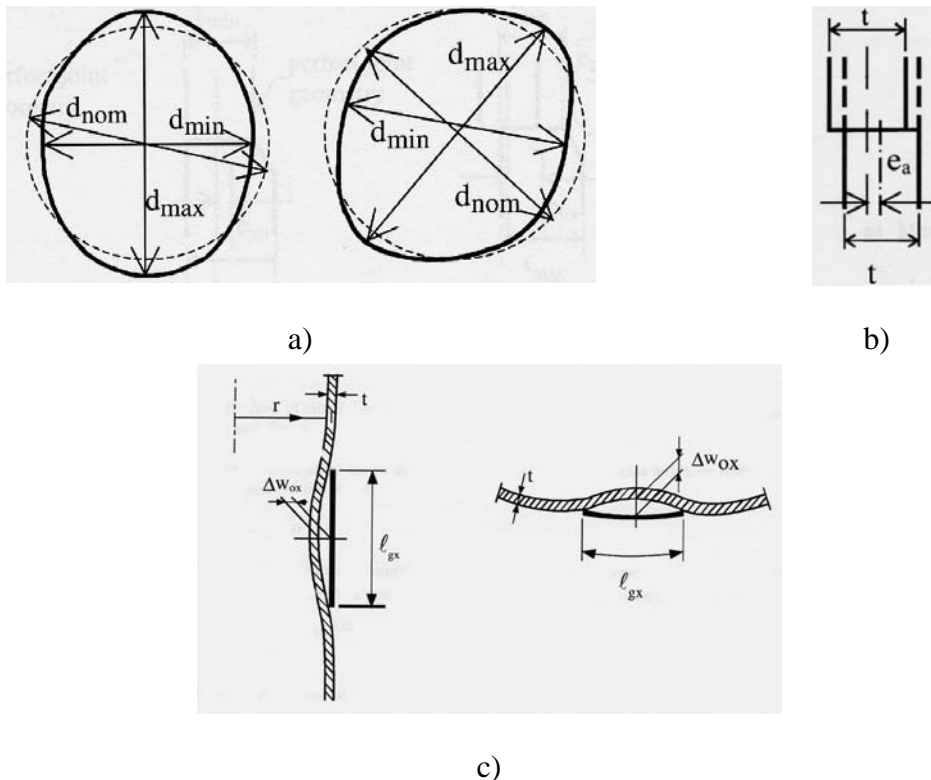
Bei verantwortungsvollem Umgang mit dieser Art von Berechnung ist ein doch erheblicher Berechnungsaufwand verbunden (z. B. Untersuchung des ungünstigsten Imperfektionseinflusses, parallel durchzuführende Eigenwertberechnungen), welcher für einen in der Praxis tätigen „Allround-Ingenieur“, der zumeist unter Zeit- und Kostendruck steht, kaum wirtschaftlich zu kalkulieren ist. Daraus kann sich durchaus die Gefahr ergeben, dass solche anspruchsvollen Berechnungen ohne die nötige Sorgfalt durchgeführt werden und somit ein Sicherheitsrisiko darstellen können.

### 2.3.4 Beulrelevante, geometrische Toleranzen in den Regelwerken

#### 2.3.4.1 Allgemeines

In den Regelwerken [DIN 18800-4, 1990] und [EN 1993-1-6, 2005] sind Toleranzwerte für beulrelevante Geometrienengrößen angegeben, welche bei der Nachweisführung einzuhalten sind. Es gibt drei Arten geometrischer Herstellungungenauigkeiten:

1. Unrundheit der Schale (Bild 2.12 a),
2. unplanmäßige Exzentrizitäten an Stoßstellen der Schale (Bild 2.12 b),
3. Vorverformungen (Vorbeulen) der Schalenwand (2.12 c).



**Bild 2.12** Geometrische Toleranzen - Unrundheit, Exzentrizität und Vorbeulen

Die in den Regelwerken verwendeten Nachweiskonzepte gelten nur, wenn diese Toleranzwerte nicht überschritten werden. [DIN 18800-4, 1990] bietet die Möglichkeit, diese zulässigen Abweichungen um das zweifache zu überschreiten, wobei die reale Beulspannung (Kapitel 2.3.1) mit einem reduzierten Abminderungsbeiwert  $\kappa$  bestimmt werden muss. [EN 1993-1-6, 2005] differenziert die zulässigen Toleranzen nach der

Herstelltoleranz-Qualitätsklasse (Kapitel 2.3.2.3). Die Toleranzwerte der Klasse B entsprechen dabei den Angaben in [DIN 18800-4, 1990].

#### 2.3.4.2 DIN 18800, Teil 4

##### 2.3.4.2.1 Unrundheit

$$U = 2 \cdot \frac{\max d - \min d}{\max d + \min d} \cdot 100 \leq zulU \quad (2.28)$$

$$\text{für } d \leq 500mm : \quad zulU = 2\% \quad (2.29 \text{ a})$$

$$\text{für } d \geq 1250mm : \quad zulU = 0,5\% \quad (2.29 \text{ b})$$

Zwischen den Werten nach Gleichung (2.29 a) und (2.29 b) ist linear zu interpolieren.

##### 2.3.4.2.2 Exzentrizität

$$e \leq 0,2 \cdot t \quad (2.30 \text{ a})$$

$$e \leq 3mm \quad (2.30 \text{ b})$$

##### 2.3.4.2.3 Vorbeulen

Die Amplitude der Vorbeultiefe darf 1 % der Messlänge nicht überschreiten. Diese ist folgendermaßen definiert:

- Kreiszyylinder- und Kegelschalen in Meridianrichtung

$$l_{mx} = 4 \cdot \sqrt{r \cdot t} \quad (2.31 \text{ a})$$

- Kreiszyylinder- und Kegelschalen in Umfangsrichtung

$$l_{m\phi} = \frac{2,3 \cdot r}{\sqrt{\frac{r}{l}} \cdot \sqrt{\frac{r}{t}}} \quad (2.31 \text{ b})$$

In allen Fällen darf die Messlänge auf 2000 mm beschränkt werden. Im Bereich von Schweißnähten ist sie auf höchstens 500 mm zu begrenzen.

## 2.3.4.3 EN 1993-1-6

## 2.3.4.3.1 Unrundheit

Folgende Bedingung ist einzuhalten:

$$U_r \leq U_{r,\max} \quad (2.32)$$

Dabei ist

$$U_r = \frac{d_{\max} - d_{\min}}{d_{\text{nom}}} \quad (2.33)$$

der Wert der vorhandenen Unrundheit.

Der Grenzwert der Unrundheit bestimmt sich nach den Angaben in Tabelle 2.3.

**Tabelle 2.3** Toleranz-Grenzwerte für den Unrundheitsparameter  $U_{r,\max}$

Durchmesser		$d \leq 0,5m$	$0,5m < d < 1,25m$	$1,25m \leq d$
Herstelltoleranz- Qualitätsklasse	Beschreibung der Qualität	Werte für $U_{r,\max}$		
Klasse A	Exzellent	0,014	$0,007+0,0093(1,25-d)$	0,007
Klasse B	Hoch	0,02	$0,010+0,0133(1,25-d)$	0,01
Klasse C	Normal	0,03	$0,015+0,02(1,25-d)$	0,015

## 2.3.4.3.2 Exzentrizität

Der Grenzwert der Exzentrizität ist dann eingehalten, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$U_e \leq U_{e,\max} \quad (2.34)$$

Die unplanmäßige Exzentrizität ist mit

$$U_e = \frac{e_a}{t_{\min}} \quad \text{oder} \quad U_e = \frac{e_a}{t} \quad (2.35)$$

zu ermitteln.

Die Toleranz-Grenzwerte für den Exzentrizitätsparameter sind Tabelle 2.4 zu entnehmen.

**Tabelle 2.4** Toleranz-Grenzwerte für den Exzentrizitätsparameter  $U_{e,max}$ 

Herstelltoleranz-Qualitätsklasse	Beschreibung der Qualität	Wert von $U_{e,max}$	Maximal zulässige unplanmäßige Exzentrizität
Klasse A	Exzellente	0,14	$e_a \leq 2mm$
Klasse B	Hoch	0,2	$e_a \leq 3mm$
Klasse C	Normal	0,3	$e_a \leq 4mm$

## 2.3.4.3.3 Vorbeulen

Zur Bestimmung der Vorbeulamplituden sind Messlehren zu verwenden, deren Längen wie folgt definiert sind:

- Messung in Meridian- und Umfangsrichtung bei Meridiandruckspannungen

$$l_{gx} = 4 \cdot \sqrt{r \cdot t} \quad (2.36)$$

- Messung in Umfangsrichtung bei Umfangsdruckspannungen oder Schubspannungen

$$l_{g\Theta} = 2,3 \cdot (l^2 r t)^{0,25} \quad (2.37)$$

Der vorhandene Vorbeulparameter ist wie folgt zu ermitteln:

$$U_{0x} = \frac{\Delta w_{0x}}{l_{gx}} \quad \text{bzw.} \quad U_{0\Theta} = \frac{\Delta w_{0\Theta}}{l_{g\Theta}} \quad (2.38)$$

Der Grenzwert der Vorbeultiefe lässt sich nach Tabelle 2.5 bestimmen.

**Tabelle 2.5** Toleranz-Grenzwert für den Vorbeulparameter  $U_{0,max}$ 

Herstelltoleranz-Qualitätsklasse	Beschreibung der Qualität	Wert von $U_{0,max}$
Klasse A	Exzellente	0,006
Klasse B	Hoch	0,01
Klasse C	Normal	0,016

Die einzuhaltende Bedingung lautet:

$$U_{0x} \leq U_{0,max} \quad \text{bzw.} \quad U_{0\Theta} \leq U_{0,max} \quad (2.39)$$

Werden diese Grenzwerte nicht eingehalten, müssen geeignete Korrekturmaßnahmen, wie z. B. Richtarbeiten, vorgenommen werden.



## 3 Experimentelle Untersuchungen

### 3.1 Allgemeines

Ohne experimentelle Untersuchungen kommt man bei der Entwicklung eines Beultragsicherheitsnachweises für Schalentragerwerken nicht aus. Dies verdeutlicht das in den Regelwerken (siehe Kapitel 2.3) angewandte „halbempirische“ Nachweiskonzept. Die theoretische Grundlage bildet dabei die lineare Beultheorie der perfekten Schale, welche die ideale Beullast ergibt. Diese ideale Beullast ist keine Lastgröße, sondern eine Systemeigenschaft. Wegen ihrer Realitätsferne (perfekte Schale) kann sie zum Nachweis der Beulsicherheit nicht direkt herangezogen werden. Die Abminderung auf die reale Beullast erfolgt über die Abminderungsfaktoren  $\kappa$  nach [DIN 18800-4, 1990] bzw.  $\chi$  nach [EN 1993-1-6, 2005], welche aus experimentell ermittelten Beulkurven entnommen werden.

Hier wird ersichtlich, dass selbst in einer Zeit, in der die Rechentechnik sehr weit fortgeschritten ist, kein numerisch gestütztes, in sich geschlossenes Bemessungskonzept zur Verfügung steht, da das Problem im Übergang von der idealisierten zur realen Struktur, durch die in der Praxis vorliegenden geometrischen und strukturellen Imperfektionen, theoretisch nicht exakt definiert werden kann.

Dies verdeutlicht das Erfordernis, theoretisch gewonnene Ergebnisse mit experimentellen Daten zu vergleichen, um abgesicherte Aussagen zu erhalten.

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Versuche an Modellschalen (Versuchsserie 1) dienen der Kalibrierung des numerischen Berechnungsmodells für die Parameterstudien und des daraus entwickelten Ingenieurmodells für die Bemessung von diskret gestützten Kreiszyinderschalen mit Lasteinleitungssteifen.

In der zweiten Versuchsserie soll die Auswirkung eines angeordneten kreiskegelstumpfförmigen Trichters auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale und der Einfluss der Lasteinleitung in die Schale (Axiallast am oberen Rand oder Lasten über das Schüttgut) untersucht werden.

## 3.2 Versuchsprogramm

Ziel des Versuchsprogramms war die experimentelle Untersuchung des Tragverhaltens von axialbelasteten Kreiszyinderschalen auf diskreten Stützungen mit angeordneten Lasteinleitungssteifen über den Auflagern. Die experimentell erhaltenen Traglasten und Versagensformen sind erforderlich, um das numerische Berechnungsmodell für die im Anschluss durchzuführenden Parameterstudien zu verifizieren. Es wurden zwei Versuchsserien durchgeführt.

1. Die erste Versuchsserie wurde an lokal gestützten, über den Auflagern mit Längssteifen versehenen Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung durchgeführt. Hierbei sollte der Einfluss der Höhe der Längssteifen (von 10% bis 50% der Zylinderhöhe) und deren Steifigkeit (Variation der Längssteifenbreite) auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale untersucht werden.
2. Bei den experimentellen Untersuchungen an den Modellschalen der zweiten Versuchsserie wurden Aussagen über den Einfluss, eines am unteren Schalenrand befestigten kreiskegelstumpfförmigen Auslauftrichters und die unterschiedliche Lasteinleitung in den Schalenmantel, auf das Tragverhalten der Schale getroffen.

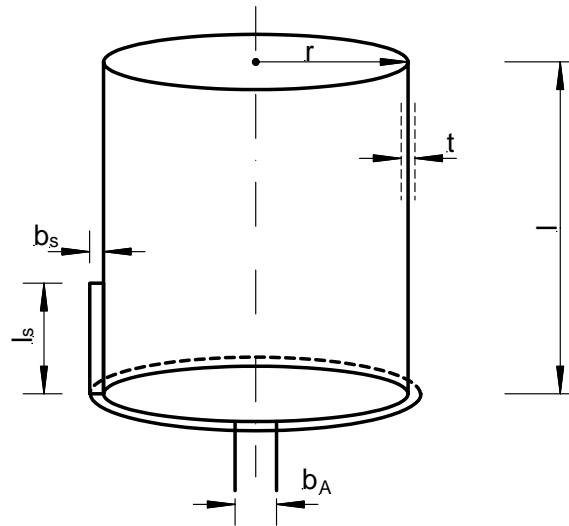
Die Geometrie der Versuchskörper wurde in Anlehnung an ein durchgeführtes Forschungsprojekt, an der Universität Gent und der Technischen Universität Graz [Rathe, 1996], [Lagae, 1999] gewählt, bei dem Bemessungsvorschläge für die lokal gestützte, axialbelastete unversteifte Kreiszyinderschale und die im untersten Schuss mit einer vergrößerten Wanddicke ausgeführte Kreiszyinderschale entwickelt wurden. Bei der Planung und Ausführung der experimentellen Untersuchungen wurden folgende Randbedingungen besonders berücksichtigt:

1. die herstellungsbedingten Schweißeigenspannungen auf ein Minimum zu reduzieren,
2. anfängliche Verformungen der Schalenwand genau zu erfassen,
3. statisch bestimmte Lagerung der Modellschale (Drei-Punkt-Lagerung).



Das Tragverhalten von auf diskreten Stützen gelagerten Kreiszylinderschalen hängt von zahlreichen Einflussparametern ab. Die wichtigsten sind hier noch einmal zusammengefasst (Bild 3.1):

1. Querschnittsschlankheit  $r/t$ ,
2. Längenschlankheit  $l/r$ ,
3. Anzahl der diskreten Stützungen,
4. Auflagerbreite,
5. geometrische und strukturelle Imperfektionen,
6. Ausbildung des Lasteinleitungsbereiches.



**Bild 3.1** Bezeichnungen der diskret gelagerten Kreiszylinderschale mit Auflagerversteifungen

Die experimentellen Untersuchungen an Modellschalen können jedoch nicht alle einflussnehmenden Parameter und deren Kombination berücksichtigen. Sie müssen sich aus diesen Gründen auf vereinzelte Parameter beschränken.

So wurden, wie bereits erwähnt, die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen an den Modellschalen genutzt, um ein möglichst exaktes numerisches Berechnungsmodell zu finden, an dem im Nachgang zahlreiche Parameterstudien durchgeführt werden, um ein Ingenieurmodell zum Nachweis der diskret gestützten und versteiften Kreiszylinderschale zu entwickeln.

Die Durchführung der zwei Versuchsserien erfolgte in einem zeitlichen Abstand, um die Ergebnisse und Erfahrungen der ersten Versuchsserie für die Vorbereitung und Durchführung der zweiten Versuchsserie zu nutzen.

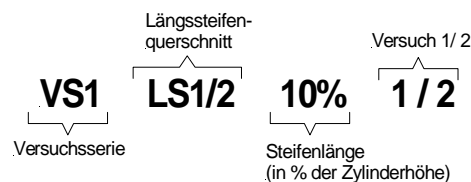
Die Querschnittsschlankheit  $r/t$ , die Längenschlankheit  $l/r$ , die Abmessungen der Endringsteife und die Randbedingungen wurden bei beiden Versuchsserien konstant gehalten. Der Variation unterlagen ausschließlich die Höhe der Längssteifen über den Auflagern und die Längssteifenstärke.

### 3.2.1 Versuchsserie 1

In der ersten Versuchsserie wurden insgesamt 20 Kreiszyinderschalen getestet. Dabei wurde die Länge und der Querschnitt der Längsaussteifungen variiert, um den Einfluss dieser Aussteifungen auf das Tragverhalten respektive die Beultraglast zu untersuchen.

Von einer Modellschale wurden immer zwei gleichartige Versuchskörper gefertigt, um eine Überprüfung der Versuchsergebnisse sicherzustellen.

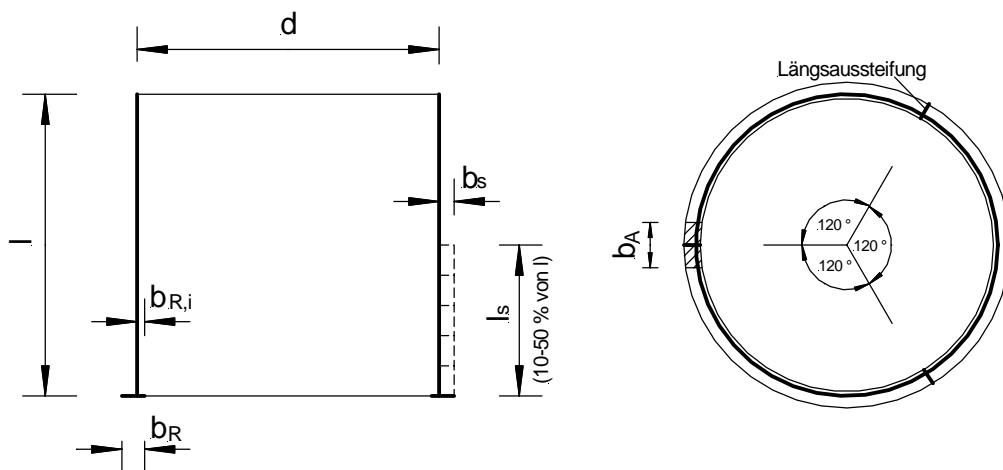
Die folgende Bezeichnungsweise wurde gewählt, um die Eindeutigkeit und Nachvollziehbarkeit der durchgeführten Versuche zu gewährleisten:



#### 3.2.1.1 Modellschalen

In Bild 3.2 und der Tabelle 3.1 sind die geometrischen Abmessungen der einzelnen Modellschalen angegeben.

Die Querschnittsschlankheit  $r/t$  der Modellschalen beträgt 350, die Längenschlankheit  $l/r = 2$ , die Wandstärke der Kreiszyinderschale ist 1 mm und die Auflagerbreite  $b_A$  ist 100 mm.



**Bild 3.2** Bezeichnungen der Modellschalen in Versuchsserie 1

**Tabelle 3.1** Geometrische Abmessungen der Modellschalen der Versuchsserie 1

Versuch	Zylinder			Ringsteife			Längssteife		
[mm]	l	d	t	b <sub>R</sub>	b <sub>R,i</sub>	t <sub>R</sub>	b <sub>s</sub>	l <sub>s</sub>	t <sub>s</sub>
VS1LS1-10-1/2	700	700	1	30	10	1	20	70	1
VS1LS1-20-1/2	700	700	1	30	10	1	20	140	1
VS1LS1-30-1/2	700	700	1	30	10	1	20	210	1
VS1LS1-40-1/2	700	700	1	30	10	1	20	280	1
VS1LS1-50-1/2	700	700	1	30	10	1	20	350	1
VS1LS2-10-1/2	700	700	1	30	10	1	30	70	2
VS1LS2-20-1/2	700	700	1	30	10	1	30	140	2
VS1LS2-30-1/2	700	700	1	30	10	1	30	210	2
VS1LS2-40-1/2	700	700	1	30	10	1	30	280	2
VS1LS2-50-1/2	700	700	1	30	10	1	30	350	2

Ziel der experimentellen Untersuchungen war es, den Einfluss der Längsaussteifungen über den Auflagermeridianen zu untersuchen.

So wurden, wie in Tabelle 3.1 dargestellt, zwei unterschiedliche Steifenquerschnitte gewählt. Der Längssteifenquerschnitt 1 (LS1) betrug 1 x 20 mm und der Längssteifenquerschnitt 2 (LS2) betrug 2 x 30 mm.

Des Weiteren wurde die Länge der Steifen zwischen 10 % bis zu 50 % der Zylinderhöhe variiert.

Eine Untersuchung von Längssteifenlängen über 50% der Zylinderhöhe wurde aus baupraktischen Gründen ausgeschlossen, da in diesem Fall die Schalenstruktur entweder komplett längsversteift ausgeführt wird oder eine andere Versteifungsart im Lasteinleitungsbereich zur Anwendung kommen würde.

#### 3.2.1.2 Herstellung der Modellschalen

Alle Versuchskörper wurden an der Forschungs- und Materialprüfanstalt der Brandenburgischen Technischen Universität gefertigt.

Als Ausgangsmaterial für die Herstellung der Prüfkörper diente Stahlblech mit einer Nennblechdicke von 1 mm. Das Stahlblech wurde auf einer Schneidemaschine auf die vorgegebenen Abmessungen abgelängt. Anschließend wurde das Stahlblech auf einer Biegemaschine mit dem vorgegebenen Radius von 350 mm gebogen.

Eine wichtige Randbedingung in diesem Herstellungsprozess war die Minimierung der Imperfektionen, welche durch das Schweißen entstehen.

So wurde die Längsnaht des Zylinderbleches zuerst mit einer Naht in einem Abstand von 100 mm gehohten. Im Anschluss daran erfolgte das komplette Schweißen der Längsnaht.

Zum Einsatz kam das WIG-Schweißverfahren mit der Verwendung eines 6 mm Drahtes. Mit einem speziellen Impulsgeber wurde sichergestellt, dass die Schweißnaht kontinuierlich ausgeführt wurde. Die Naht wurde von der Mitte zu den Aussenkanten hin ausgeführt.

Die Lage der Schweißnaht wurde bewusst mittig zwischen zwei Auflagermeridianen gewählt, um infolge der unvermeidbaren Imperfektionen entlang der Schweißnaht, den Einfluss dieser Imperfektionen auf die Beultraglast zu minimieren.

Im Anschluss daran wurde die Kreiszylinderschale auf die Ringsteife aufgesetzt und durch eine Kehlnaht mit dieser verbunden. Die Schweißung erfolgte nach vorherigem Heften halbkreisförmig, von der Gegenseite aus hin zur Längsnaht des Zylindermantels. Im letzten Schritt erfolgte das Anbringen der Längsaussteifungen über den Auflagerpunkten. Dabei wurde die Längssteife in einem Abstand von 30 mm angehohten und anschließend die Schweißnaht komplettiert.

Alle Bauteile (Ringsteife, Zylindermantelblech, Längssteife) wurden während der Phase des Zusammenbaus sehr sorgfältig behandelt, um jegliche Art von geometrischen

Imperfektionen in dem dünnen Stahlblech und deren Auswirkungen auf die Beultragfähigkeit der Zylinderschale zu minimieren.

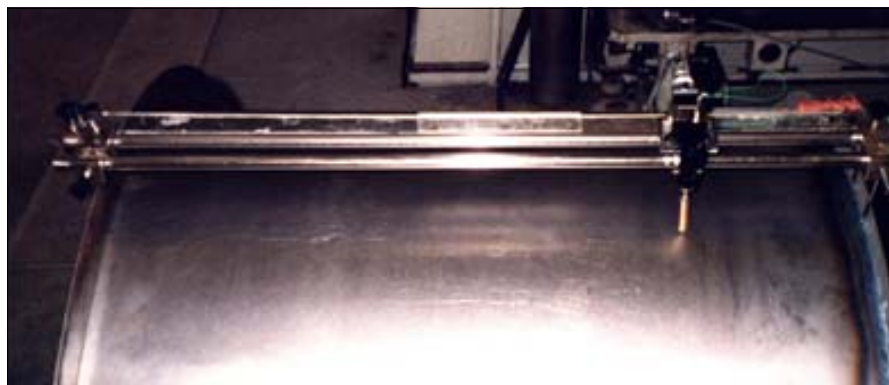
### 3.2.1.3 Messung der geometrischen Imperfektionen

Da sowohl die strukturellen, als auch die geometrischen Imperfektionen einen sehr großen Einfluss auf das Tragverhalten und die Tragfähigkeit einer Schalenstruktur unter Axialbelastung haben, war es notwendig, die anfänglichen messbaren geometrischen Imperfektionen des Zylindermantels aufzunehmen und auszuwerten.

Die Ergebnisse der Beulversuche an den Modellschalen können nur sinnvoll interpretiert werden, wenn die Abweichung zwischen der realen Schale und der geometrisch idealen Form bekannt sind.

Der Zylinder wird in vertikaler Richtung entlang der Meridiane vermessen. Die abschnittsweise Imperfektionsmessung erfolgt in einem Abstand von 50 mm, gleichmäßig verteilt über den Umfang. Zusätzlich wurden die Auflagermeridiane über den Längssteifen vermessen, um bei der Versuchsauswertung die auftretenden Beulphänomene exakt interpretieren zu können.

Die Messung der Vorimperfektionen wurde mit Hilfe eines speziell in der Forschungs- und Materialprüfanstalt der BTU Cottbus entwickelten Gerätes (Bild 3.3) durchgeführt.



**Bild 3.3** Gerät zur Messung der Imperfektionen

Auf zwei parallel zueinander angeordneten Schienen ist ein Halbleiterwegaufnehmer angeordnet, welcher längs verschieblich ist. An diesem befindet sich eine Abtastnadel,

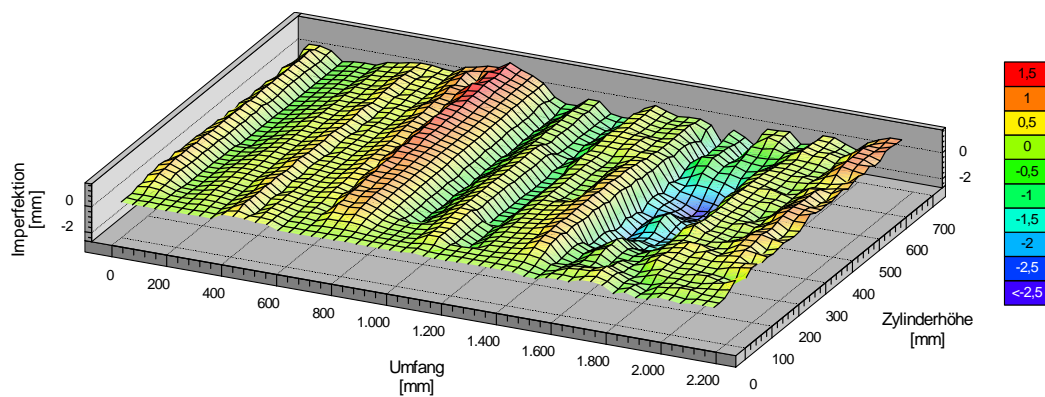
deren Spitze aus Messing besteht, um die Reibung des Abtastkopfes auf dem Stahlblech zu minimieren.

Parallel zu den Stahlschienen mit dem Abtastelement verläuft eine weitere Schiene aus Plastik, auf der ein Konstantendraht angebracht ist.

Mit einem an der Messeinrichtung angebrachten Kontakt wird die Länge des vom Strom durchflossenen Teilstückes des Drahtes festgelegt.

Über den Ohm'schen Widerstand kann so die Position des Messschlittens an jeder Stelle genau definiert werden. So ist es möglich, eine kontinuierliche Messung über die gesamte Länge des Meridians durchzuführen und die Daten exakt aufzunehmen. Zur Bestimmung der Vorimperfektionen wird das Gerät auf den Zylindermantel aufgesetzt und über die Oberfläche bewegt. Dabei wird kontinuierlich mit einer Abtastfrequenz von 1 Hz die Position des Messschlittens und die Amplitude der Vorverformung aufgenommen und gespeichert.

Der eingestellte Messbereich der Abtastnadel bewegt sich in den Grenzen von +2,0 bis -4,0 mm. Es ist eine Messgenauigkeit von 0,01 mm gegeben. Die so ermittelten Daten wurden in Diagrammen aufbereitet, wie es exemplarisch für einen Prüfkörper in Bild 3.4 dargestellt ist. Die vollständige Auswertung der Imperfektionsmessungen der einzelnen Modellschalen ist den Anhängen A und C zu entnehmen.



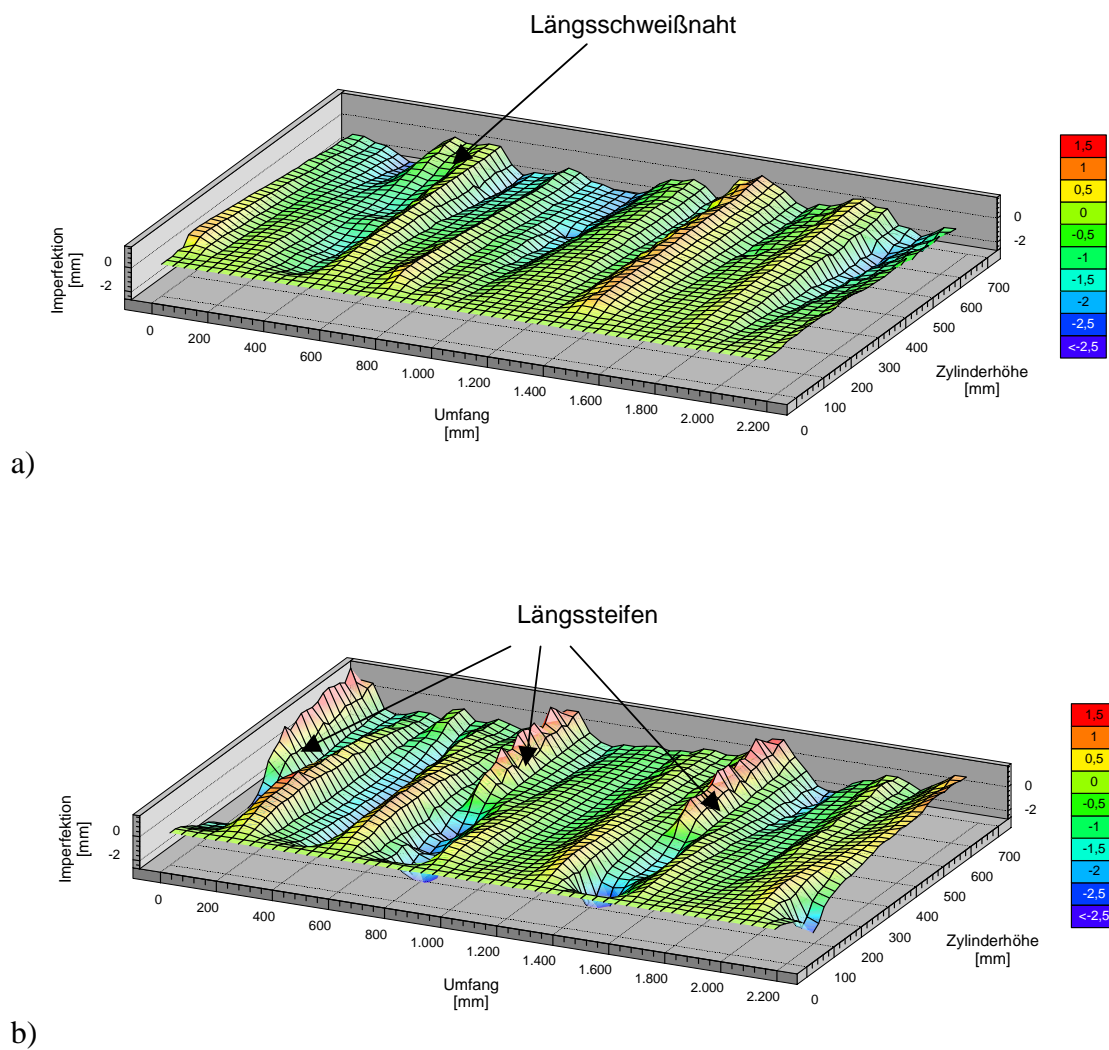
**Bild 3.4** Darstellung der gemessenen Vorverformungen

Vor dem Beginn der Messung der Vorverformungen wurde das Messgerät geeicht und eine Nullkurve aufgenommen. So konnte im Anschluss an die Messung der Messfehler, resultierend aus der Messeinrichtung, eliminiert werden.

Exemplarisch sind in Bild 3.5 für zwei Versuche die ausgewerteten Imperfektionsmuster angegeben.

Im Teilbild a ist die Auswertung für den Versuch VS1LS2-10-1 dargestellt. Die Längssteifenhöhe entspricht 10 % der Zylinderhöhe  $l$ , also 70 mm.

Die eingeleiteten Imperfektionen durch das Anschweißen der kurzen Längssteifen sind relativ gering. Es ist aber deutlich der Imperfektionsverlauf entlang der Längsschweißnaht des Zylindermantels zu erkennen.



**Bild 3.5** Imperfektionsmuster: a) Versuch VS1LS2-10-1

b) Versuch VS1LS2-50-1

Im Teilbild b ist die Auswertung für den Modellversuch VS1LS2-50-1 dargestellt.

In diesem Versuch entsprach die Länge der Längsaussteifungen über den Auflagermeridianen 50 % der Zylindermantellänge  $l$ , also 350 mm.

Deutlich zu erkennen sind hier die großen Imperfektionen, die durch das Anschweißen der längeren Längssteifen eingebracht wurden.

Diese Imperfektionen, resultierend aus dem Schweißverzug, haben einen beträchtlichen Einfluss auf das Beultragverhalten und damit auf die Tragfähigkeit der Schalenstruktur.

#### 3.2.1.4 Werkstoff

Die für die numerischen Vergleichsrechnungen benötigten Materialkennwerte wurden mit Hilfe von Zugversuchen nach DIN EN 10002, Teil 1 [DIN EN 10002-1, 2001] bestimmt. Dabei wurden aus den für die Fertigung der Modellschalen verwendeten Feinblechtafeln Probenstücke in Längs- bzw. Axialrichtung (L) und in Quer- bzw. Umfangsrichtung (Q), entsprechend der Beanspruchungsrichtung der Kreiszylinderschale entnommen. Die gelieferten Blechtafeln hatten Abmessungen von 1000 x 2000 mm bzw. 1500 x 3000 mm und eine Dicke von 1,0 mm.

Die Zugversuche wurden in einer computergesteuerten Prüfmaschine nach einer standardisierten Prozedur [DIN EN 10002-1, 2001] durchgeführt. Dabei wurde im ersten Teil des Zugversuches die Materialprobe mit Hilfe eines Feindehnungsmessgerätes bis zu einer Dehnung von 0,18 % beansprucht und anschließend entlastet. Die Spannungszunahmegeschwindigkeit betrug  $10 \text{ N/mm}^2\text{s}^{-1}$ . Im zweiten Teil des Versuches wurde der Feindehnungsmesser entfernt und die Materialprobe bis zum Bruch belastet.

Da es sich bei dem verwendeten Material um einen Stahl mit nicht ausgeprägter Streckgrenze handelte, wurde die 0,2 % Dehngrenze als technische Streckgrenze bestimmt.

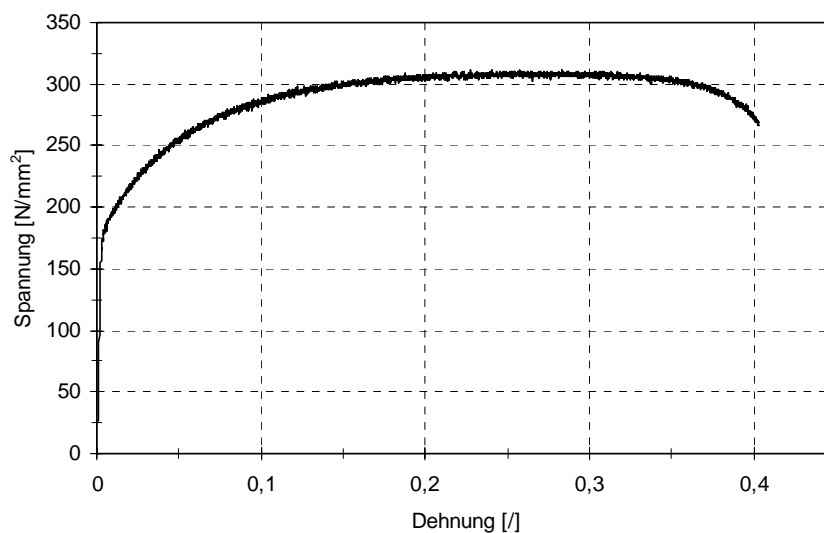
Die mittleren Werkstoffkenngrößen sind in Tabelle 3.2 angegeben.



**Tabelle 3.2** Werkstoffkennwerte

	Umfangsrichtung (Q)			Längsrichtung (L)		
	E [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>p0,2</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	E [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>p0,2</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]
Mittelwert	186178	163	311	187585	165	307
Standardabweichung	5619,8	3,1	2,7	7245,8	4,5	4,7
Variationskoeffizient [%]	3,02	1,91	0,87	3,86	2,71	1,53

Bild 3.6 zeigt exemplarisch das Spannungs-Dehnungs-Diagramm einer Probe.

**Bild 3.6** Spannungs-Dehnungs-Diagramm

### 3.2.1.5 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau für die Durchführung der experimentellen Untersuchungen zum Beultragverhalten der Schalenstrukturen bestand im wesentlichen aus:

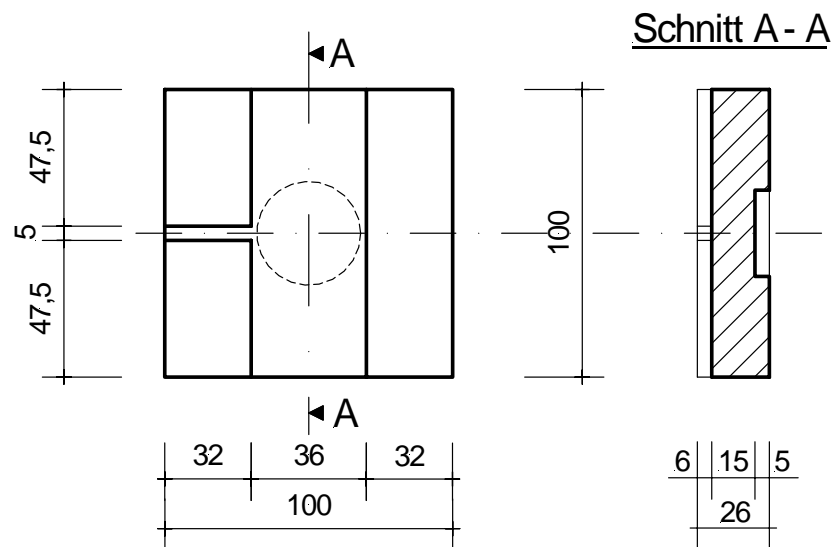
- der Versuchsvorrichtung, in die die Modellschalen mit den definierten Randbedingungen eingebaut wurden,
- der hydraulisch gesteuerten 4-Säulen Prüfmaschine der Firma Toni-Technik, zertifiziert auf die Genauigkeitsklasse 1 (Weg- oder Kraftsteuerung),
- den Messeinrichtungen.

Der Einbau der Modellschale in die Versuchsvorrichtung erfolgte sehr sorgfältig. Dabei wurde die Lage der Achse des hydraulischen Prüfzylinders (=Krafteinleitungsachse) zur Lage der Modellschalenachse exakt ausgemessen, um zusätzliche Imperfektionen infolge nichtzentrischer Krafteinleitung so gering wie möglich zu halten. Der Versuchszylinder wurde auf die auf der Grundplatte befindlichen Kraftmessdosen aufgestellt und zentrisch positioniert. Zwischen den Kraftmesszellen und der Aufstandsfläche des Versuchskörpers wurden Auflagerplatten angeordnet, um eine exakt definierte Lasteinleitungsfläche zu erhalten. In Bild 3.7 a ist diese Auflagerkonstruktion dargestellt.



**Bild 3.7 a** Auflagerdetail der Modellschalen

Für die spätere Entwicklung des numerischen Rechenmodells ist die geometrische Abmessung der Auflagerplatte von entscheidender Bedeutung. Durch diese geometrischen Verhältnisse wird die Exzentrizität beeinflusst, mit der die Auflagerkraft in den Zylindermantel eingeleitet wird. So ist in Bild 3.7 b die Auflagerplatte mit ihren Abmessungen angegeben.



**Bild 3.7 b** Geometrische Abmessungen der Auflagerplatte

In die eingefräste Nut auf der Auflagerplatte wurde die Modellschale mit ihrem unteren Schalenrand, an dem die Endringsteife angebracht war, aufgesetzt. Somit wurde eine Radialverschiebung der Stützstellen an dem unteren Rand verhindert. Diese Annahme entspricht der realen Ausführung, da an den Siloschalen auf diskreten Stützungen die Stützstellen ebenfalls radial unverschieblich gehalten sind. Der obere Schalenrand wurde außen mit zwei Ringsteifen ausgesteift, um ein Versagen im Lasteinleitungsbereich während der Versuchsdurchführung auszuschließen. Zusätzlich wurde die Schale innen am Lasteinleitungsrand durch ein auf den Innendurchmesser der Schale angepassten Aussteifungsring aus Holz gehalten.

Die zentrische axiale Lasteinleitung erfolgte über eine ausgesteifte Stahlplatte mit einer Dicke von 20 mm.

Um eventuelle Differenzen zwischen der Lasteinleitungsplatte und dem oberen Lasteinleitungsrand der Schale ausgleichen zu können, wurde zwischen den oberen Schalenrand und der versteiften Lasteinleitungsplatte ein Aluminiumblech gelegt.



*Bild 3.8 Lasteinleitungsbereich*

Die Modellschale wurde auf 3 Stützungen gelagert, welche in einem Winkel von  $120^\circ$  zueinander angeordnet waren.

Damit war eine statisch bestimmte Lagerung des Modellzylinders gegeben und die eingeleiteten axialen Lasten konnten nahezu gleichmäßig über die Stützungen abgetragen werden.

#### 3.2.1.6 Versuchsdurchführung

Die axiale Lasteinleitung erfolgte weggesteuert am oberen Zylinderrand. Bis zu einem zurückgelegten Maschinenweg von 3 mm wurde die Last mit einer Geschwindigkeit von 5 mm/h aufgebracht. Bei der erreichten vertikalen Verschiebung des oberen Zylinderrandes der Kreiszylinderschale (entspricht dem Maschinenweg) von 3 mm befand sich die Schalenstruktur bereits im tiefen Nachbeulbereich, so dass die Geschwindigkeit der Lastaufbringung auf 15 mm/h gesteigert wurde.

Die weggesteuerte Durchführung der Versuche gewährleistete, dass man das Verhalten der Schalenstruktur bis in den tiefen Nachbeulbereich verfolgen konnte.

Während der Versuchsdurchführung wurde einerseits die Gesamtkraft und die vertikale Verschiebung des oberen Zylinderrandes über die Maschine und den zurückgelegten Maschinenweg gemessen, andererseits wurden die Kräfte in den drei Auflagern über die angeschlossenen Kraftmesszellen gemessen.

Die Messungen erfolgten mit einer Frequenz von einem Hertz.

In Bild 3.9 ist der Versuchsaufbau während der Durchführung dargestellt.



**Bild 3.9** Versuchsaufbau bei der Versuchsserie 1

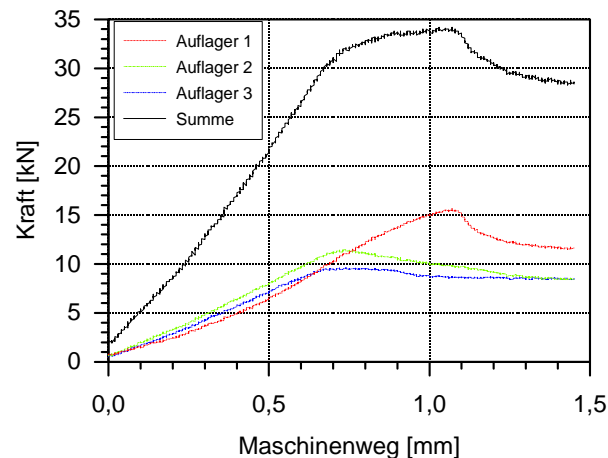
Eine separate Messung der Verformung der Schale im zu erwartenden Versagensbereich, über den Längssteifen entlang der Auflagermeridiane, mittels induktiven Wegaufnehmern, erfolgte nicht.

#### 3.2.1.7 Versuchsbeobachtungen

An dieser Stelle sind die Verformungsbilder der Versuchskörper im Grenzzustand der Tragfähigkeit bzw. im Nachbeulzustand und die Kraft-Maschinenweg-Diagramme des ersten Versuchsdurchganges der ersten Versuchsserie angegeben. Die Kraft-Maschinenweg-Diagramme des zweiten Versuchsdurchganges sind im Anhang B zusammengestellt.

Des Weiteren sind im Anhang C die gemessenen Imperfektionen über den Längssteifen und den auflagernahen Meridianen dargestellt, um deren Einfluss auf das Versagen der Versuchskörper erkennen zu können. Der Anhang F zeigt Bilder von den Modellschalen während der Versuchsdurchführung sowohl im Grenzzustand der Tragfähigkeit als auch im Vor- und Nachbeulbereich.

## - Versuch VS1LS1-10-1



**Bild 3.10** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

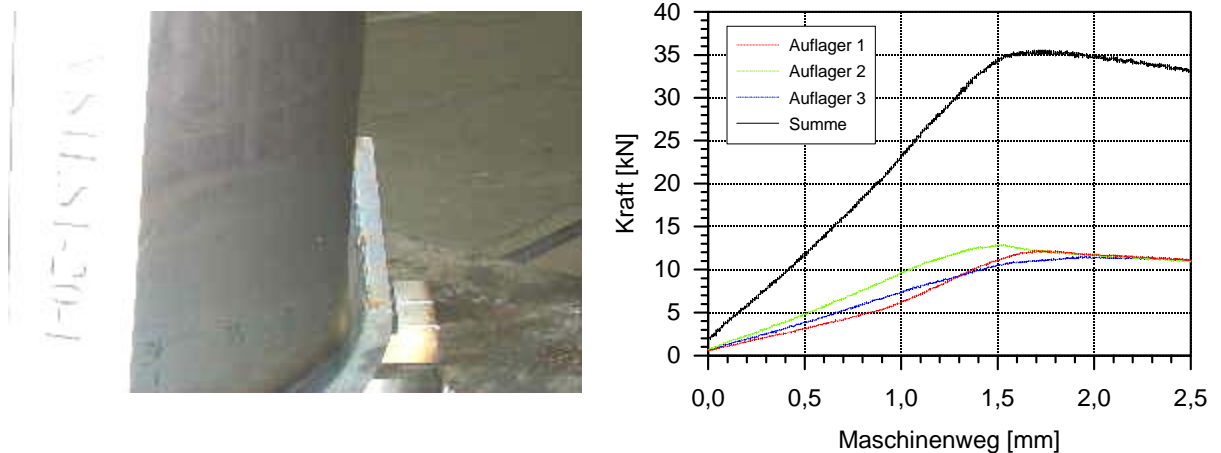
Im Vorbeulbereich ist ein nahezu linearer Anstieg der Lastkurve des Versuchsmodells als auch der einzelnen Auflager festzustellen, bevor bei einer vertikalen Verschiebung des oberen Schalenrandes von ca. 0,7 mm der nichtlineare Kurvenbereich beginnt. In diesem Moment ist die Traglast des Auflagers 2 erreicht und erste sichtbare radiale Verformungen über der Längssteife sind zu erkennen (Bild 3.10). Aus dem Bild C.1 im Anhang C wird deutlich, dass die anfänglichen nach innen gerichteten Imperfektionen über dem Auflager 2 größere Werte (bis zu ca. 1,5 mm) annehmen als bei den Auflagern 1 und 3. Diese großen Vorimperfektionen werden ebenfalls im Bild A.1 bei ca. 700 mm sichtbar.

Bei einer Verschiebung von ca. 0,7 bis 0,8 mm wird die Traglast im Auflager 3 erreicht. Aus den Imperfektionsmessungen ist ablesbar, dass die Vorverformungen direkt über der Längssteife des Auflagers 3 nach innen gerichtet sind und über die Zylinderhöhe nach außen zunehmen. Die auflagnernahen Meridiane zeigen bei Auflager 3 deutlich größere Anfangsverformungen als bei den beiden anderen Stützstellen (bis 2,5 mm), weshalb die aufnehmbare Last an diesem Auflager mit ca. 9,6 kN die niedrigste ist.

Die maximale Traglast von 15,6 kN wird im Auflager 1 erreicht, über dem die geringsten Imperfektionen gemessen wurden. Als Versagensart konnte bei allen drei Auflagern das Beulen festgestellt werden. Die Verformungen im Nachbeulbereich zeigt Bild F.1. Das typische „böartige“ Versagen der Schale ist am Auflager 1 besonders gut zu beobachten.

Beim Versuchsdurchgang 2 (VS1LS1-10-2) stellte sich die gleiche Versagensart auf einem höheren Lastniveau ein (Bild B.1). Der Grund hierfür liegt in der Größe der Vorverformungen. Diese bewegen sich in einem Bereich von  $\pm 1,0$  mm, im Gegensatz zum Versuchsdurchgang 1 mit  $+ 2$  bis  $- 2,5$  mm (Bilder C.1, C.2). Die aufgenommenen Imperfektionsmuster der Bilder A.1 und A.2 unterstreichen dies. Die sehr große Imperfektionsempfindlichkeit der axialgedrückten Kreiszyinderschale ist deutlich erkennbar.

#### - Versuch VS1LS1-20-1



**Bild 3.11** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

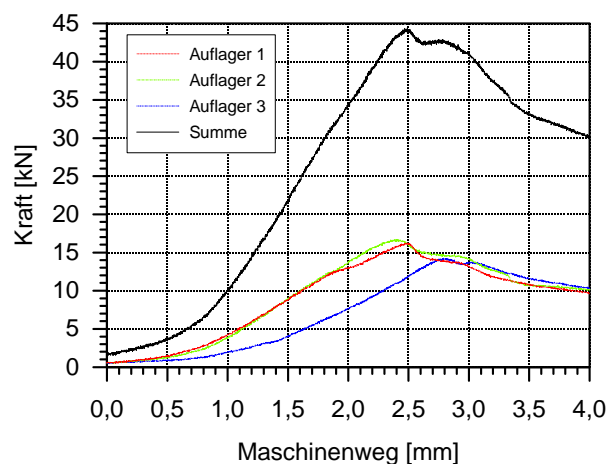
Die Last-Verschiebungskurve dieses Versuchsmodells verhält sich bis zu einer vertikalen Verschiebung des oberen Schalenrandes von 1,4 mm linear. Es folgt bis zu einer Verschiebung von ca. 1,7 mm ein kurzer nichtlinearer Bereich, bevor das Versagenslastniveau der gesamten Kreiszyinderschale erreicht wird. Bei dem Übergang vom linearen zum nichtlinearen Kurvenbereich versagt das Auflager 2 bei einem Lastniveau von ca. 12,9 kN, bevor über dem Auflager 1 und 3 ebenfalls die Grenztraglast erreicht wird. Die Vorverformungen über allen drei Stützstellen weisen nahezu den gleichen qualitativen und quantitativen Verlauf auf (Bild A.3 und C.3), womit zu erklären ist, dass die Streuung der Beträge der Grenztraglasten zwischen den einzelnen Auflagern sehr gering ist. Über den Längssteifen an den Stützstellen sind nach innen gerichtete Verschiebungen zu erkennen, die über die Höhe der Zylinderschale abnehmen bzw. in eine nach außen gerichtete Verschiebung

umschlagen. Die Verformung im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist in Bild 3.11 und F.2 dargestellt. Eine Destabilisierung der Längssteife war nicht zu erkennen.

Die Modellschale des zweiten Versuchsdurchganges (VS1LS1-20-2) versagte auf einem höheren Lastniveau, wobei ebenfalls ein linearer Anstieg der Last-Maschinenwegkurve bis zu einer vertikalen Verschiebung von ca. 1,8 mm erkennbar war, bevor ein kurzer nichtlinearer Bereich bis zum Erreichen der Beultraglast zu verzeichnen war. Am Auflager 1 war direkt über der Längssteife eine Vorverformung von ca. 0,9 mm erkennbar (Bild C.4), welche zum Versagen auf einem niedrigerem Lastniveau, im Vergleich zu den beiden anderen Auflagern, führte. Die Traglast der Stützungen 2 und 3 lag auf ungefähr dem gleichen Lastniveau. In der Darstellung des Bildes C.4 ist erkennbar, dass die anfänglichen Imperfektionen über den Längssteifen der Auflager 2 und 3 vergleichbar sind.

Es ist festzustellen, dass die abgewinkelte Schalenmantelfläche des Versuches VS1LS1-20-2 wesentlich „glatter“ ist, als die der Modellschale des Versuches VS1LS1-20-1 (Bilder A.3 und A.4) und damit die Vorverformungen geringer sind. Damit ist das höhere Versagenslastniveau der Modellschale der zweiten Versuchsdurchganges zu erklären und die hohe Imperfektionsempfindlichkeit der axialgedrückten Schale kommt wiederum deutlich zum Ausdruck.

#### - Versuch VS1LS1-30-1



**Bild 3.12** Verformungen im Nachbeulzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

Der Anstieg der Last-Verschiebungskurve ist bis zu einer vertikalen Verschiebung von ca. 1,0 mm im Vorbeulbereich deutlich nichtlinear. Danach erfolgt ein linearer Anstieg



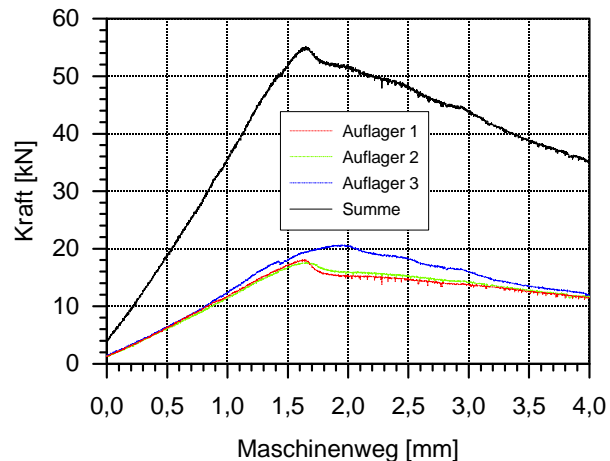
bis zu einer Verschiebung von ca. 2,4 mm bei der die Versagenslast der Modellschale erreicht wird. Die Traglasten der einzelnen Auflager liegen ungefähr auf dem gleichen Niveau, was mit den ähnlichen Vorimperfektionen (Bild C.5) zu erklären ist. Diese bewegen sich in den Grenzen von + 1,0 mm bis – 0,6 mm. Nur der auflagernahe Meridian an der Stützung 1 (Messstelle 1, links des Auflagers 1, Bild C.5) weist deutlich größere Vorverformungen zum Zylinderende hin auf (Bild A.5).

Das Versagen stellte sich über allen Auflagerpunkten als Beulen ein, wobei sich erstmals auch Beulen neben den Längssteifen einstellten, verursacht durch die Schubkrafteinleitung in die Schale und den vorhandenen Vorverformungen des Zylindermantels an dieser Stelle (Bild 3.12).

Im Gegensatz zum ersten Versuchsdurchgang verhielt sich die Last-Maschinenwegkurve des zweiten Versuchsdurchganges (VS1LS1-30-2) bis zu einer vertikalen Verschiebung von ca. 1,4 mm linear, bevor sie einen kurzen nichtlinearen Bereich aufzeigt um bei einer Verschiebung von ca. 1,6 mm das Versagenslastniveau zu erreichen.

Die Versagenslast über dem Auflager 2 liegt deutlich unter denen der Auflager 1 und 3. Der Grund dafür kann wiederum in der unterschiedlichen Größe und Verteilung der Vorverformungen liegen. So ist am Auflager 1 eine deutlich geringere Amplitude der Vorbeule über der Längssteife (Bild C.6) zu erkennen. Im Vergleich zum Auflager 3 sind alle Vorverformungen (über der Längssteife und an den auflagernahen Meridianen), bis auf die am Zylinderende, nach innen gerichtet, so dass das Auflager 1 eine geringere Traglast als das Auflager 3 erreicht, bei dem die Vorbeulamplituden direkt über der Längssteife zwar größeren Betrages sind, aber die Verformungen entlang der auflagernahen Meridiane auf der einen Seite nach innen und auf der anderen Seite nach außen gerichtet sind, was zu einer stabilisierenden Wirkung führt (Bild C.6).

### - Versuch VS1LS1-40-1



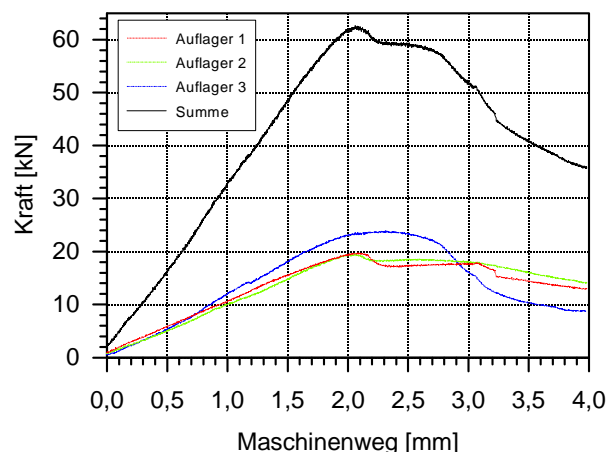
**Bild 3.13** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

Gut erkennbar ist der lineare Anstieg der Last-Verschiebungskurve bis zu einer vertikalen Verschiebung des oberen Schalenrandes von ca. 1,7 mm. Ein nichtlinearer Bereich ist kaum erkennbar. Das Versagenslastniveau aller drei Auflager ist ungefähr gleich. Die aufgemessenen Imperfektionen über den Längssteifen der Stützungen haben einen ähnlichen Verlauf (Bild C.7). Die Traglast des Auflagers 3 ist ein wenig höher. Das liegt darin begründet, dass der linke auflagernahe Meridian eine nach innen gerichtete Vorverformung aufweist und der rechte auflagernahe Meridian eine nach außen gerichtete, was zu einer Stabilisierung führt. Auch hier treten Beulen neben den Längssteifen durch die eingeleitete Schubkraft auf. Die erste Beule neben der Längssteife trat im Auflagerbereich 1 auf, in ungefähr 2/3 der Längssteifenhöhe. Diese Beule und die Verformungen im tiefen Nachbeulbereich zeigt Bild F.5.

Im Vorfeld des zweiten Versuchsdurchganges (VS1LS1-40-2) waren neben den Längssteifen an den Auflagern 1 und 2 bereits vor Versuchsbeginn lokale Verformungen zu beobachten. An diesen Stellen trat während der Belastungsphase eine kontinuierliche Steigerung der Amplituden der Vorbeulen auf. Dies ist am nichtlinearen Verlauf der Kraft-Maschinenwegkurve und dem anschließenden Traglastabfall zu erkennen. Begleitet wurde das Versagen an den beiden Auflagern durch die Ausbildung einer Beule am Längssteifenende. Die Versagenslast beider Auflager liegt unter der des ersten Versuchsdurchganges.

Die abgewickelten Schalenmantelflächen (Bild A.7 und A.8) zeigen einen geringfügig kleineren Imperfektionsgrad (ab ca. 1000 mm Umfangslänge in Bild A.7) bei der Modellschale des Versuches VS1LS1-40-1.

#### - Versuch VS1LS1-50-1



**Bild 3.14** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

Die Last-Verschiebungskurve ist durch einen linearen Verlauf bis zu einer vertikalen Verschiebung des oberen Schalenrandes von ca. 1,8 mm gekennzeichnet. Es konnten, wie schon bei den Modellschalen VS1LS1-40-1/2, Vorverformungen entlang der Längssteifen beobachtet werden. Im Auflagerbereich 1 waren zwei Imperfektionen links und rechts der Längssteife deutlich erkennbar, in einer Höhe von  $3/4$  und  $1/2$  der Längssteifenhöhe. An den Auflagern 2 und 3 waren diese Vorverformungen in ca.  $3/4$  bzw.  $2/3$  der Höhe vorhanden. Bild C.9 zeigt die gemessenen Imperfektionen entlang der Längssteifen deutlich, mit einer Amplitude von bis zu 1,8 mm am Auflager 1.

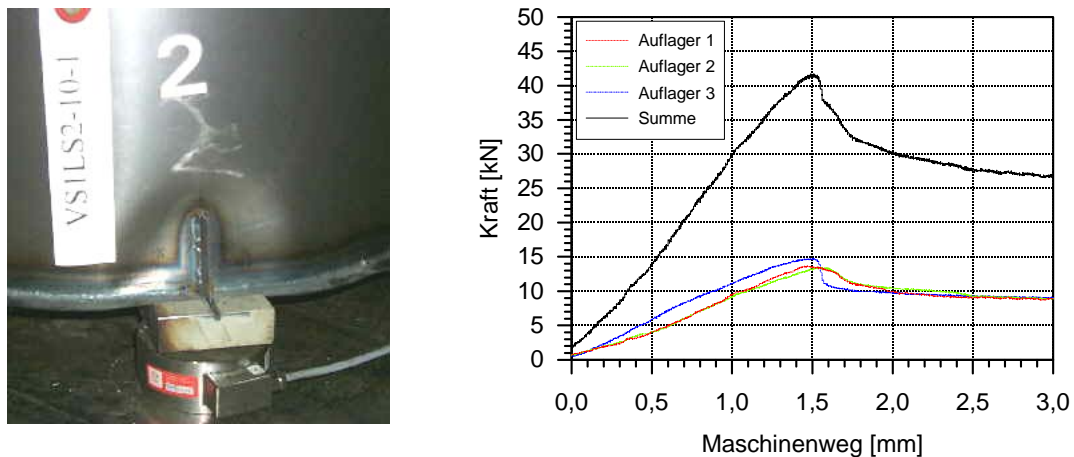
Die Schale versagte an den Auflagern 2 und 3 auf dem gleichen Lastniveau durch Beulen entlang der Längssteifen und am oberen Ende der Längssteife. Über dem Auflager 3 versagte die Längssteife (Bild F.6).

Die gemessene Vorverformung ist vom Betrag am Auflager 3 am kleinsten, wobei im Bereich von ca.  $1/4$  der Längssteifenhöhe, der Ort des späteren Steifenversagens, ein deutliches lokales Maximum der Vorimperfektion zu erkennen ist, was durchaus auf eine Imperfektion der Längssteife schließen lässt und damit die Destabilisierung der Längssteife unter Lasteinwirkung in diesem Bereich erklärt.

Die gleichen Vorverformungen entlang der Längssteifen konnten bei der Modellschale des zweiten Versuchsdurchganges (VS1LS1-50-2) festgestellt werden. Die Werte der Amplituden der Vorbeulen erreichten dabei Werte von bis zu 2,0 mm (Bild C.10). Das Versagensbild war qualitativ vergleichbar mit dem des ersten Versuchsdurchganges, jedoch bedingt durch die größeren Imperfektionsamplituden, auf einem wesentlich geringerem Lastniveau.

Die dargestellten Imperfektionsmuster der Schalenmantelflächen in den Bildern A.9 und A.10 zeigen die Unterschiede deutlich auf.

#### - Versuch VS1LS2-10-1



**Bild 3.15** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

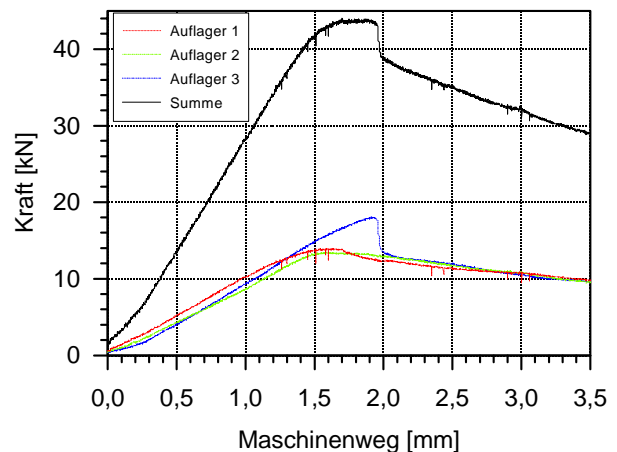
Der Verlauf der Kraft-Verschiebungskurve ist bis zu einer vertikalen Verschiebung von ca. 1,3 mm linear. Anschließend folgt ein kurzer nichtlinearer Bereich, bevor die Modellschale versagt und ein schlagartiger Abfall der Kurve erkennbar wird. Das schalentypische „böartige“ Versagen ist hier sehr gut zu beobachten.

Bis zum Erreichen der Traglast waren keine radialen Verformungen der Zylinderwand zu beobachten. Das Versagen erfolgte über allen Auflagern auf nahezu einem Lastniveau und dem Eintreten einer Beule über den Auflagersteifen, die sich im Verlauf des Nachbeulpfades über die gesamte Längssteife ausdehnte (Bild 3.15 und F.8). Die gemessenen Amplituden der Vorbeulen direkt über den Längssteifenenden liegen in den Grenzen von +0,6 mm bis +1,0 mm. Während bei den Stützstellen 1 und 2 die Vorverformungen über den Längssteifen nach innen gerichtet sind und über die

Zylinderhöhe nach außen durchschlagen, sind alle Verformungen der Schalenwand entlang der Meridiane am Auflager 3 nach innen gerichtet.

Der zweite Versuch (VS1LS2-10-2) zeigte auf einem höheren Lastniveau das gleiche Versagensbild. Der Grund hierfür wird aus den Bildern A.11 und A.12 ersichtlich. Die Imperfektionen der zweiten Modellschale sind wesentlich geringer, als die der ersten Modellschale.

#### - Versuch VS1LS2-20-1



**Bild 3.16** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

Bis zu einer vertikalen Verschiebung des oberen Zylinderrandes von ca. 1,4 mm verhielt sich die Last-Maschinenwegkurve linear und ging dann in einen nichtlinearen Bereich über. Bei einer Verschiebung von ca. 1,9 mm war das Lastmaximum erreicht.

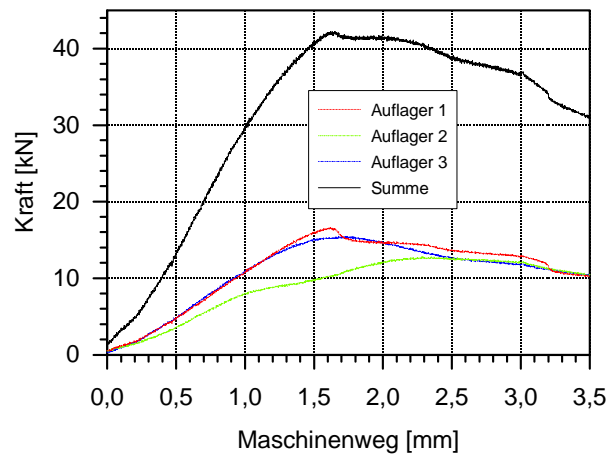
Neben der Längssteife am Auflager 3 konnte bei der Messung der Imperfektionen eine Vorbeule mit einer Vorbeultiefe von ca. 1,0 mm festgestellt werden (Bild C.13 und F.9). Im Verlauf der Versuchsdurchführung nahm die Amplitude dieser Vorbeule stetig zu, ohne dass ein Versagen an diesem Auflager eintrat. Die vergleichbaren Verformungen an den anderen beiden Auflagern lagen bei ca. 0,4 bis 0,5 mm. Bei einem Lastniveau von 13,5 bis 14,0 kN versagte die Schale über den Längssteifen der Auflager 1 und 2 infolge Beulen. Bild F.10 zeigt den Versagenszustand im Grenzzustand der Tragfähigkeit über dem Auflager 2.

Die Vorverformungen am Ende der Längssteifen lagen bei den Auflagern 1 und 2 bei ca. 1,2 mm und bei dem Auflager 3 bei ca. 1,0 mm.

Das Traglastniveau unterschied sich bei dem zweiten Versuchsdurchgang (VS1LS2-20-2) nicht von dem des ersten Versuchsdurchgangs. Hier konnte auch kein signifikanter Unterschied in dem Tragverhalten und bei der aufnehmbaren Last der drei Auflager festgestellt werden. Alle drei erreichten ihr Lastmaximum bei ca. 16,0 kN.

Der schlagartige Abfall der Last-Verschiebungskurve nach dem Erreichen der Versagenslast ist bei allen drei Auflagern deutlich erkennbar (Bild B.7). Die aufgetragenen Imperfektionen über die abgewinkelte Schalenmantelfläche (Bild A.13 und A.14) zeigen keine großen Differenzen.

#### - Versuch VS1LS2-30-1



**Bild 3.17** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

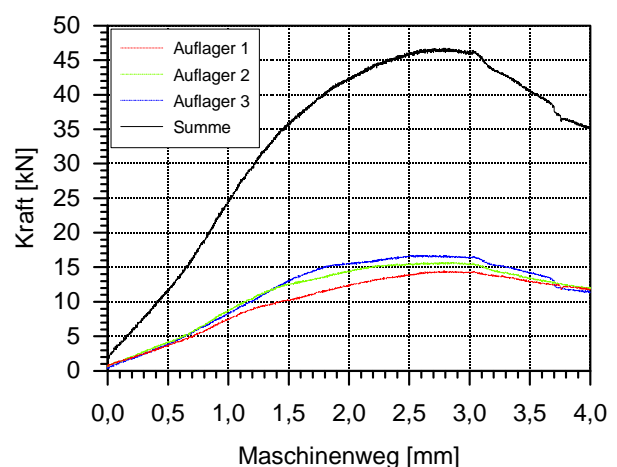
Bis zu einer vertikalen Verschiebung von ca. 1,3 mm war ein linearer Verlauf der Last-Verschiebungskurve zu erkennen, bevor der Verlauf bis zu einer vertikalen Verschiebung von ca. 1,6 mm nichtlinear und der Traglastpunkt erreicht wurde. Über allen drei Auflagern waren starke Vorimperfektionen neben den Längssteifen zu beobachten (Bild C.15 und F.11). Die Amplituden der Vorverformung betrugen neben der Längssteife am Auflager 1 bis zu 3,2 mm. Direkt über dem Ende der Längssteife des Auflagers 1 war eine Vorbeule mit einem Betrag von 1,1 mm zu beobachten, wohingegen über den Auflagern 2 und 3 Beträge von 1,4 mm respektive 1,6 mm erreicht wurden. Während der Lasteinleitung vergrößerten sich die Vorbeulen neben den Längssteifen kontinuierlich. Am Versagenspunkt stellte sich bei allen Stützstellen, zusätzlich zu den Beulen neben den Steifen, eine Beule am Ende der Längssteifen ein (Bild F.11). Das Auflager 1 erreichte dabei das höchste Lastniveau, da die

Vorverformungen, abgesehen von der großen Amplitude der Vorbeule neben der Längssteife welche nicht ausschlaggebend für das Versagen war, einen geringeren Betrag als an den beiden anderen Auflagern aufwiesen (Bild C.15). Am Auflager 2 stellte sich zusätzlich zu der Anfangs vorhandenen Vorbeule neben der Längssteife eine zweite Vorbeule in ca. 2/3 der Längssteifenhöhe ein, bevor die Traglast, mit der sich einstellenden Beule über der Längssteife, erreicht wurde.

Beim zweiten Versuchsdurchgang (VS1LS2-30-2) trat das Versagen auf einem geringfügig höheren Lastniveau ein. Beim Betrachten der aufgenommenen Imperfektionsmuster der Schalenmantelfläche ist bei der Modellschale VS1LS2-30-2 im Vergleich zur Modellschale VS1LS2-30-1 ein etwas geringerer Imperfektionsgrad zu erkennen, der diese geringe Steigerung der Versagenslast erklärt.

Innerhalb der Modellschale VS1LS2-30-2 weist die Vorbeule über der Längssteife am Auflager 3 mit einem Wert von 1,4 mm eine geringere Amplitude auf als an den Auflagern 1 und 2 mit 1,6 mm.

#### - Versuch VS1LS2-40-1



**Bild 3.18** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm

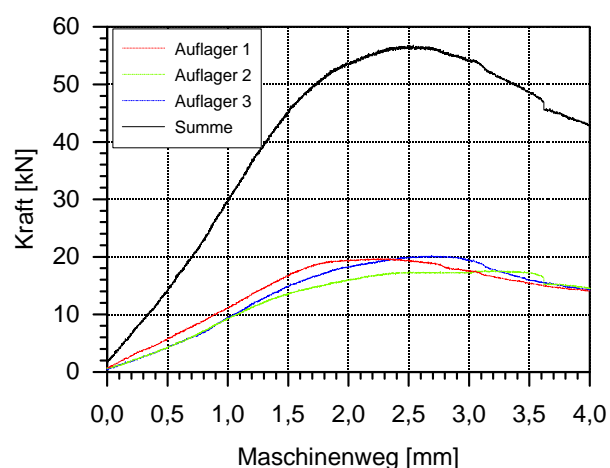
Bis zu einer vertikalen Verschiebung von ca. 1,2 mm verhält sich die Last-Maschinenwegkurve linear. Der nichtlineare Bereich endet am Traglastpunkt bei einer Verschiebung von ca. 2,6 mm. An keiner der Kurven ist das schalentypische „böartige“ Versagen zu erkennen, was durch eine schlagartige abfallende Last-Verschiebungskurve nach dem Erreichen der Versagenslast charakterisiert ist.

Auffällig war bei diesem Versagen eine große radiale Verformung der Schalenwand und die damit verbundene große vertikale Verschiebung des oberen Schalenrandes von 2,8 mm im Traglastzustand (Bild 3.18, F.13, F.14).

Neben den Längssteifen kam es wieder zu großen Vorbeulen, welche in den Bildern F.13 und F.14 gut sichtbar sind. Über den Längssteifen stellten sich an allen drei Auflagern nach innen gerichtete Vorbeulen mit Beträgen von ca. 1,5 mm ein (Bild C.17). Am Auflager 3 sind relativ kleine Vorverformungen der Schalenwand entlang der auflagernahen Meridiane, über den Längssteifen, zu erkennen. Das Versagen trat durch Beulen am Längssteifenkopf ein und wurde durch die Beulen entlang der Längssteifen begleitet. Die Versagenslasten lagen bei allen Auflagern auf ungefähr demselben Niveau.

Das Lastniveau beim Erreichen des Grenzzustandes der Tragfähigkeit beim zweiten Versuchsdurchgang (VS1LS2-40-2) unterschied sich kaum von dem des ersten Durchganges. Die gemessenen Imperfektionen an der Schalenwand (Bild A.17 und A.18) zeigen keine wesentlichen Unterschiede. Nur am Auflager 3 waren im Unterschied zum ersten Versuchsdurchgang kleinere Vorimperfektionen entlang der auflagernahen Messmeridiane, neben den Längssteifen, zu beobachten. Den Nachbeulzustand der Modellschale an allen drei Auflagern zeigen die Bilder F.14 (rechts) und F.15.

#### - Versuch VS1LS2-50-1



**Bild 3.19** Verformungen im Traglastzustand, Kraft-Maschinenweg-Diagramm



Dem linearen Anstieg der Kraft-Maschinenwegkurve bis zu einer vertikalen Verschiebung des oberen Schalenrandes von 1,5 mm folgt der nichtlineare Teil der Kurve bis zu einer Verschiebung von 2,5 mm. Die Vorbeulen entlang der Längssteifen (Bild F.16) an allen drei Auflagern sind im Bild C.19 sehr gut zu erkennen. Dabei nehmen diese, Werte von bis zu 4,0 mm (Stützung 2 und 3) an. Die Verformungen der auflagnahen Meridiane, über den Längssteifen, sind dagegen relativ gering und bewegen sich in einem Bereich von  $-2,0$  mm bis  $0,0$  mm an den Auflagern 2 und 3. Direkt über den Lasteinleitungssteifen sind Verformungen mit Beträgen von ca. 1,8 mm festzustellen. Das Versagen aller drei Auflagerpunkte tritt durch Beulen der Schalenwand am oberen Ende der Längssteifen ein. Die Beulen entlang der Längssteifen nehmen deutlich an Tiefe zu. Die Versagenslast und die Versagensart entsprachen beim zweiten Versuchsdurchgang (VS1LS2-50-2) dem der Modellschale aus dem ersten Versuchsdurchgang (VS1LS2-50-1). Weder bei den gemessenen Imperfektionen über und entlang der Auflagermeridiane (Bild C.19 und C.20), noch bei den Verformungen des gesamten Schalenmantels (Bild A.19 und A.20) konnten wesentliche Unterschiede festgestellt werden, so dass ein vergleichbares Testergebnis beider Versuchskörper zu erwarten war.

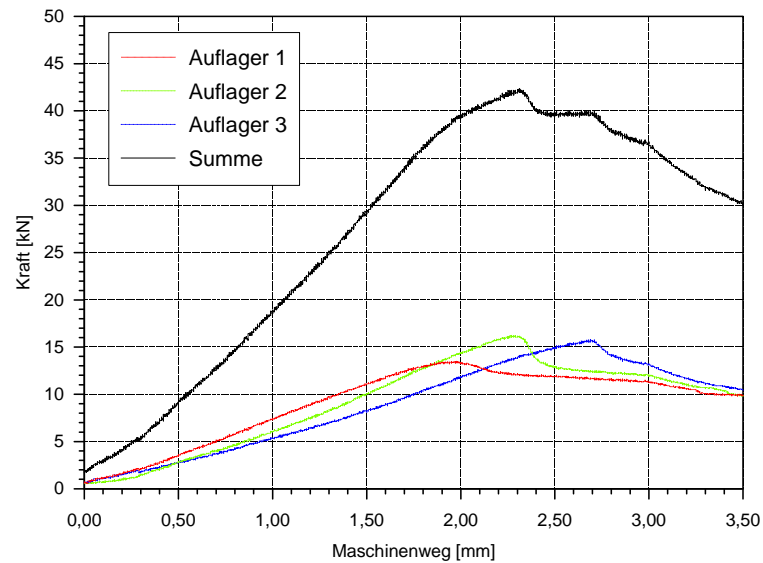
### 3.2.1.8 Versuchsergebnisse

In Tabelle 3.3 sind die Auflagerkräfte, welche an den Kraftmesszellen gemessen wurden, angegeben.

**Tabelle 3.3** Ergebnisse der Versuchsserie 1

Durchgang	1				2			
Modellschale	Traglast	Auflager	Auflager	Auflager	Traglast	Auflager	Auflager	Auflager
		1	2	3		1	2	3
	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]
VS1LS1-10	34,19	15,63	11,43	9,63	49,49	14,12	17,23	18,44
VS1LS1-20	35,56	12,19	12,89	11,48	42,16	13,51	16,23	15,73
VS1LS1-30	44,41	16,21	16,71	14,30	46,09	17,03	13,11	18,64
VS1LS1-40	55,15	18,12	17,61	20,63	49,02	15,32	15,93	20,65
VS1LS1-50	62,62	19,70	19,50	23,92	53,70	18,84	21,55	15,12
VS1LS2-10	41,71	13,67	13,57	14,77	47,02	16,43	15,52	16,83
VS1LS2-20	44,02	13,97	13,47	18,09	45,81	15,93	15,63	16,03
VS1LS2-30	42,21	16,58	12,76	15,48	46,48	16,33	14,52	18,34
VS1LS2-40	46,73	14,47	15,68	16,78	47,66	15,22	16,23	19,34
VS1LS2-50	56,79	19,70	17,59	20,02	53,64	18,14	18,44	18,04

Die Traglast des Zylinders ergibt sich aus der Summe der drei Einzelauflagerkräfte zum Versagenszeitpunkt des Versuchskörpers. Deshalb stimmt die Summe der Traglasten der einzelnen Auflager nicht mit der Traglast der Modellschale überein, da die Traglastniveaus der Auflager zu unterschiedlichen Zeitpunkten erreicht werden (Bild 3.20).

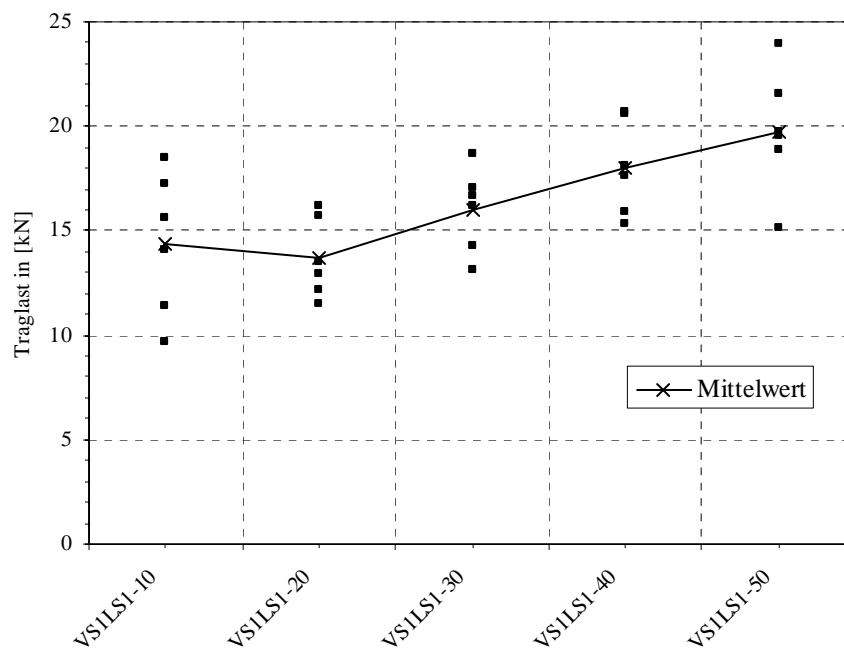


**Bild 3.20** Last-Maschinenwegkurve des Versuches VS1LS1-20-2

Für die weitere Entwicklung des Bemessungsmodells sind die Versagenslasten der einzelnen Auflager wichtig, da mit ihnen das numerische Berechnungsmodell kalibriert wird. So sind in den Tabellen 3.4 und 3.5 die Einzelauflagerkräfte mit einer statistischen Auswertung angegeben und in den Bildern 3.21 und 3.22 graphisch dargestellt.

**Tabelle 3.4** Einzelauflagerkräfte für die Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)

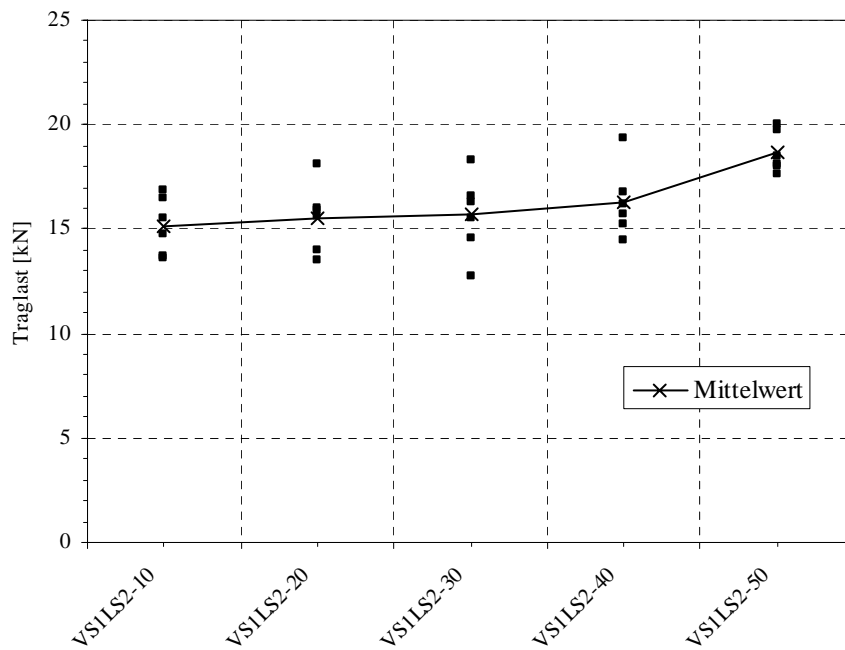
Durchgang	Auflager	VS1LS1-10	VS1LS1-20	VS1LS1-30	VS1LS1-40	VS1LS1-50
1	1	15,63	12,19	16,21	18,12	19,7
	2	11,43	12,89	16,71	17,61	19,5
	3	9,63	11,48	14,3	20,63	23,92
2	1	14,12	13,51	17,03	15,32	18,84
	2	17,23	16,23	13,11	15,93	21,55
	3	18,44	15,73	18,64	20,65	15,12
Mittelwert		14,41	13,67	16,00	18,04	19,77
Standard-abweichung		3,39	1,92	1,99	2,26	2,93
Variations-koeffizient [%]		23,53	14,04	12,44	12,53	14,82



**Bild 3.21** Einzelauflagerkräfte für die Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)

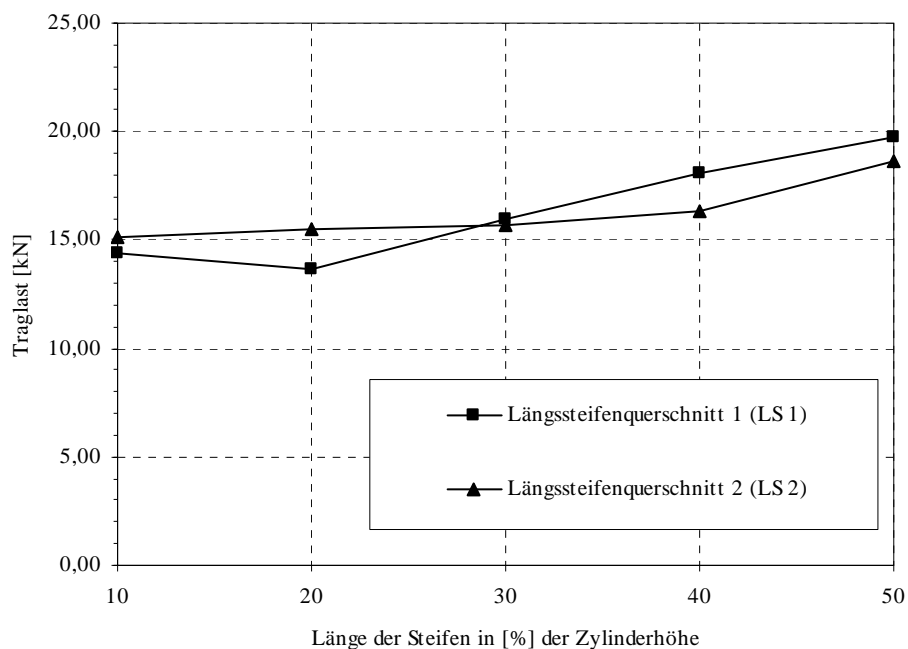
**Tabelle 3.5** Einzelauflagerkräfte für die Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)

Durchgang	Auflager	VS1LS2-10	VS1LS2-20	VS1LS2-30	VS1LS2-40	VS1LS2-50
1	1	13,67	13,97	16,58	14,47	19,7
	2	13,57	13,47	12,76	15,68	17,59
	3	14,77	18,09	15,48	16,78	20,02
2	1	16,43	15,93	16,33	15,22	18,14
	2	15,52	15,63	14,52	16,23	18,44
	3	16,83	16,03	18,34	19,34	18,04
Mittelwert		15,13	15,52	15,67	16,29	18,66
Standard-abweichung		1,37	1,65	1,91	1,70	0,98
Variations-koeffizient [%]		9,07	10,65	12,18	10,41	5,24



**Bild 3.22** Einzelauflagerkräfte für die Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)

In Bild 3.23 sind die Mittelwerte der Auflagerkräfte der Modellschalen mit dem Längssteifenquerschnitt 1 und dem Längssteifenquerschnitt 2 dargestellt.



**Bild 3.23** Vergleich Mittelwerte der Einzelauflagerkräfte der Versuche mit LS 1 und LS 2

### 3.2.1.9 Diskussion der Versuchsergebnisse

Sehr gut erkennbar an den gemessenen Auflagerkräften ist die große Streuung der Werte (Bild 3.21 und 3.22). Dieses Verhalten von axialgedrückten Kreiszylinderschalen ist typisch und wurde bereits in mehreren Veröffentlichungen [Stahlbau-Handbuch 1, 1982] diskutiert.

Die Kreiszylinderschale unter Axialbelastung ist extrem imperfektionsempfindlich. Beim Versuch VS1LS1-10-1/2 und VS1LS1-50-1/2 sind die Unterschiede in den Traglasten der Auflager besonders ausgeprägt. Der Grund dafür liegt in der Größe der geometrischen, aber auch der strukturellen Imperfektionen. Wie in Kapitel 3.2.1.7 beschrieben, weisen die Modellschalen des Versuchsdurchganges 1 und des Versuchsdurchganges 2 sehr große Unterschiede in der Größe der Vorverformungen auf, weshalb es zu Unterschieden in den Beträgen der Einzelauflagerkräften kommt. Doch nicht nur die geometrischen, sondern auch die strukturellen Imperfektionen beeinflussen die Traglast der Modellschalen. So kann es durch die Streuung der Materialkennwerte ebenfalls zu unterschiedlichen Traglasten der Schalen über dem Auflager kommen, gerade im Bereich des elastisch-plastischen Beulens, bei dem das nichtelastische Werkstoffverhalten den Beulvorgang negativ beeinflusst. Durch das Anschweißen der Endringsteifen und der Längssteifen an das Zylinderblech und das Schweißen der Längsnaht des Mantelbleches kommt es zu unterschiedlichen Wärmeeinleitungen in die Bleche und damit zu Eigenspannungen, welche das Tragverhalten ebenfalls negativ und unterschiedlich beeinflussen.

Zu erwähnen ist hier auch der Einfluss von unvermeidlichen Imperfektionen, die aus dem Versuchsaufbau resultieren. So wurden die Modellschalen zwar mit größter Sorgfalt und Genauigkeit in die Versuchseinrichtung eingebaut, um die Krafteinleitungsachse des Hydraulikzylinders mit der Achse des Versuchskörpers in Übereinstimmung zu bringen, dennoch ist dies nicht exakt möglich, so dass durch diese Abweichung ebenfalls Unterschiede in den Einzelauflagerkräften auftreten können.

Mit zunehmender Länge der Längssteifen (ab 30 % der Zylinderhöhe) über den Auflagerpunkten ist ein Abnehmen des schalentypischen „böartigen“ Versagens festzustellen.

Weiterhin ist zu beobachten, dass mit zunehmender Länge der Aussteifungen die Vorverformungen in der Schalenwand zunehmen. Dies ist nicht verwunderlich, da zum Anbringen der Längssteifen an die Schalenwand mehr Schweißarbeiten notwendig sind und es zu größeren Wärmeeinleitungen in das Blech kommt. Dadurch werden Eigenspannungen (strukturelle Imperfektionen) und Verformungen (geometrische Imperfektionen) hervorgerufen. Dies belegen die gemessenen großen Vorbeulen entlang der Steifen der Modellschalen VS1LS1-50 und VS1LS2-30 bis VS1LS2-50.

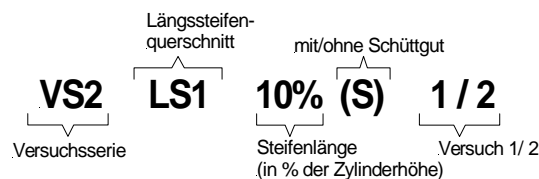
Bei allen Versuchskörpern kam es zum Versagen durch Beulen der Schalenwand über den Auflagern. Das Stabilitätsversagen der Längssteife über dem Auflager 3 des Versuches VS1LS1-50-1 ist mit den Vorverformungen der Längssteife (Beschreibung des Versuches VS1LS1-50-1 in Kapitel 3.2.1.7) an der Stelle des späteren Stabilitätsverlustes zu erklären, da alle anderen Steifen im Grenzzustand der Tragfähigkeit keine Verformung aufwiesen. Somit kann davon ausgegangen werden, dass eine Mindeststeifigkeit der Längssteifen erreicht war, wodurch ein Steifenversagen ausgeschlossen wurde und es nur noch zum Versagen der Schalenwand durch Beulen kam, was unabhängig von dem Querschnitt der Längsaussteifung eintritt (Bild 3.23).

Aus den Testergebnissen folgt weiterhin, dass die Länge der Längssteifen mindestens 30 % der Zylinderhöhe betragen sollte, um Traglaststeigerungen zu erreichen.

### 3.2.2 Versuchsserie 2

In der zweiten Versuchsserie wurden insgesamt 12 Modellschalen getestet. Ziel dieser Versuche war es, den Einfluss des am unteren Rand angebrachten kreiskegelstumpfförmigen Auslaufrichters auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale zu untersuchen. Weiterhin sollten Aussagen zur unterschiedlichen Lasteinleitung in die Kreiszyinderschale getroffen werden. So wird bei axialbelasteten Kreiszyinderschalen die Last in den Versuchen zumeist gleichmäßig über den oberen Rand der Schale in das Mantelblech eingeleitet. In der Realität erfolgt die Axiallasteinleitung in den Schalenmantel über das Schüttgut infolge der Wandreibung und über das Trichterblech, welches im gefüllten Zustand die Axiallast durch Zugkräfte über den unteren Rand der Kreiszyinderschale in das Mantelblech einleitet.

Folgende Bezeichnungsweise wurde gewählt, um die Versuche eindeutig zu unterscheiden.



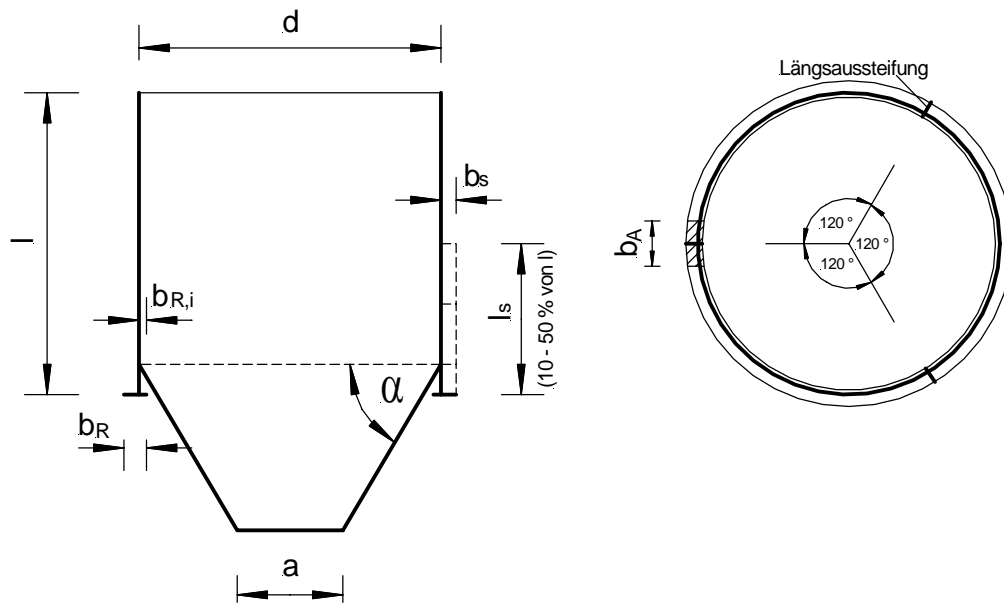
Im Unterschied zur ersten Versuchsserie wurden die Steifenlängen nicht von 10 % bis 50 % der Zylinderhöhe mit einer Schrittweite von 10 % variiert, sondern mit einer Schrittweite von 20 %. Es wurden Steifenlängen von 10 %, 30 % und 50 % untersucht. Der Längssteifenquerschnitt entsprach dem LS 1-Querschnitt der ersten Versuchsserie.

#### 3.2.2.1 Modellschalen

In Bild 3.24 und Tabelle 3.6 sind die geometrischen Abmessungen der Modellschalen der zweiten Versuchsserie angegeben.

Auch hier beträgt die Querschnittsschlankheit  $r/t$  350, die Längenschlankheit  $l/r = 2$  und die Blechdicke des Mantel- und Trichterbleches 1 mm. Die Aufstandsweite  $b_A$  ist 100 mm.





**Bild 3.24** Bezeichnungen der Modellschalen in Versuchsserie 2

**Tabelle 3.6** Geometrische Abmessungen der Modellschalen der Versuchsserie 2

Versuch	Zylinder			Ringsteife		
[mm]	l	d	t	$b_R$	$b_{R,i}$	$t_R$
VS2LS1-10-1/2	700	700	1	30	10	1
VS2LS1-30-1/2	700	700	1	30	10	1
VS2LS1-50-1/2	700	700	1	30	10	1
VS2LS1-10S-1/2	700	700	1	30	10	1
VS2LS1-30S-1/2	700	700	1	30	10	1
VS2LS1-50S-1/2	700	700	1	30	10	1
Versuch	Längssteife			Trichter		
[mm]	$b_s$	$l_s$	$t_s$	$\alpha$ [°]	a	t
VS2LS1-10-1/2	20	70	1	60	250	1
VS2LS1-30-1/2	20	210	1	60	250	1
VS2LS1-50-1/2	20	350	1	60	250	1
VS2LS1-10S-1/2	20	70	1	60	250	1
VS2LS1-30S-1/2	20	210	1	60	250	1
VS2LS1-50S-1/2	20	350	1	60	250	1

### 3.2.2.2 Herstellung der Modellschalen

Die Herstellung der Modellschalen ist im Abschnitt 3.2.1.2 der ersten Versuchsserie beschrieben. Zusätzlich wurde in der zweiten Versuchsserie das Trichterblech an den unteren Rand der Kreiszyinderschale geschweißt.

### 3.2.2.3 Messung der geometrischen Imperfektionen

Die Vermessung der Kreiszyinderschalen erfolgte wie im Abschnitt 3.2.1.3 der ersten Versuchsserie beschrieben. Der kreiskegelstumpfförmige Auslaufrichter der Modellschalen wurde nicht vermessen, da diese Vorverformungen keinen Einfluss auf die Beultragfähigkeit der Kreiszyinderschale haben.

### 3.2.2.4 Werkstoff

Aus jedem Blech des Zylindermantels wurden in Axial- bzw. Längsrichtung des Zylindermantels (L) und in Umfangs- bzw. Querrichtung des Zylindermantels (Q) Proben entnommen, um die Werkstoffkennwerte bestimmen zu können. Die Prüfprozedur ist in Kapitel 3.2.1.4 der ersten Versuchsserie beschrieben. Im Gegensatz zur ersten Versuchsserie wurden die ermittelten Werkstoffkennwerte nicht für numerische Vergleichsrechnungen benötigt, sondern nur um die Vergleichbarkeit der experimentell ermittelten Traglasten der Versuchsserie 1 und der Versuchsserie 2 sicherzustellen. Die mittleren Werkstoffkennwerte sind in Tabelle 3.7 zusammengestellt.

**Tabelle 3.7** Werkstoffkennwerte

	Umfangsrichtung (Q)			Längsrichtung (L)		
	E [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>p0,2</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	E [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>p0,2</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]	R <sub>m</sub> [N/mm <sup>2</sup> ]
Mittelwert	180414	177	326	180923	182	322
Standardabweichung	5730,4	5,7	2,4	4970,4	3,6	3,7
Variationskoeffizient [%]	3,18	3,25	0,73	2,75	2,00	1,14

### 3.2.2.5 Versuchsaufbau

Der Versuchsaufbau entsprach dem der ersten Versuchsserie (Kapitel 3.2.1.5) mit dem Unterschied, dass die Kreiszyinderschale durch den am unteren Rand angebrachten Auslauftrichter auf Stützen gelagert wurde. Dabei wurde die Lage der Lasteinleitungsachse des hydraulischen Prüfzylinders zur Achse der Modellschale genau vermessen und die Kreiszyinderschale sehr sorgfältig positioniert, um Exzentrizitäten aus der Lasteinleitung zu vermeiden. Der Versuchsaufbau ist in Bild 3.25 dargestellt.



**Bild 3.25** Versuchsaufbau bei der Versuchsserie 2

### 3.2.2.6 Versuchsdurchführung

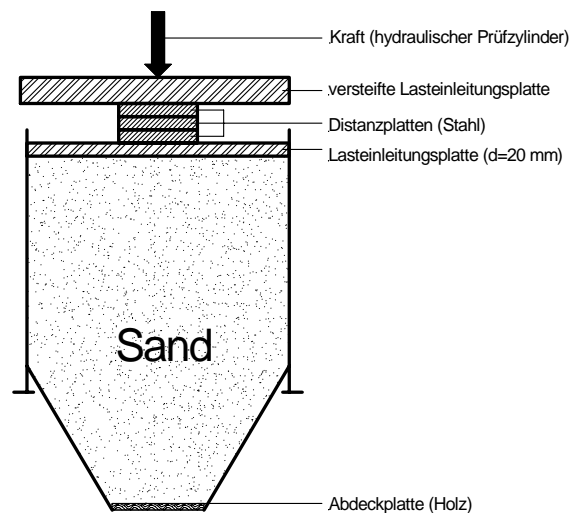
Die axiale Lasteinleitung in die Zylinderschale erfolgte weggesteuert über den oberen Schalenrand mit einer Geschwindigkeit von 5 mm/h bis zu einem zurückgelegten Maschinenweg (entspricht der vertikalen Verschiebung des oberen Schalenrandes) von 3 mm. Die Schale befand sich bei dieser vertikalen Verschiebung bereits im tiefen Nachbeulbereich, so dass die Geschwindigkeit auf 15 mm/h erhöht wurde. Der Lasteinleitungsrand der Schale wurde, wie schon bei der ersten Versuchsserie, mit zwei äußeren Ringsteifen und einem, innen auf den Durchmesser der Kreiszyinderschale angepassten Holzring versteift, um ein Versagen an dieser Stelle zu ausschließen.

Während des Versuchsablaufes wurden die Gesamtkraft der Maschine, die Einzelauflagerkräfte der Stützungen und die vertikale Verschiebung des oberen Schalenrandes über den zurückgelegten Maschinenweg, gemessen. Die Daten wurden mit einer Frequenz von 1 Hz aufgezeichnet.

**Tabelle 3.8** Art der Lastaufbringung

Versuch	Art der Lasteinleitung
VS2LS1-10-1/2	Axiallast über den oberen Rand
VS2LS1-30-1/2	
VS2LS1-50-1/2	
VS2LS1-10S-1/2	Last über das Schüttgut
VS2LS1-30S-1/2	
VS2LS1-50S-1/2	

Die Lasteinleitung über das Schüttgut wird in Bild 3.26 dargestellt.



**Bild 3.26** Lasteinleitung über das Schüttgut

Als Schüttgut wurde Sand mit einer Körnung 0/2 gewählt. Die Kraft des hydraulischen Prüfszylinders wird über die Lasteinleitungsplatte, die Distanzplatten und eine weitere Lasteinleitungsplatte, welche einen geringfügig kleineren Durchmesser als die Modellschale hatte, auf das Schüttgut aufgebracht. Die axiale Belastung der Schalenwand erfolgt nun kontinuierlich über die Wandreibungslast und über Zugkräfte

am unteren Rand, welche durch das im Auslaufrichter befindliche Schüttgut entstehen. Die weggesteuerte Lastaufbringung erfolgte mit einer Geschwindigkeit von 15 mm/h.

### 3.2.2.7 Versuchsbeobachtungen

Die gemessenen Imperfektionen der Schalenwand, direkt über den Längssteifen und den auflagernahen Meridianen, sind im Anhang D angegeben.

Im Anhang E sind die Kraft-Maschinenweg-Diagramme für die Versuche mit der Lasteinleitung am oberen Schalenrand dargestellt und die Kraft-Zeit-Diagramme für die Modellversuche, welche über das Schüttgut belastet wurden. Im Anhang G werden Bilder der Modellschalen sowohl im Grenzzustand der Tragfähigkeit, aber auch im Vor- und Nachbeulbereich dargestellt.

#### - Versuch VS2LS1-10-1



*Bild 3.27 Verformungen im Traglastzustand*

Das Schalenmantelblech über dem Auflager 2 versagt durch das Eintreten einer Beule über der Längssteife, oberhalb der Schnittstelle Kreiszyylinder – Auslaufrichter (Bild G.1 rechts). Diese gleicht dem sogenannten „Elefantenfuss“, der Beulform, welche sich

bei der lokal gestützten unverteiften Schale einstellt. Der Grund ist, dass sich das Ende der Längssteife genau an der Schnittstelle Zylindermantel-Auslauftrichter befindet und in radialer Richtung von dem Auslauftrichter gestützt wird. Dadurch wird die Last bis in die Schale oberhalb der Befestigung des Auslauftrichters geleitet. Ein ähnliches Versagensbild ist über dem Auflager 1 zu erkennen (Bild 3.27). Aus den gemessenen Imperfektionen über der Längssteife am Auflager 1 in Bild D. 1 wird ersichtlich, dass die Vorverformung in diesem Bereich mit einer Amplitude von ca. 1,7 mm größer ist als bei den anderen beiden Auflagern und somit das niedrigste Traglastniveau auftritt.

Beim zweiten Versuchsdurchgang (VS2LS1-10-2) wurde am Auflager 2 die Traglast bei 15,6 kN erreicht. Sehr deutlich erkennbar ist im Bild D. 2 das über der Längssteife des Auflagers 2 die gemessenen Vorbeulen Werte von ca. 2,0 aufweisen. An den anderen zwei Auflagern aber nur Werte zwischen 1,0 und 1,5 mm. Im Vergleich zur Modellschale des ersten Versuchsdurchganges weist der Versuchskörper des zweiten Versuchsdurchganges deutlich größere Formabweichungen auf und erreicht somit nicht die Traglasten aus dem ersten Durchgang.

#### - Versuch VS2LS1-30-1



**Bild 3.28** Verformungen im Traglastzustand

Die Auflager 1 und 3 versagen durch Beulen am Ende der Längssteife (Bilder 3.28, G.3 und G.4). Beim Auflager 2 ist zu beobachten, dass sich der Fußring (Bild G.3 rechts) bereits verformt und ein Fließen des Auflagerbereiches eintritt. Dies deutet auf ein kombiniertes Versagen hin. Trotzdem am Auflager 3 ein höheres Traglastniveau erreicht wird, ist kein Anzeichen auf ein plastisches Versagen im Fußbereich der Längssteife zu erkennen (Bild G.4 links). Beim zweiten Versuchsdurchgang tritt am Auflager 1 ein eindeutiges Versagen des Auflagerbereiches durch Plastizieren auf (Bild G.6). An dem Verlauf der gemessenen Imperfektionen der Modellschale (Bild D.4) ist erkennbar, dass sie über und am Auflager 1 die geringsten Werte aufweisen. Das Traglastniveau des Auflagers 2 ist mit 17,6 kN am geringsten und kann mit dem Verlauf der Vorverformungen (Bild D.4) erklärt werden. Die Auflagerbereiche 2 und 3 versagen durch Beulen am Ende der Längssteife (Bild G.5).

- Versuch VS2LS1-50-1



**Bild 3.29** Verformungen im Traglastzustand (VS2LS1-50-2 – Auflager 2)

Im ersten Versuchsdurchgang tritt der Versagenszustand als Beulen an den Längssteifenenden der Auflager 2 und 3 auf (G.7 links und G.8 links). Die

Imperfektionen über den Längssteifen haben größere Amplituden als über dem Auflager 1. Am Auflager 1 tritt ein kombiniertes Versagen, durch Beulen am Ende der Längssteife und Versagen des auflagnahen Bereiches durch Fließen auf (Bild G.7 rechts)

In Bild G.8, rechts ist der Nachbeulzustand am Auflager 2 dargestellt, aus dem ersichtlich wird, dass es sich um Stabilitätsversagen der Schale handelt. Ein Fließen der auflagnahen Bereiche ist nicht zu erkennen. Alle Auflagerbereiche versagen auf nahezu dem gleichen Niveau.

Beim Versuch 2 erfolgt das Versagen am Auflager 2 durch Fließen des Auflagerbereiches (Bild 3.29), am Auflager 1 durch kombiniertes Versagen -Beulen der Schale und Fließen des Auflagerbereiches (Bild G.9)- und über dem Auflager 3 tritt Beulen der Schalenwand entlang der Längssteifen ein (Bild G.10). Aus dem Bild D.6 geht hervor, dass die Imperfektionen entlang der Längssteife am Auflager 3 Werte von bis zu 4,0 mm erreichen, welche größer sind als an den Auflagern 1 und 2. Dies erklärt das Beulversagen am Auflager 3. Die Imperfektionen über dem Auflager 2 sind geringer als die des Auflagers 1.

#### - Versuch VS2LS1-10S-1

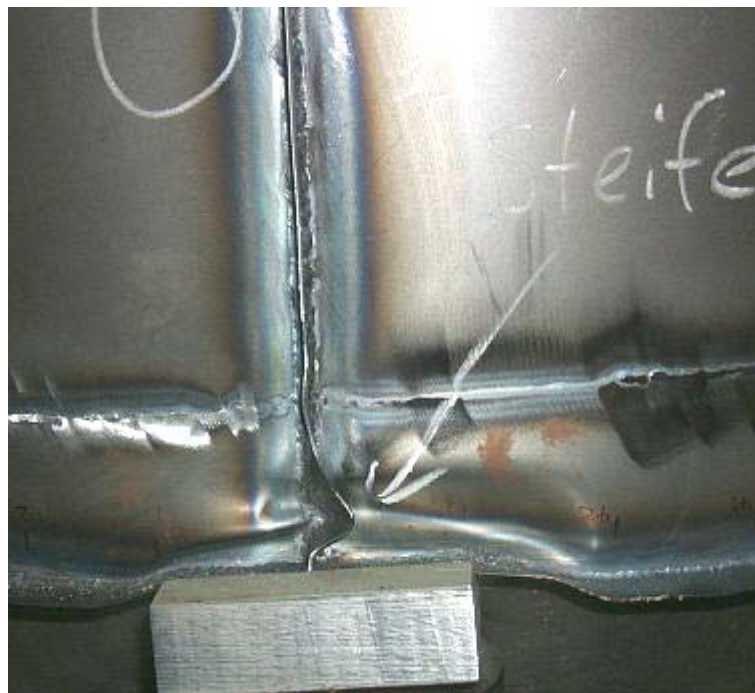


**Bild 3.30** Verformungen im Traglastzustand (VS2LS1-10S-2 – Auflager 3)



An allen drei Auflagern war Versagen durch Fließen des auflagernahen Bereiches zu erkennen (Bilder 3.30 und G.11). In keinem Fall trat Versagen der Schalenwand infolge Beulen auf. Durch das innen liegende Schüttgut wurden Umfangszuspannungen in die Schalenwand eingeleitet. Dadurch erhöht sich der Widerstand des Mantelbleches gegen Beulversagen. Dieser Effekt ist in vielen Regelwerken für den Beulsicherheitsnachweis für Schalen berücksichtigt. So ist es zum Beispiel nach [DIN 18800-4, 1990] Element 429 möglich, die beullasterhöhende Wirkung des inneren Manteldruckes zu berücksichtigen, indem die reale Beulspannung erhöht wird. Nach Meinung des Verfassers sollte diese Traglastreserve nicht „angetastet“ werden, da es sich bei axialbelasteten Kreiszylinderschalen um sehr imperfektionsempfindliche Tragwerke handelt, welche durch das komplizierte Tragverhalten schon sehr schadensanfällig sind. Die Ergebnisse des Versuchs 2 bestätigten die des ersten Versuchs (Bild G.12).

- Versuch VS2LS1-30S-1



**Bild 3.31** Verformungen im Traglastzustand (VS2LS1-30S-2 – Auflager 1)

An allen Auflagern tritt Versagen durch Fließen des Bereiches über der Stützung auf (Bild G.13). Die Versagensbilder des zweiten Versuchsdurchganges bestätigen die Ergebnisse des ersten Versuchsdurchganges (Bild G.14).

#### - Versuch VS2LS1-50S-1

Das Versagen tritt bei den Versuchsdurchgängen 1 und 2 an allen Auflagern durch Fließen des unmittelbaren Stützbereiches auf. Die Traglasten unterscheiden sich kaum von denen der Versuchsdurchgänge VS2LS1-30S-1/2.

#### 3.2.2.8 Versuchsergebnisse

In Tabelle 3.9 sind die an den Kraftmesszellen der einzelnen Auflagern gemessenen Traglasten angegeben.

**Tabelle 3.9** Einzelauflegerkräfte der Modellschalen der Versuchsserie 2

Durchgang	1				2			
Modellschale	Traglast	Auflager	Auflager	Auflager	Traglast	Auflager	Auflager	Auflager
	[kN]	1 [kN]	2 [kN]	3 [kN]	[kN]	1 [kN]	2 [kN]	3 [kN]
VS2LS1-10	62,23	21,98	24,13	23,74	53,39	22,03	15,61	18,22
VS2LS1-30	64,56	19,89	22,47	26,76	62,57	27,12	17,56	24,07
VS2LS1-50	74,97	26,75	25,18	26,45	74,89	25,83	26,23	25,87
VS2LS1-10S	68,9	24,93	22,18	24,52	63,41	25,48	21,15	25,12
VS2LS1-30S	74,69	25,55	27,28	26,22	81,07	29,57	23,83	29,01
VS2LS1-50S	66,16	25,07	24,98	23,95	74,22	27,63	25,34	26,85

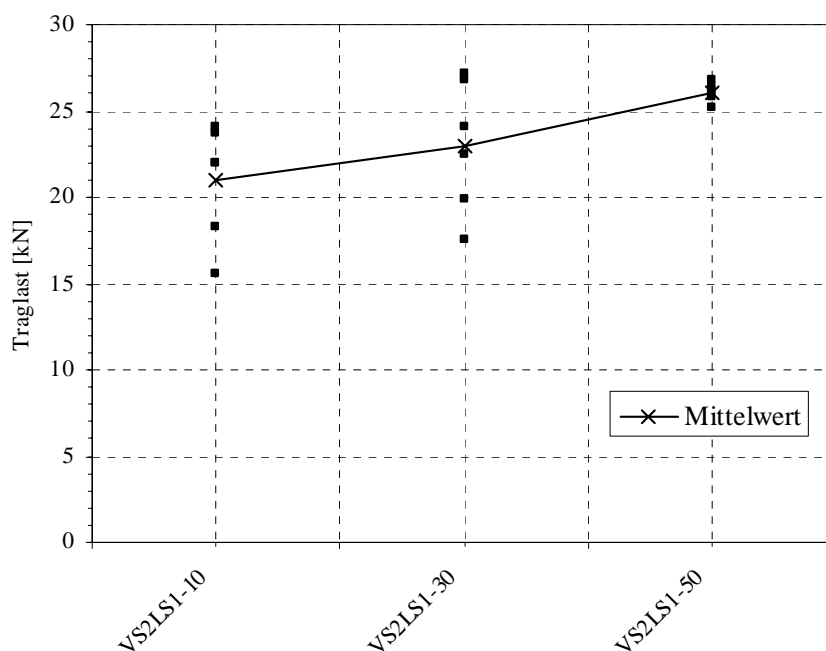
Die Traglasten der Versuchsserie 2 gehen nicht in die Entwicklung des Bemessungsmodells für lokal gestützte, über den Auflagern längsversteifte Kreiszylinderschalen ein, welches in dieser Arbeit aufgestellt werden soll.

Sie dienen dem Vergleich, welchen Einfluss die Anordnung eines Auslaufrichters auf die Traglast der Schalenstruktur und welchen Einfluss die Art der Lastenleitung in den Zylindermantel hat.

Um die Traglasten der Versuchsserie 1 und 2 vergleichen zu können, werden die Traglasten der Einzelauflegerkräfte der Versuchsserie 2 in Tabelle 3.10 und 3.11 mit ihrer statistischen Auswertung dargestellt und in den Bildern 3.32 und 3.33 graphisch aufbereitet.

**Tabelle 3.10** Einzelauflegerkräfte für die Modellschalen mit Auslauftrichter

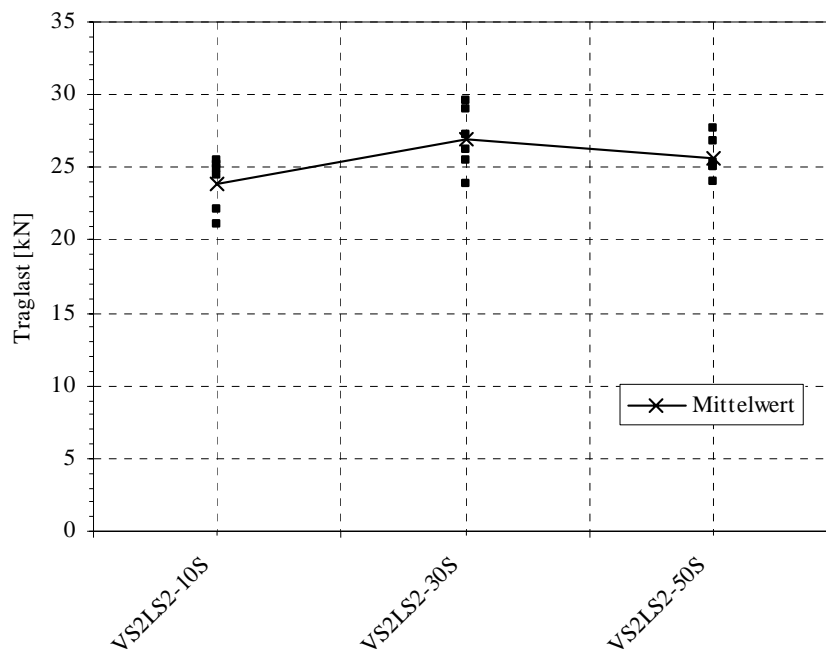
Durchgang	Auflager	VS2LS1-10	VS2LS1-30	VS2LS1-50
1	1	21,98	19,89	26,75
	2	24,13	22,47	25,18
	3	23,74	26,76	26,45
2	1	22,03	27,12	25,83
	2	15,61	17,56	26,23
	3	18,22	24,07	25,87
Mittelwert		20,95	22,98	26,05
Standardabweichung		3,35	3,79	0,55
Variationskoeffizient [%]		15,99	16,49	2,12

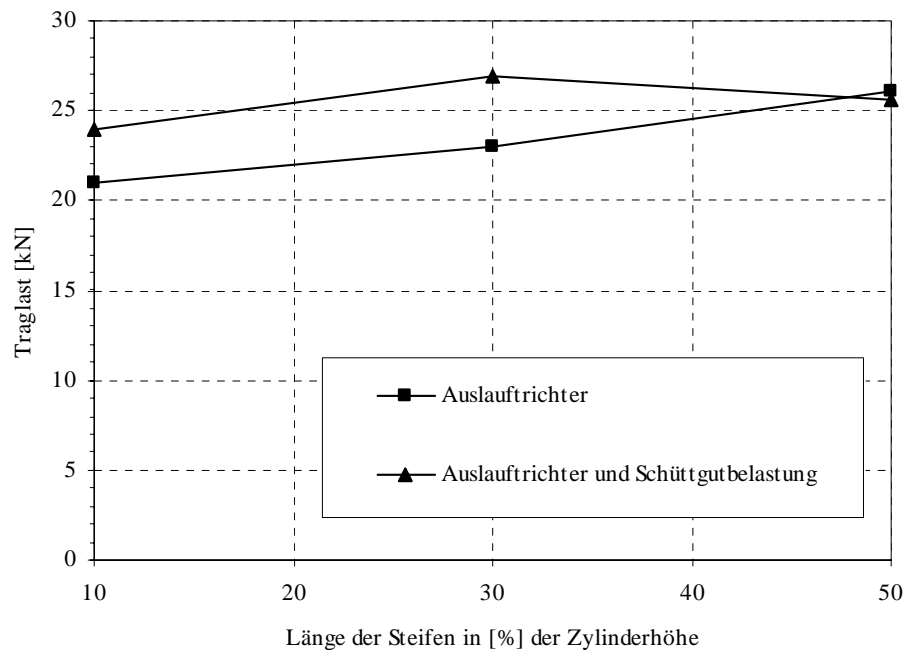


**Bild 3.32** Einzelauflegerkräfte für die Modellschalen mit Auslauftrichter

**Tabelle 3.11** Einzelauflagerkräfte für die Modellschalen mit Schüttgutbelastung

Durchgang	Auflager	VS2LS1-10S	VS2LS1-30S	VS2LS1-50S
1	1	24,93	25,55	25,07
	2	22,18	27,28	24,98
	3	24,52	26,22	23,95
2	1	25,48	29,57	27,63
	2	21,15	23,83	25,34
	3	25,12	29,01	26,85
Mittelwert		23,90	26,91	25,64
Standardabweichung		1,79	2,16	1,35
Variationskoeffizient [%]		7,47	8,05	5,27

**Bild 3.33** Einzelauflagerkräfte für die Modellschalen mit Schüttgutbelastung



**Bild 3.34** Vergleich der Mittelwerte der Modellschalen mit Auslauftrichter und Schüttgutbelastung

### 3.2.2.9 Diskussion der Versuchsergebnisse

#### 3.2.2.9.1 Modellschalen mit Auslauftrichter und axialer Belastung am oberen Rand

Bei Steifenlängen von 10 bis 30% der Zylinderhöhe ist eine relativ große Streuung der Traglastwerte zu erkennen (ähnlich wie bei der Versuchsserie 1). Der Grund liegt in der Versagensart. Über allen Auflagern tritt als Versagen das Beulen der Schalenwand auf (Ausnahme: VS2LS1-30-2, Auflager 1). Bei axialbelasteten Schalenstrukturen ist dieses Versagen maßgeblich von den Imperfektionen der Kreiszylinderschale abhängig. Da bei dem Versuch VS2LS1-30-2 über dem Auflager relativ geringe Vorverformungen gemessen wurden, konnte die axiale Auflagerkraft Werte erreichen, die zum Fließen des Auflagerbereiches führen ohne das vorher Stabilitätsversagen der Schalenwand eintritt. Die Gründe für die Streuung der Traglasten bei Stabilitätsversagen sind in Kapitel 3.2.1.9 beschrieben.

Bei Steifenlängen von 50% der Zylinderhöhe ist die Streuung der Traglastniveaus gering. Bei diesen Modellschalen trat nur noch vereinzelt Beulen der Schalenwand auf

und hauptsächlich kombiniertes Versagen (Beulen des Mantelbleches und Fließen im Auflagerbereich) und Plastizierung des auflagnahen Bereiches. Aus der Darstellung in Bild 3.32 ist eine Traglaststeigerung mit zunehmender Längssteifenhöhe über der Stützung erkennbar.

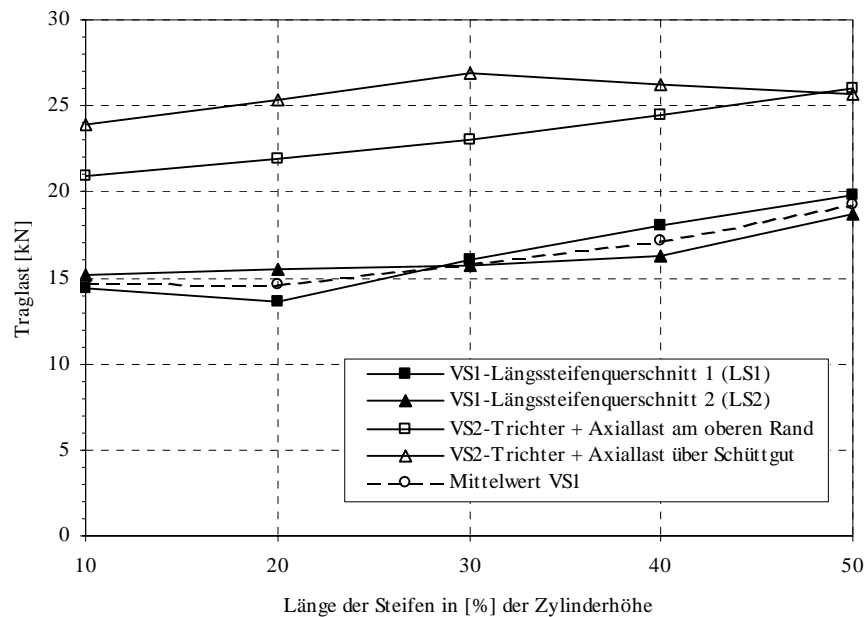
#### 3.2.2.9.2 Modellschalen mit Auslaufrichter und axialer Belastung über das Schüttgut

Die Streuung der Traglasten (Bild 3.33 und Tabelle 3.11) ist relativ gering und liegt deutlich unter der Streuung der Traglasten der ersten Versuchsserie und der Traglasten aus den Versuchen an den Modellschalen mit axialer Lasteinleitung am oberen Rand. Die Versagensursache der Kreiszyylinder war in den Versuchen mit Schüttgutbelastung ausschließlich das Fließen der auflagnahen Bereiche über den Stützungen. Damit spielten die vorhandenen Imperfektionen im Mantelblech der Kreiszyinderschalen eine untergeordnete Rolle, da diese von dem wirkenden inneren Manteldruck, welcher in der Schalenwand Umfangszugkräfte bewirkt, „glattegezogen“ werden (Bemerkung in Kapitel 3.2.2.7, Abschnitt VS2LS1-10S-1). Da die Größe der Kraft, welche ein Fließen des Auflagerbereiches verursacht, ausschließlich von der Fläche des Auflagerpunktes und der Streckgrenze des Materials abhängt, kann die vorhandene geringe Streuung der Traglasten nur aus der Streuung der Werkstoffparameter resultieren.

Damit lässt sich die Aussage treffen, die in Bild 3.33 graphisch untermauert wird, dass eine Traglaststeigerung durch eine Verlängerung der Längssteifen über den Auflagern nicht möglich ist, da diese keinen Einfluss auf die plastische Grenztraglast der Kreiszyinderschale über der Stützung hat. Einfluss hat nur der Querschnitt der Längssteifen, da dieser die Querschnittsfläche des Auflagerpunktes beeinflusst.

### 3.2.3 Vergleich der Ergebnisse der Versuchsserien 1 und 2

In Bild 3.35 sind die Mittelwerte der Versuchsserie 1 (Längssteifenquerschnitt 1 und Längssteifenquerschnitt 2) und der Versuchsserie 2 (Auslaufrichter mit Lasteinleitung am oberen Rand und Auslaufrichter mit Lasteinleitung über das Schüttgut) dargestellt.



**Bild 3.35** Vergleich der Mittelwerte der Versuchsserien 1 und 2

Die aufnehmbaren Traglasten der Versuchsserie 1 liegen deutlich unter denen der Versuchsserie 2. Die baupraktische Realität wird am besten von den Modellschalen der Versuchsserie 2 mit einer Belastung am oberen Schalenrand wiedergespiegelt.

Die Belastung durch das Schüttgut ist zwar die Realität, doch sollte der Effekt der beulstabilisierenden Wirkung durch die wirkenden Umfangszugspannungen, wie in Kapitel 3.2.2.7 Abschnitt VS2LS1-10S-1 beschrieben, nach Meinung des Verfassers in einer Bemessung nicht berücksichtigt werden, um der komplizierten Tragwirkung einer solchen Schalenstruktur und den damit einhergehenden überproportional vielen Schadensfällen Rechnung zu tragen.

Des Weiteren verursachte die direkte Belastung der Schüttgutoberfläche (Bild 3.26 in Kapitel 3.2.2.6) und die Verhinderung des Auslaufes des Schüttgutes am unteren Ende

des Trichters eine Verdichtung des Schüttgutes, welche in der Realität so nicht vorhanden ist, da die maximalen Bemessungsschnittgrößen infolge Füllen bzw. Entleeren des kreiszylindrischen Silos auftreten und das Schüttgut im Zylinder fließt (Kernfluss, Massenfluss). Der durch den inneren Manteldruck verursachte Umfangszug in der Zylinderschale wird dadurch im Versuch nach Meinung des Verfassers deutlich überschätzt.

Für die Entwicklung des Ingenieurmodells für die Bemessung einer lokal gestützten, über den Auflagern längsversteiften kreiszylindrischen Schale, werden die Ergebnisse der Versuchsserie 1 zu Grunde gelegt.

Ziel des aufzustellenden Bemessungsmodells ist es, konkrete Aussagen über die Dimensionierung der Längssteifen zu treffen, um eine Mindeststeifigkeit zu definieren, die ein Steifenversagen ausschließt. Des Weiteren soll ein Bemessungsalgorithmus entwickelt werden, der es ermöglicht, in Abhängigkeit von den geometrischen Parametern (Auflagerbreite,  $r/t$ -Verhältnis, Längssteifenhöhe) die Traglast einer kreiszylindrischen lokal gestützten Schalenstruktur mit Längsaussteifungen über den Lasteinleitungspunkten zu ermitteln. Den Einfluss des Auslauftrichters auf die Traglast des Silos in einen Bemessungsalgorithmus zu integrieren, bleibt weiteren Forschungsarbeiten vorbehalten.

Das auf Basis der experimentellen Ergebnisse der Versuchsserie 1 zu entwickelnde Bemessungsmodell liegt somit auf der sicheren Seite, wie Bild 3.35 zeigt.



## **4 Numerische Vergleichsrechnungen mit Hilfe der Finiten-Element-Methode**

### **4.1 Allgemeines zum Programmpaket ABAQUS**

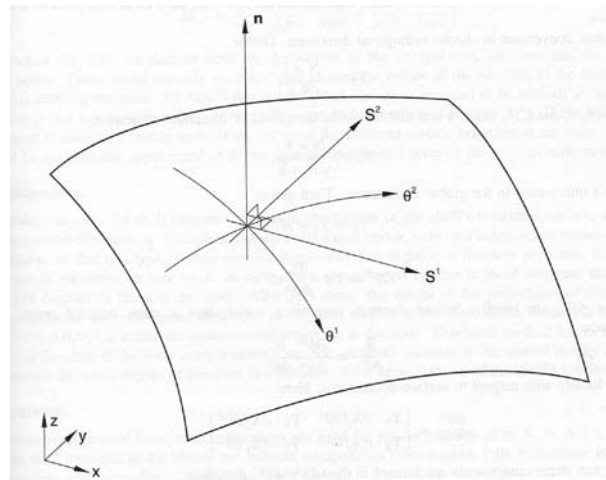
Die numerischen Berechnungen in dieser Arbeit wurden mit dem Programmpaket ABAQUS/STANDARD Version 6.3-1 [ABAQUS] durchgeführt. ABAQUS gilt als eine führende Berechnungssoftware im Bereich linearer und nichtlinearer Analysen auf Basis der Finiten-Element-Methode. Nicht nur Bauteiluntersuchungen im traditionellen Bauingenieurwesen, sondern vor allem Untersuchungen von Bauteilen und Bauteilgruppen im Automobilbau, Maschinenbau und in der Luft- und Raumfahrttechnik können mit dieser Software zuverlässig durchgeführt werden. Die wissenschaftliche Anwendung wurde in einer Vielzahl von Forschungsprojekten, welche mit diesem Programmpaket durchgeführt wurden, bestätigt z. B. [Guggenberger, 1998 (1)], [Rathe, 1996]. Für das Pre- und Postprocessing stand mit MSC PATRAN, Version 2003 r2 der Fa. MSC Software, eine leistungsfähige Software zur Verfügung.

### **4.2 Numerisches Berechnungsmodell**

#### **4.2.1 Elementeigenschaften**

Bei der Modellierung der Schalenstruktur wurden Elemente des Typs S4R5 verwendet. Dabei handelt es sich um ein Vierknotenelement mit 5 Freiheitsgraden (3 Verschiebungs- und 2 Rotationsfreiheitsgrade) je Knoten und reduzierter Integration. Es werden sowohl für die Rotationen, als auch für die Verschiebungen bilineare Ansatzfunktionen verwendet. Dieses Element ist besonders gut für die Berechnung von dünnwandigen Schalenstrukturen geeignet und wurde bereits bei der numerischen Analyse solcher Strukturen mit Erfolg eingesetzt [Guggenberger, 1998 (1)], [Holst, 1996]. Die einfache Elementgeometrie begünstigt die Implementierung der real

gemessenen Imperfektionen an den Modellschalen im numerischen Berechnungsmodell. (Bild 4.1).



**Bild 4.1** 4-Knoten Schalenelement

#### 4.2.2 FEM-Modell

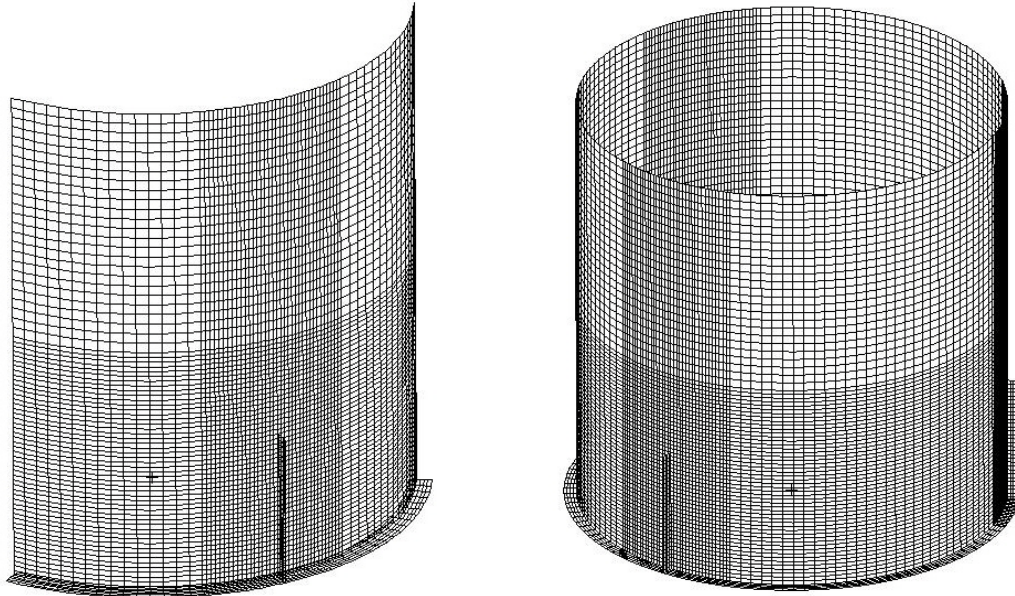
Im Regelwerk der [EN 1993-1-6, 2005] sind Kriterien für die Aufstellung eines numerischen Berechnungsmodells angegeben. So ist die Schale durch ihre Mittelfläche zu beschreiben und als Krümmungsradius ist der Nennwert zu verwenden. Für Nachweise im Grenzzustand Beulen nach [EN 1993-1-6, 2005] sind die Imperfektionen der Schalenwand zu berücksichtigen.

Für die hier durchgeführten Vergleichsrechnungen der Versuchsmodellschalen werden zwei unterschiedliche Finite-Element Modelle aufgestellt:

1. Modellierung als Vollschale,
2. Modellierung als Drittelschale (120°-Schalensegment).

Auf Grund der an der Modellschale vorliegenden rotationssymmetrischen Belastung und Stützenanordnung ist es möglich, unter Ansatz der Symmetriebedingungen nur ein Drittel der Vollschale im numerischen Berechnungsmodell zu berücksichtigen. Daraus ergibt sich der Vorteil, dass während der numerischen Untersuchungen Ressourcen, wie Rechenzeit, Speicherkapazität etc., gespart werden. Durch die numerische Berechnung der Voll- und der Drittelschale im Rahmen der Vergleichsrechnungen sollen die Ergebnisse beider Modelle verifiziert werden, so dass die im Anschluss folgenden

Parameterstudien an dem Berechnungsmodell der Drittschale durchgeführt werden können. In Bild 4. 2 sind exemplarisch die Netzmodelle der Voll- und der Drittschale des Versuchskörpers VS1LS1-30 dargestellt.



**Bild 4.2** Netzmodelle der Drittel- und der Vollschale

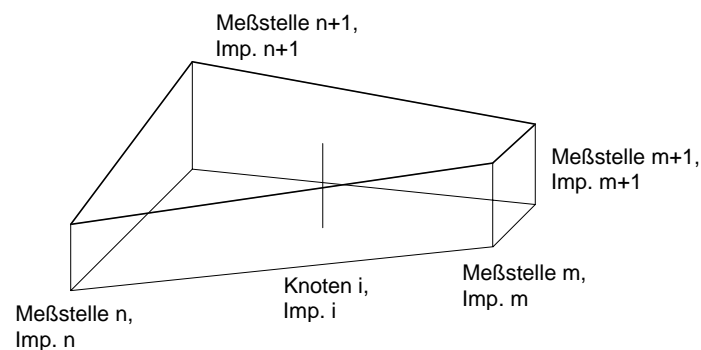
In Schalenbereichen, in denen von vornherein große Beanspruchungskonzentrationen und Verformungen zu erwarten waren, erfolgte eine feinere Diskretisierung des numerischen Berechnungsmodells. In Bild 4.2 sind diese Bereiche über dem Auflagerbereich gut erkennbar.

Sowohl bei dem Modell der Drittschale, als auch bei dem Modell der Vollschale erfolgte eine spannungslose Implementierung der gemessenen realen Imperfektionen an den Modellschalen auf die perfekte Geometrie der numerischen Berechnungsmodelle, indem die Knotenkoordinaten der perfekten Netzstruktur verändert wurden.

Bei den durchgeführten Vergleichsberechnungen wurden die realen Werkstoffkennwerte der Modellschalen (Kapitel 3.2.1.4) angesetzt. Dabei wurde eine bilineare Formulierung (ideal-elastisch-idealplastisch) des Spannungs-Dehnungsverhaltens des Werkstoffes verwendet, was auf Grund des ausgeprägten Verfestigungsverhaltens des verwendeten Stahls auf der sicheren Seite liegt.

### 4.2.3 Implementierung der realen Imperfektionen

An allen Modellschalen der Versuchsserien 1 und 2 wurden die anfänglichen Imperfektionen gemessen, um Aussagen über deren Einfluss auf das Beultragverhalten der Schalenstruktur treffen zu können (Kapitel 3.2.1.3). Diese Abweichungen von der perfekten Schalengeometrie mussten in das numerische Berechnungsmodell eingearbeitet werden, um die Ergebnisse der Versuche und die Ergebnisse der numerischen Berechnung vergleichen zu können.



**Bild 4.3** Lineare Interpolation zwischen den Messstellen

Bedingt durch das zur Imperfektionsmessung eingesetzte Verfahren, welches die Daten entlang des zu vermessenden Meridians mit einer Frequenz von 1 Hz aufzeichnete, kam es zu einer variierenden Anzahl von Messpunkten über die Zylinderhöhe auf den verschiedenen Messmeridianen in Umfangsrichtung der Modellschale. Auch ist bei der vernetzten Schalenstruktur nicht sichergestellt, dass die vertikalen Knotenlinien mit den Messmeridianen der Modellschalen übereinstimmen. Um die Vorverformungen auf die Netzstruktur der FE-Modelle aufzubringen war es notwendig, zwischen den Messstellen linear zu interpolieren. In Bild 4.3 ist die Vorgehensweise dargestellt. Die Umsetzung dieser Prozedur erfolgte in einem in der Programmiersprache C implementierten Programm, welches hier nicht näher vorgestellt werden soll.

Bei der Modellierung der Vollschale wurden die aufgenommenen Vorverformungen der Modellschalen auf die gesamte Schale aufgebracht. Die 120°-Schalensegmente (Drittelschale), welche bei der Berechnung der Vollschale mit ihren aufgebrachten

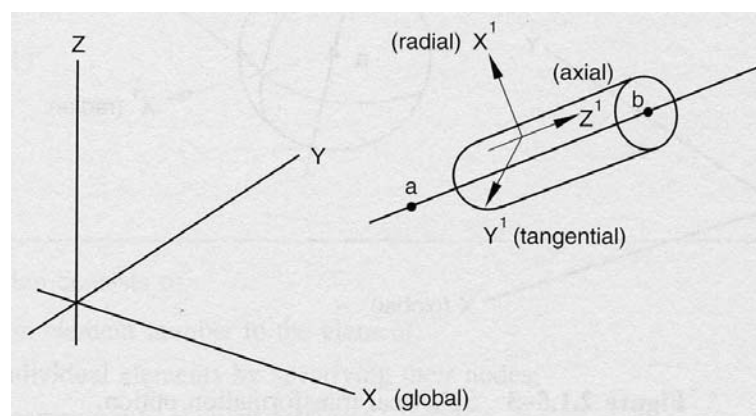
Vorverformungen, die geringste Traglast aufwiesen, wurden in der Modellierung der Drittschale berücksichtigt.

Die somit erhaltene imperfekte Schalenstruktur hat den Nachteil, dass sie nur für die Nachrechnung der Modellschalen Gültigkeit besitzt, da die gemessenen Imperfektionen schalenspezifisch sind. Bei dem Modell der Drittschale kommt hinzu, dass die imperfekte Struktur, streng genommen, keine Symmetrie in Umfangsrichtung besitzt, da die Vorverformungen der drei 120°-Schalensegmenten innerhalb der Vollschale unterschiedliche Größe und Verteilung aufweisen. Dieser Einfluss auf die mit Symmetriebedingungen an den Schalenrändern gelagerte Drittschale wird in Kapitel 4.3.2.1 dargestellt.

Für die durchzuführenden Parameterstudien zur Entwicklung eines Bemessungsmodells ist es daher notwendig, ungünstig wirkende Ersatzimperfektionen anstelle der gemessenen Imperfektionen zu finden, die den Übergang von der perfekten zur imperfekten Schalenstruktur zuverlässig abdecken. Diese Problematik ist Gegenstand aktueller Forschungstätigkeiten [Schneider 2002], [Schneider, 2004 (1)], [Schneider 2004 (2)].

#### 4.2.4 Lagerung und Lasteinleitung

Alle Koordinaten in den numerischen Berechnungsmodellen beziehen sich auf ein zylindrisches Koordinatensystem (Bild 4.4).

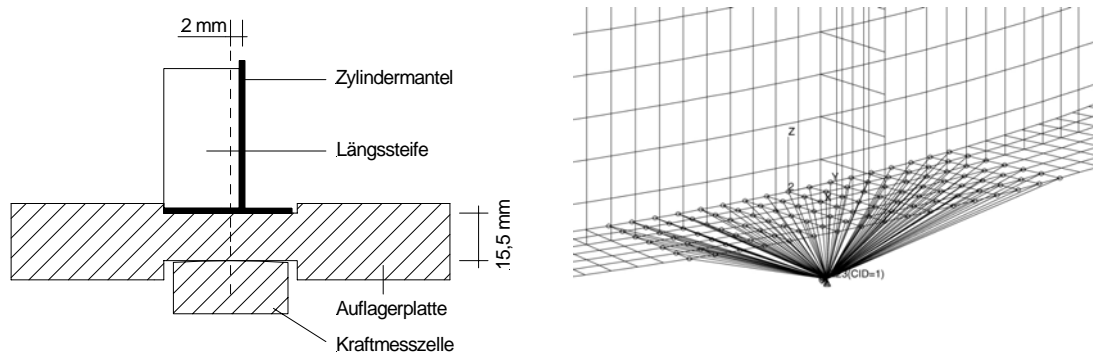


**Bild 4.4** Zylindrisches Koordinatensystem

Die Lagerungsbedingungen am Berechnungsmodell wurden so definiert, dass sie denen der getesteten Modellschalen der Versuchsserie 1 entsprachen.

So wurde am oberen Zylinderrand der Kreisquerschnitt der Schale durch Rotationsverhinderung erhalten. Die Ringsteife am unteren Schalenrand wurde in das Berechnungsmodell integriert. Die Berücksichtigung einer Stützung durch einen Auslaufrichter erfolgte nicht, so dass keine weiteren Randbedingungen in diesem Bereich angesetzt wurden.

Besondere Aufmerksamkeit wurde auf die Definition der Randbedingungen im Stützbereich gelegt. So ist in Bild 4.5 die im Versuch verwendete Auflagerkonstruktion dargestellt (siehe auch Bild 3.7 b).



**Bild 4.5** Auflagerdetail im Versuch (links) und in FE-Modellierung (rechts)

Die Exzentrizität der Lasteinleitung bezüglich der Schalenwand wurde in der FE-Modellierung berücksichtigt. So wurde die Ringsteife über der Stützung vollflächig gelagert (Verhinderung aller Verschiebungen) und über Multi-Point-Constraints die exzentrische Krafteinleitung berücksichtigt (Bild 4.5 rechts). Zahlreiche Vergleichsrechnungen haben gezeigt, dass diese Modellierung des Stützbereiches gegenüber einer vollflächigen Lagerung des Stützbereiches, ohne die Berücksichtigung der Lasteinleitungsexzentrizität, die konservativere Lösung darstellt und geringere Traglasten der Schale zur Folge hat. Somit entspricht diese Modellierungsvariante nicht nur den Versuchsbedingungen, sondern liegt auch auf der sicheren Seite.

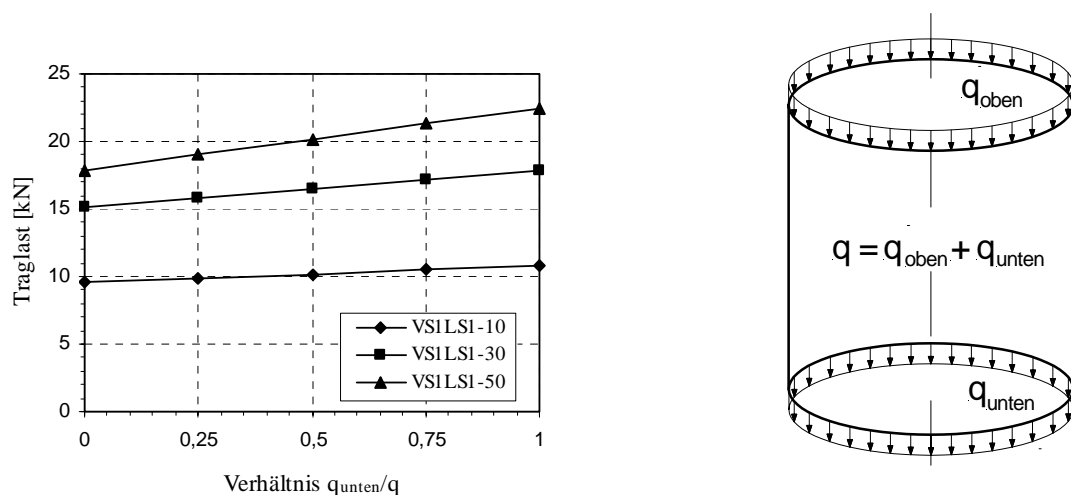
Die äquidistante Lagerung der Schale auf drei Stützungen und die rotationssymmetrische Belastung der Vollschale erlauben die Berechnung an einem 120°-Schalensegment unter Ausnutzung der Symmetriebedingungen an den vertikalen Rändern des Schalensegmentes. An diesen Rändern wurden die Verschiebungen in

tangentialer Richtung und die Verdrehungen um die radiale und die axiale Achse gesperrt.

Die Lasteinleitung am oberen Schalenrand erfolgte über die Anordnung von dreidimensionalen zweiknotigen Fachwerkelementen, denen ein definierter Querschnitt und das Eigengewicht zugeordnet wurde. Durch diese Vorgehensweise war es möglich, eine gleichmäßige axiale Linienlast auf den Zylinderrand aufzubringen.

#### 4.2.5 Einfluss der Lasteinleitung

Sowohl in der Versuchsdurchführung, als auch in der numerischen Berechnung wurde die axiale Last über den oberen Schalenrand in den Kreiszyylinder eingeleitet. Dies ist eine vereinfachte Annahme und entspricht nicht der tatsächlichen Lasteinleitung in eine kreiszylindrische Schale in der baupraktischen Realität. Üblicherweise erfolgt bei einem realen Silo die Lasteinleitung über die Wandreibung des Schüttgutes in die Schalenwand und bei Vorhandensein eines Auslaufrichters, was bei auf Stützen gelagerten Silos eigentlich immer der Fall ist, über Zugkräfte, welche aus dem im Auslaufrichter liegenden Schüttgut resultieren und über den unteren Schalenrand in den Schalenmantel eingeleitet werden. An dieser Stelle soll untersucht werden, welchen Einfluss der Ort der Lasteinleitung auf das Tragverhalten der kreiszylindrischen Schale hat und welche Konsequenzen für die weiteren Untersuchungen entstehen.



**Bild 4.6** Traglasten in Abhängigkeit vom Ort der Lasteinleitung

Deutlich erkennbar ist der Traglastzuwachs bei Axiallasteinleitung über den unteren Rand der Schale (Verhältnis  $q_{\text{unten}}/q=1$ ). Der Traglastzuwachs ist umso größer je länger die Steife über dem Auflager ist.

Durch die Lasteinleitung über den oberen Schalenrand kommt es bereits auf einem geringeren Lastniveau zu einer deutlichen Lastkonzentration über den Längssteifen. Die Last wird vom oberen Schalenrand hin zu den steifen Schalteilen, d. h. zur Längssteife über den Auflagern, abgeleitet. Über die Längssteife erfolgt der Lastabtrag direkt in das Auflager. Dieser Effekt ist umso größer, je länger die Steife über dem Auflager ist. Am Lastabtrag beteiligt sich nur der Schalenbereich unmittelbar neben der Längssteife. Der untere Schalenrand neben der Stützung ist nahezu spannungsfrei. Dadurch ist der größere Traglastzuwachs für längere Steifen (VS1LS1-50) im Vergleich zu kürzeren Steifen (VS1LS1-10) bei Umlagerung der Lasteinleitung vom oberen zum unteren Schalenrand zu erklären.

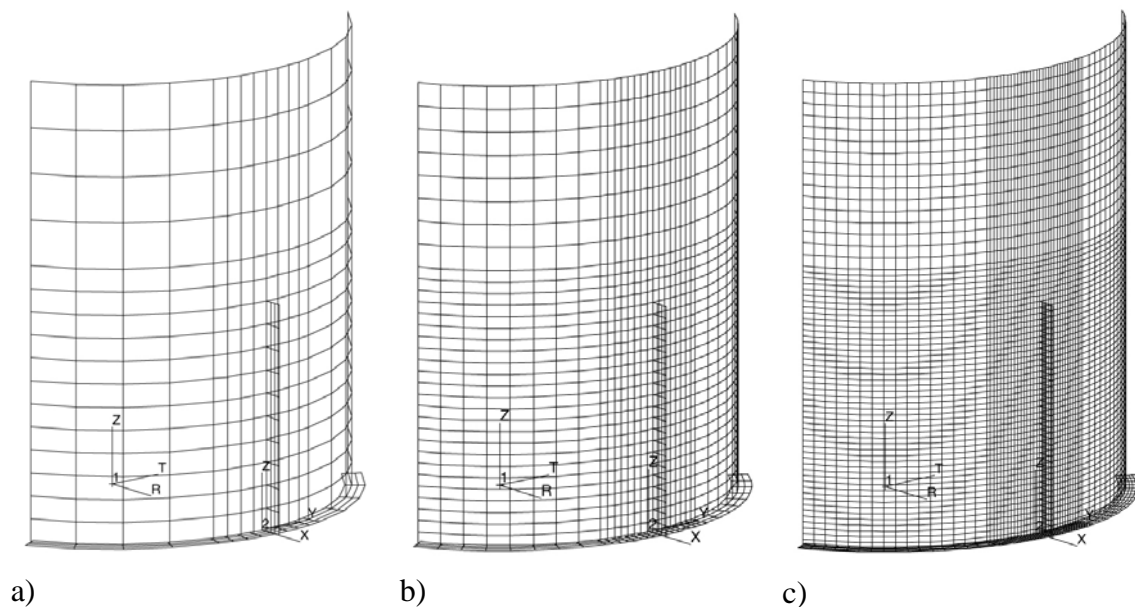
Durch die Lasteinleitung am unteren Rand kommt es zu einer kontinuierlichen Lasteinleitung von der Stützung über die Längssteifen in die Schale. An der Lasteinleitung beteiligen sich größere Schalenbereiche über der Stützung.

Es ist festzustellen, dass die Axiallasteinleitung über den oberen Schalenrand eine auf der sicheren Seite liegende Annahme darstellt und somit für die weiteren numerischen Untersuchungen verwendet werden kann.



### 4.2.6 Konvergenzuntersuchung

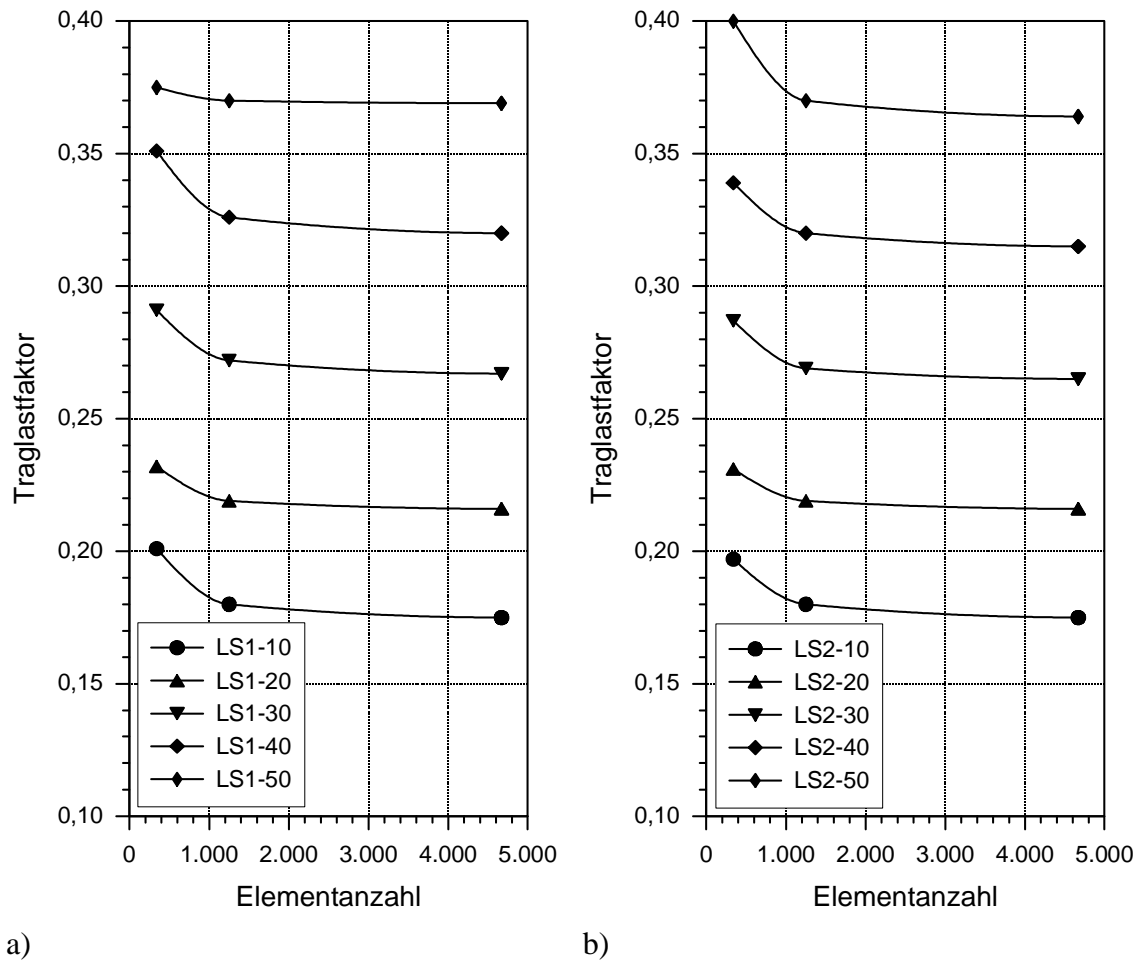
Die Genauigkeit der aus der Finiten-Element Berechnung erhaltenen Ergebnisse hängt maßgeblich von der Diskretisierung des Berechnungsmodells ab, d. h. von der Element- und Knotenanzahl. Gleichzeitig führt eine feinere Vernetzung, also eine größere Element- und Knotenanzahl, zu einer ungleich längeren Rechenzeit und der Blockierung von Speicherkapazität. Um ein Optimum aus Ergebnis, Rechenzeit und Speicherbelegung zu finden, wurden verschiedene Diskretisierungsstufen des Modells der Drittschale untersucht (Bild 4.7).



**Bild 4.7** Diskretisierungsstufen a) 340 b) 1250 c) 4700 Elemente

Die Berechnung der drei Modelle erfolgte an der perfekten Struktur unter Zugrundelegung eines linear-elastischen-idealplastischen Materialverhaltens.

Die Ergebnisse sind in Bild 4.7 als Traglastfaktor über der Elementanzahl aufgetragen. Der Unterschied zwischen den Ergebnissen des Modells a und des Modells b beträgt bis zu 15%. Dagegen weichen die Traglasten zwischen dem Modell b und dem Modell c nur noch um maximal 3% voneinander ab.



**Bild 4.8** Ergebnisse der Konvergenzuntersuchung

a) Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)    b) Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)

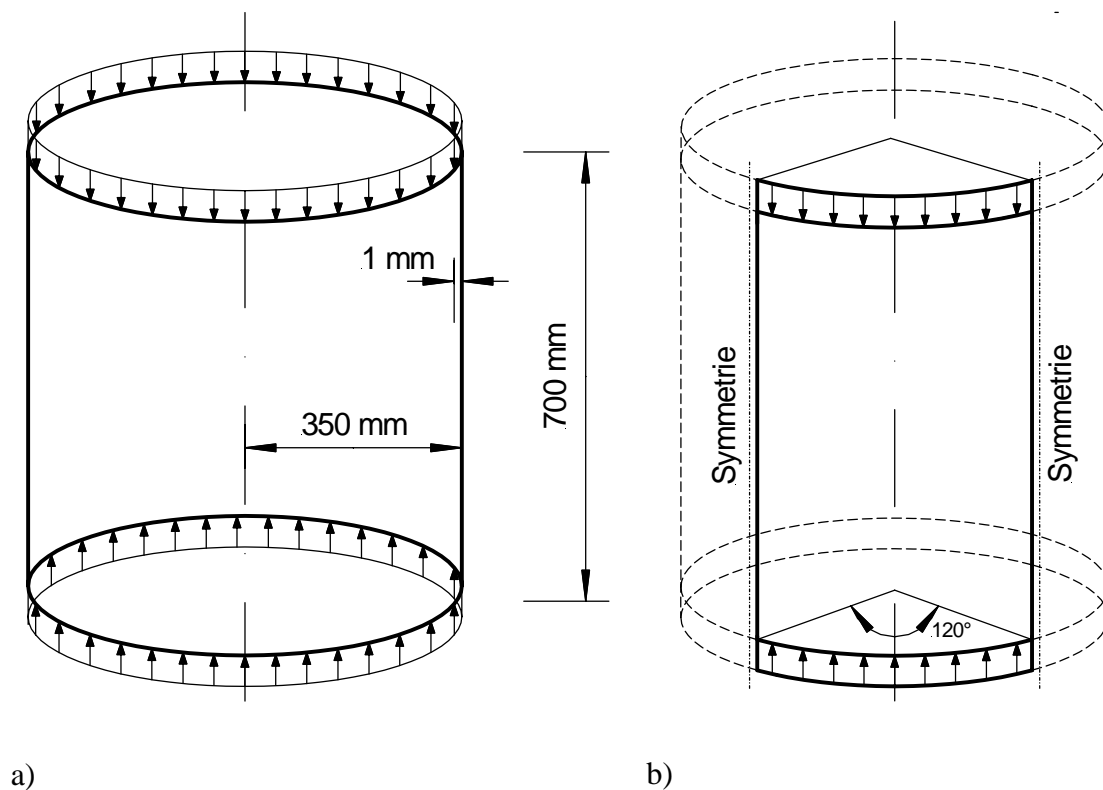
Bei den Modellen mit grober Vernetzung, d. h. mit kleiner Elementanzahl, kommt es zu einer Versteifung der Schalenstruktur des numerischen Berechnungsmodells und damit zu einem höheren Traglastfaktor.

Für die weitere Untersuchung des Tragverhaltens axialbelasteter Kreiszylinderschalen mit über den Auflagern angeordneten Längssteifen, wird das Modell der Drittelschale mit einer Netzdichte von ca. 4500 Elementen (abhängig von der Längssteifenlänge) verwendet.

### 4.2.7 Testrechnungen

Mit den Ergebnissen der Konvergenzuntersuchung und dem damit verbundenen Vernetzungsgrad der Drittschale (Kapitel 4.2.6) werden an dieser Stelle Testrechnungen durchgeführt, um einerseits die Anwendung des Modells des 120°-Schalensegmentes (Drittschale) und andererseits die Zuverlässigkeit der verwendeten Finiten-Element Software ABAQUS zu validieren.

Es wird der Basisbeulfall der axialbelasteten, kontinuierlich gelagerten Kreiszyklinderschale untersucht. Ermittelt wird der erste lineare Eigenwert der Schalenstruktur unter Annahme gelenkig gelagerter Schalenränder.



**Bild 4.9** Axialbelastete Kreiszyklinderschale

a) Vollschale    b) 120°-Schalensegment

In Tabelle 4.1 sind die Ergebnisse der numerischen Berechnungen angegeben und werden mit den idealen Axialbeulspannungen nach Gleichung (D.2) des Regelwerkes [EN 1993-1-6, 2005] verglichen. Die Bedingung für einen mittellangen Kreiszyklinder nach [EN 1993-1-6, 2005] Gleichung (D.3) ist erfüllt.

**Tabelle 4.1** Ideale Beulspannungen aus Testrechnungen und nach [EN 1993-1-6, 2005]

r/t	Ideale Beulspannung $\sigma_{xRcr}$ [N/mm <sup>2</sup> ]			$\frac{\sigma_{xRcr}^{Vollschale}}{\sigma_{xRcr}^{EN1993-1-6}}$	$\frac{\sigma_{xRcr}^{120^\circ}}{\sigma_{xRcr}^{Vollschale}}$
	120°-Schalensegment	Vollschale	EN 1993-1-6		
350	363	364	363	1,003	0,997
400	317	318	318	1	0,997
600	211	212	212	1	0,995
800	161	159	159	1	1,01

Aus den ermittelten Ergebnissen der Testrechnungen lassen sich zwei Schlussfolgerungen für die weitergehenden numerischen Untersuchungen ableiten:

1. Die für die numerischen Untersuchungen verwendete Software ABAQUS ist in der Lage, die linearen Eigenwerte der axialbelasteten, kontinuierlich gelagerten Kreiszyinderschale zuverlässig zu bestimmen. Es kann eine sehr gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung nach [EN 1993-1-6, 2005] festgestellt werden. Die Abweichung liegt im Promillebereich.
2. Die auf Grund der Symmetrieeigenschaften der Kreiszyinderschale getroffene Vereinfachung, ein 120°-Schalensegment aus der vollen Kreiszyinderschale zu betrachten, ist zulässig. Unter Ansatz der Symmetriebedingungen an den meridionalen Schalenrändern sind die Ergebnisse ausreichend genau. Die Abweichungen liegen bei maximal einem Prozent.

### 4.3 Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnungen

Mit den im vorherigen Kapitel 4.2 getroffenen Annahmen und Randbedingungen wurden alle 20 Modellversuche nachgerechnet, um ein numerisches Berechnungsmodell für die durchzuführenden Parameterstudien zu entwickeln, welches eine möglichst genaue Widerspiegelung der experimentell gewonnenen Ergebnisse sicherstellt.

#### 4.3.1 Vergleichsrechnungen unter Verwendung des Vollschalenmodells

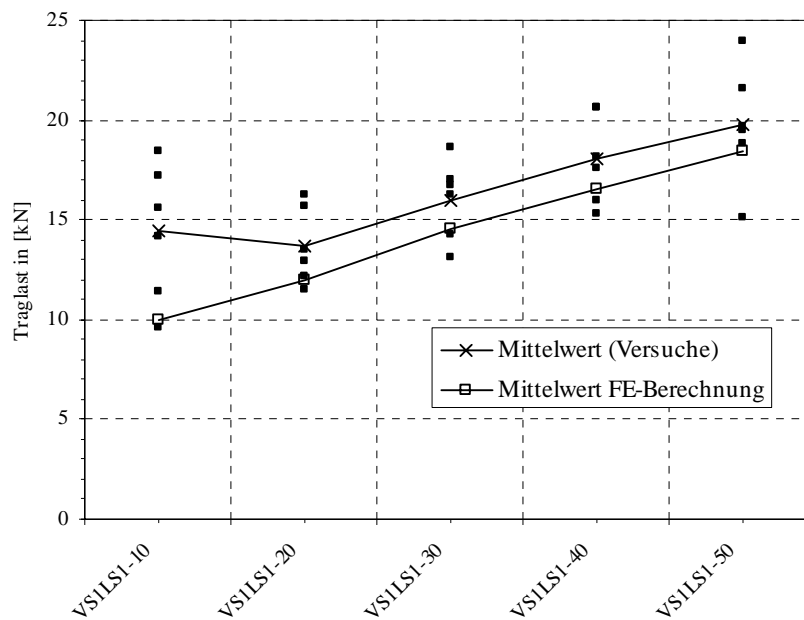
In der ersten Serie der Vergleichsrechnungen wurde das Modell der Vollschale verwendet (Bild 4.2 rechts). Dabei wurden, wie in Kapitel 4.2.3 beschrieben, die gemessenen Vorverformungen der einzelnen Modellschalen in das numerische Modell eingearbeitet und die Axiallast auf den oberen Schalenrand angesetzt. In den Tabellen 4.2, 4.3 und dem Diagramm in Bild 4.10 sind die Ergebnisse der numerischen Berechnungen den Testergebnissen der Versuchsserie VS1LS1 mit dem Längssteifenquerschnitt 1 gegenübergestellt.

**Tabelle 4.2** Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnung mit Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)

Durchgang	Auflager	VS1LS1-10	VS1LS1-20	VS1LS1-30	VS1LS1-40	VS1LS1-50
1	1	9,62	11,78	14,23	15,86	18,60
	2	10,06	12,39	14,62	17,08	19,28
	3	10,38	12,08	13,87	15,67	19,13
2	1	10,04	11,19	15,64	17,18	17,69
	2	10,23	12,63	15,55	17,22	18,16
	3	9,58	11,57	13,26	16,17	18,04
Mittelwert:		9,98	11,94	14,53	16,53	18,48
Standardabweichung		0,32	0,53	0,94	0,71	0,63
Variationskoeffizient [%]		3,24	4,48	6,48	4,31	3,42

**Tabelle 4.3** Versuchstraglasten der einzelnen Auflager der Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 1 (LS1)

Durchgang	Auflager	VS1LS1-10	VS1LS1-20	VS1LS1-30	VS1LS1-40	VS1LS1-50
1	1	15,63	12,19	16,21	18,12	19,70
	2	11,43	12,89	16,71	17,61	19,50
	3	9,63	11,48	14,30	20,63	23,92
2	1	14,12	13,51	17,03	15,32	18,84
	2	17,23	16,23	13,11	15,93	21,55
	3	18,44	15,73	18,64	20,65	15,12
Mittelwert:		14,41	13,67	16,00	18,04	19,77
Standardabweichung		3,39	1,92	1,99	2,26	2,93
Variationskoeffizient [%]		23,53	14,04	12,44	12,53	14,82

**Bild 4.10** Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS1)

Die Ergebnisse der numerischen Vergleichsberechnung zeigen eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

Aus dem Verlauf der Kurve der Mittelwerte der FE-Berechnung ist festzustellen, dass die numerisch ermittelten Traglasten am unteren Ende des Streubereiches der experimentell ermittelten Traglasten liegen.

Der Vergleich der numerisch ermittelten Traglasten mit den Testergebnissen der Versuchsserie VS1LS2 unter Verwendung des Längssteifenquerschnittes 2 ist in den Tabellen 4.4 und 4.5 und im Bild 4.11 widergegeben.

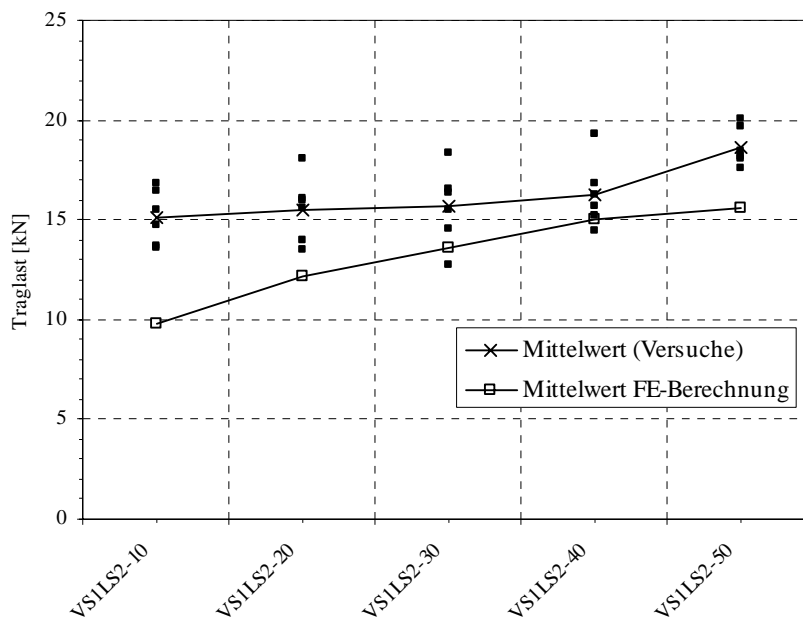
**Tabelle 4.4** Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnung mit Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)

Durchgang	Auflager	VS1LS2-10	VS1LS2-20	VS1LS2-30	VS1LS2-40	VS1LS2-50
1	1	9,89	12,29	13,97	15,04	15,78
	2	8,84	10,98	13,94	14,29	15,79
	3	10,64	12,58	13,03	13,87	14,67
2	1	10,38	11,68	14,03	14,31	15,08
	2	8,99	12,59	13,19	16,01	16,56
	3	10,14	12,67	13,52	16,47	15,64
Mittelwert:		9,81	12,13	13,61	15,00	15,58
Standardabweichung		0,74	0,67	0,43	1,04	0,65
Variationskoeffizient [%]		7,54	5,53	3,19	6,95	4,19

Die numerisch ermittelten Traglasten zeigen auch bei der Versuchsserie VS1LS2 eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den experimentellen Versagenslasten der Modellschalen. Auch hier ist festzustellen, dass sie am unteren Ende des Streubereiches der Versuchstraglasten liegen (Bild 4.9).

**Tabelle 4.5** Versuchstraglasten der einzelnen Auflager der Modellschalen mit Längssteifenquerschnitt 2 (LS2)

Durchgang	Auflager	VS1LS2-10	VS1LS2-20	VS1LS2-30	VS1LS2-40	VS1LS2-50
1	1	13,67	13,97	16,58	14,47	19,70
	2	13,57	13,47	12,76	15,68	17,59
	3	14,77	18,09	15,48	16,78	20,02
2	1	16,43	15,93	16,33	15,22	18,14
	2	15,52	15,63	14,52	16,23	18,44
	3	16,83	16,03	18,34	19,34	18,04
Mittelwert:		15,13	15,52	15,67	16,29	18,66
Standardabweichung		1,37	1,65	1,91	1,70	0,98
Variationskoeffizient [%]		9,07	10,65	12,18	10,41	5,24

**Bild 4.11** Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS2)



### 4.3.2 Vergleichsrechnungen unter Verwendung des 120°-Schalensegmentmodells

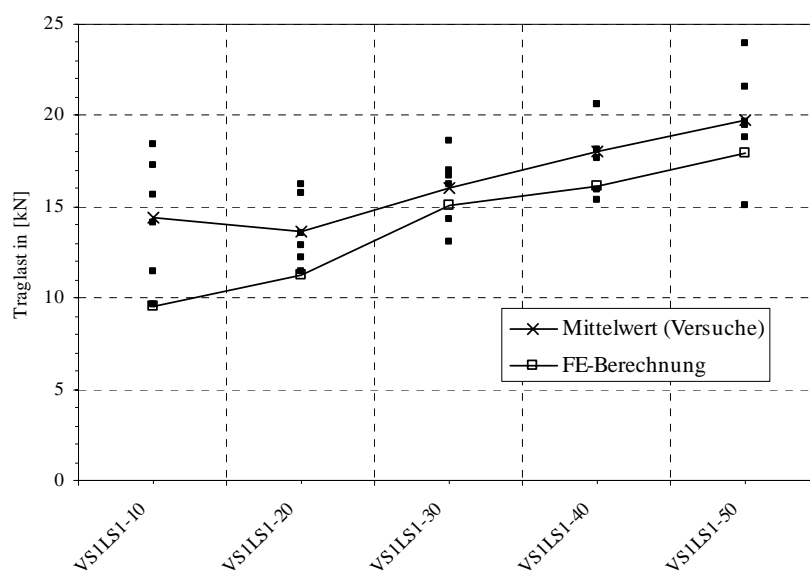
#### 4.3.2.1 Ansatz der realen Imperfektionen

Um die Eignung und Anwendbarkeit des Modells des 120°-Schalensegmentes aus der Vollschale bei der numerischen Analyse zu prüfen wird hier, ergänzend zu den Testrechnungen in Kapitel 4.2.7, ebenfalls ein Vergleich der Versuchstraglasten mit den numerisch ermittelten Traglasten durchgeführt. Auf die 120°-Schalensegmente werden die real gemessenen Imperfektionen der Modellschalen aufgebracht. Es wurden die Schalensegmente (Drittelschalen) untersucht, welche in der numerischen Analyse der Vollschale (Kapitel 4.3.1) das geringste Traglastniveau aufwiesen.

**Tabelle 4.6** Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS1)

Durchgang		Auflager	VS1LS1-10	VS1LS1-20	VS1LS1-30	VS1LS1-40	VS1LS1-50
Versuch	1	1	15,63	12,19	16,21	18,12	19,70
		2	11,43	12,89	16,71	17,61	19,50
		3	9,63	11,48	14,30	20,63	23,92
	2	1	14,12	13,51	17,03	15,32	18,84
		2	17,23	16,23	13,11	15,93	21,55
		3	18,44	15,73	18,64	20,65	15,12
	Mittelwert		14,41	13,67	16,00	18,04	19,77
FE-Berechnung		9,53	11,30	15,10	16,10	17,90	

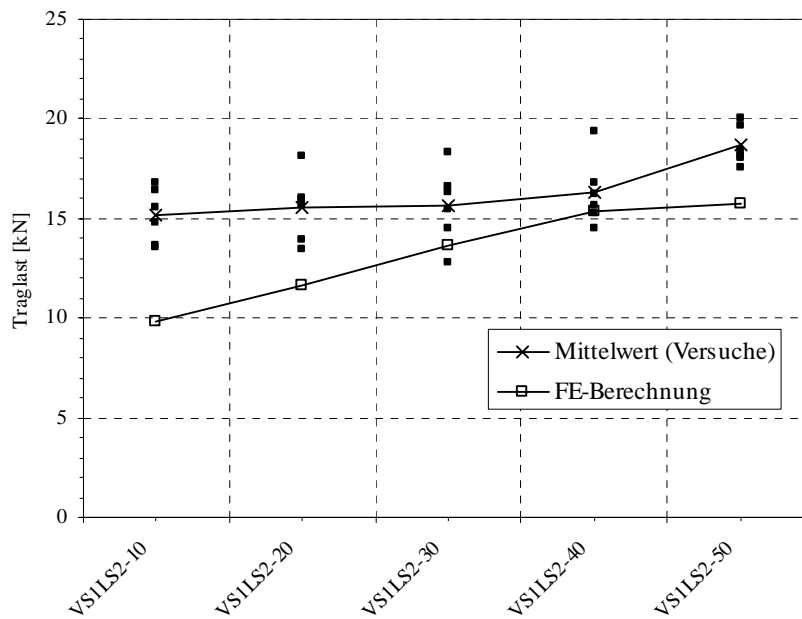
Die Traglasten aus der numerischen Berechnung liegen für alle Längssteifenhöhen im unteren Streubereich der Versuchstraglasten. Die Annäherung an die Versuchstraglasten ist als relativ gut einzuschätzen (Bild 4.12).



**Bild 4.12** Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS1)

**Tabelle 4.7** Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS2)

Durchgang		Auflager	VS1LS2-10	VS1LS2-20	VS1LS2-30	VS1LS2-40	VS1LS2-50
Versuch	1	1	13,67	13,97	16,58	14,47	19,70
		2	13,57	13,47	12,76	15,68	17,59
		3	14,77	18,09	15,48	16,78	20,02
	2	1	16,43	15,93	16,33	15,22	18,14
		2	15,52	15,63	14,52	16,23	18,44
		3	16,83	16,03	18,34	19,34	18,04
	Mittelwert		15,13	15,52	15,67	16,29	18,66
FE-Berechnung		9,80	11,60	13,64	15,32	15,76	



**Bild 4.13** Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen (LS2)

Auch bei der Versuchsserie VS1LS2 sind die numerisch ermittelten Traglasten am unteren Ende des Streubereiches der Versuchstraglasten zu finden und weisen eine gute Annäherung auf, wie Bild 4.13 zeigt.

Da auf die Schalensegmente die gemessenen Vorverformungen der Versuchskörper aufgebracht wurden, geht streng genommen die Symmetrie an den Schalenlängsachsen verloren, da die Imperfektionen nicht symmetrisch über das Schalensegment verteilt sind und alle drei Schalensegmente innerhalb einer Vollschale unterschiedliche Vorverformungen aufweisen. Dieser Einfluss muss jedoch auf Grund des vorliegenden Vergleiches der numerisch ermittelten Traglasten mit den Versuchstraglasten als gering eingestuft werden.

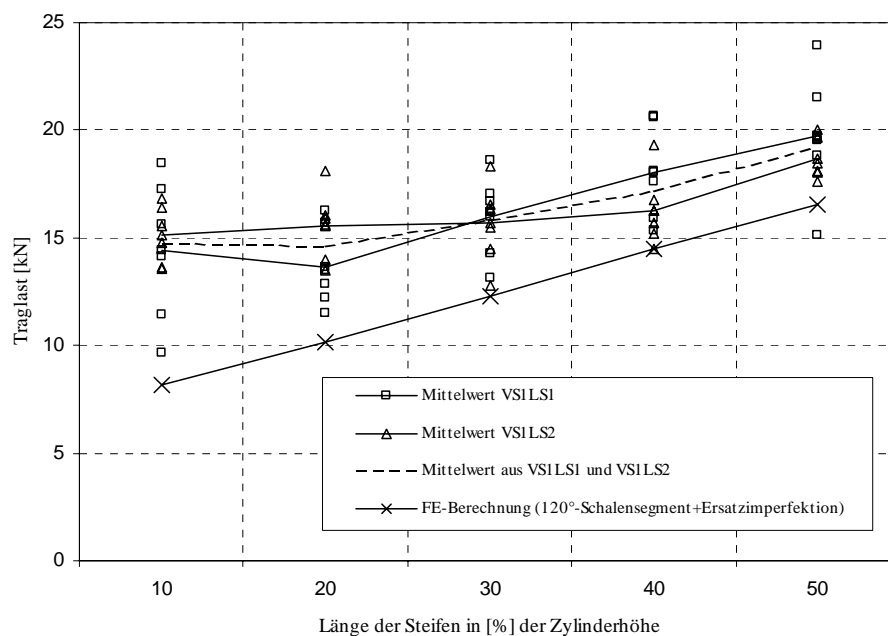
#### 4.3.2.2 Ansatz von Ersatzimperfektionen

Der Nachteil bei der Vorgehensweise der Berücksichtigung der gemessenen Imperfektionen an den Modellschalen ist, dass diese numerischen Berechnungsmodelle nur Gültigkeit für die Nachrechnung der Versuchskörper haben. Sie können eingesetzt werden, um das numerische Berechnungsmodell und die verwendete Software zu validieren, nicht aber um weitere Untersuchungen durchzuführen.

Um Parameterstudien durchführen zu können ist es notwendig, Ersatzimperfectionen, welche das Tragverhalten der Schalenstruktur ungünstig beeinflussen, zu finden, um die imperfekte Schale, welche baupraktisch immer auftritt, ausreichend genau beschreiben zu können.

Mit den hier angenommenen Ersatzimperfectionen soll an dieser Stelle geprüft werden, ob diese geeignet sind, den Übergang von der idealen zur realen Schalenstruktur zuverlässig zu beschreiben. Daher erfolgt eine Nachrechnung der Modellschalen der Versuchsserien VS1LS1 und VS1LS2. Die angesetzten Amplituden der Ersatzimperfectionen entsprechen den Angaben im Regelwerk [EN 1993-1-6, 2005] für die numerische Berechnung einer Schalenstruktur unter Verwendung der GMNIA-Analyse (Kapitel 2.3.3.2.2). Eine detaillierte Erläuterung und Begründung zur gewählten Form der Ersatzimperfection und deren geometrische Beschreibung und Einbindung in das numerische Berechnungsmodell sind im Kapitel 5.3.2 zu finden. Die Versuchskörper werden auf Grund der gemessenen Vorimperfectionen in die Herstelltoleranz-Qualitätsklasse C (normal) nach [EN 1993-1-6, 2005] eingestuft.

Bild 4.14 zeigt den Vergleich der Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen.



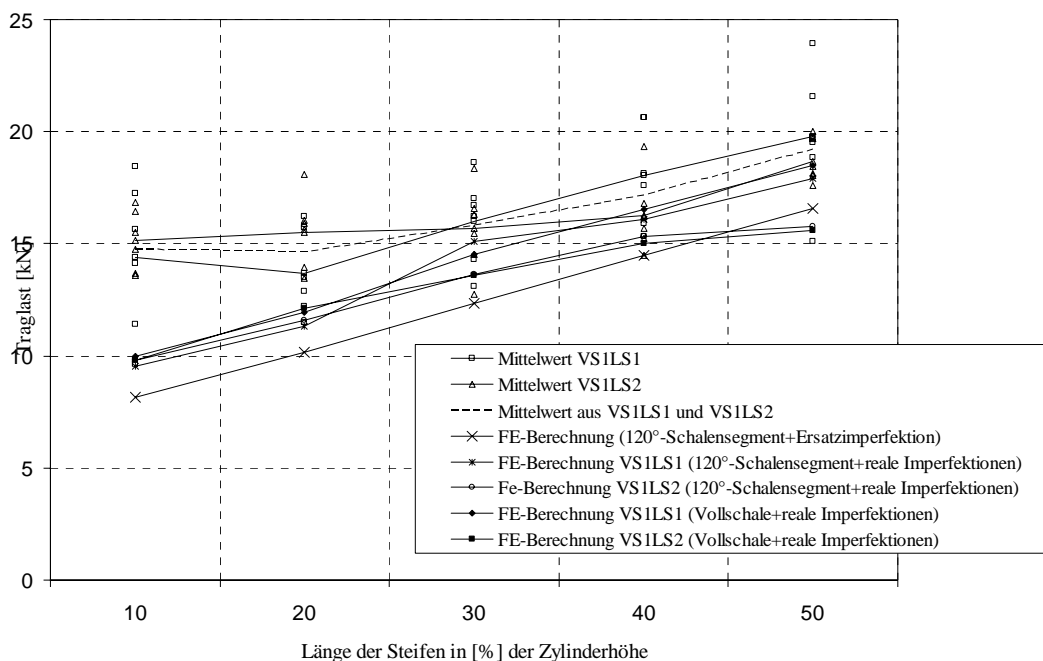
**Bild 4.14** Vergleich der numerischen Berechnungsergebnisse des 120°-Schalensegmentes unter Ansatz von Ersatzimperfectionen mit den Testergebnissen der Versuchsserie VS1LS1 und VS1LS2

Aus dem Ergebnisvergleich im Bild 4.14 ist festzustellen, dass sich die gewählten Ersatzimperfectionen und deren Amplituden nach [EN 1993-1-6, 2005] für die weiterführenden numerischen Untersuchungen mit variierenden geometrischen Parametern eignen und den Übergang von der perfekten Struktur zur imperfekten Schalenstruktur zuverlässig abbilden. Die numerischen Ergebnisse liegen unterhalb der Streubereiche der Versuchsergebnisse der Versuchsserien VS1LS1 und VS1LS2. Sie geben somit die experimentell ermittelten Traglasten der Modellschalen auf der sicheren Seite liegend wieder.

Alle weiteren numerischen Berechnungen der Parameterstudien werden an diesem 120°-Schalensegment mit Annahme dieser Ersatzimperfectionen durchgeführt.

### 4.3.3 Vergleich der Ergebnisse

In Bild 4.15 sind alle Ergebnisse der numerischen Vergleichsberechnungen an den gewählten Modellen (Vollschale, 120°-Schalensegment) und mit den unterschiedlichen Imperfectionen (gemessene Imperfectionen, Ersatzimperfectionen) dargestellt.



**Bild 4.15** Vergleich aller numerischen Berechnungsergebnisse mit den Testergebnissen der Versuchsserie VS1LS1 und VS1LS2

#### 4.3.4 Diskussion der Ergebnisse der numerischen Vergleichsrechnungen

Das numerische Berechnungsmodell wurde mit den Randbedingungen des Versuchsaufbaus entwickelt. Dabei wurde im ersten Schritt die Vollschale mit den realen Imperfektionen untersucht. Die weiteren Überlegungen zur Vereinfachung der numerischen Berechnungen führten zum Modell des 120°-Schalensegmentes (Drittelschale) mit Ausnutzung der Symmetriebedingungen in Umfangsrichtung der Schale und unter der Implementierung der realen Vorverformungen. Hier konnte eine Übereinstimmung der Berechnungsergebnisse festgestellt werden, die eine positive Aussage über die Eignung des Modells der Drittelschale für die weiteren numerischen Untersuchungen zuließen. Die, streng genommen, nicht eingehaltenen Symmetriebedingungen durch die nicht symmetrisch verteilten realen Vorimperfektionen im 120°-Schalensegment und innerhalb der drei Segmente in der Vollschale, haben keinen wesentlichen Einfluss auf die Berechnungsergebnisse.

Im dritten Schritt wurden Überlegungen angestellt, wie die realen Imperfektionen durch Ersatzimperfektionen abgebildet werden können, um ein numerisches Berechnungsmodell für weiterführende Untersuchungen zu entwickeln. Der Ansatz von Ersatzimperfektionen mit Vorbeulamplituden nach [EN 1993-1-6, 2005] über den Längssteifen führte zu Ergebnissen, welche die Versuchstraglasten ausreichend genau und unterhalb der Streubereiche abbildeten.

Das für die weiteren numerischen Untersuchungen verwendete Modell des 120°-Schalensegmentes mit Ansatz der Ersatzimperfektionen liegt mit den getroffenen Annahmen (Exzentrizität der Lasteinleitung am Auflager, bilineares Materialverhalten ohne Ausnutzung der Verfestigungsreserven, axiale Lasteinleitung am oberen Schalenrand) auf der sicheren Seite und bildet die Versuchstraglasten zuverlässig ab. Ebenso kann eine zuverlässige Ermittlung der Traglasten durch die verwendete Software ABAQUS festgestellt werden.

## **5 Weiterführende numerische Analysen**

### **5.1 Allgemeines**

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Entwicklung eines Bemessungsmodells für dünnwandige, kreiszylindrische Stahlschalen unter lokaler Axialbelastung und längsversteiften Auflagermeridianen. Im vorherigen Kapitel wurde ein numerisches Berechnungsmodell entwickelt, welches die experimentell ermittelten Traglasten der Modellschalen zuverlässig abbildet und sich für weiterführende numerische Untersuchungen eignet. An diesem Modell werden im Folgenden Studien durchgeführt, in denen verschiedene geometrische Parameter variiert werden, um Aussagen über die Tragfähigkeit von kreiszylindrischen Stahlschalen zu erhalten, welche über die geometrisch untersuchten Abmessungen in den Versuchen hinausgehen.

### **5.2 Untersucher Parameterbereich**

Bei den numerischen Untersuchungen wurden die Parameter

1. Längssteifenhöhe
2.  $r/t$ -Verhältnis
3. Auflagerbreite und
4. Längssteifendicke

variiert.

Für jede Längssteifenhöhe von 10%, 20%, 30%, 40% und 50% der Zylinderhöhe wurden die  $r/t$ -Verhältnisse von 350, 400, 600 und 800 je mit einem Öffnungswinkel des Auflagers von  $5^\circ$ ,  $7,5^\circ$ ,  $15^\circ$  und  $20^\circ$  untersucht. Für jeden einzelnen Öffnungswinkel erfolgte die Berücksichtigung unterschiedlicher Längssteifendicken von 0,25 mm, 0,5 mm, 0,75 mm, 1,0 mm und 2,0 mm.

Konstant blieben folgende geometrische Abmessungen:

1.  $l/r$ -Verhältnis = 2
2. Längssteifenbreite  $b_s = 20 \text{ mm}$
3. Ringsteifenabmessungen von  $b/t = 30/1 \text{ mm}$ .

Weiterhin lag den numerischen Untersuchungen ein Baustahl mit folgenden Werkstoffparametern zu Grunde:

Streckgrenze  $f_y = 240 \text{ N/mm}^2$

E-Modul  $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ .

Für die vollständig nichtlinearen Berechnungen gilt ein ideal-elastisches-ideal-plastisches Materialgesetz. Alle numerischen Berechnungen wurden an dem entwickelten Berechnungsmodell (Kapitel 4) mit den geometrischen Abmessungen der Modellschalen aus den Versuchsserien durchgeführt. Parallel dazu erfolgte die Untersuchung von Berechnungsmodellen im baupraktisch auftretenden Geometriebereich.

## 5.3 Ansatz von Ersatzimperfektionen

### 5.3.1 Vorverformung der Längssteifen

Um ein Versagen der Längssteifen über dem Auflager durch Stabilitätsverlust zu ermöglichen, mussten diese mit einer Vorverformung versehen werden. In Übereinstimmung mit den Empfehlungen in [ENV 1993-1-1, 2004] wurden Vorkrümmungen in Abhängigkeit der Knickspannungslinie angesetzt. Bei den Längssteifen handelt es sich um rechteckige Vollquerschnitte, welche nach [ENV 1993-1-1, 2004] der Knickspannungslinie  $c$  zugeordnet werden. Für diese Knickspannungslinie wird die Empfehlung gegeben, eine Vorkrümmung von  $l/200$  für eine elastische und  $l/150$  für eine plastische Berechnung, anzusetzen.

Tangential zur Schale, d. h. senkrecht zur Längssteife, wurden Störlasten auf die Steife angesetzt, die zu einer entsprechenden Verformung der Längssteifen führten. Da die numerischen Berechnungen an einem  $120^\circ$ -Schalensegment durchgeführt wurden, und



über die volle Schale gesehen diese Vorverformung, streng genommen, zu einer Verletzung der Symmetrie führte, wurden Vergleichsrechnungen durchgeführt. Die Berechnungen ergaben, dass dies keinen Einfluss auf das Tragverhalten der Schalenstruktur hat.

### 5.3.2 Vorverformung der Schale

Die numerischen Berechnungen wurden mittels einer nichtlinearen GMNIA-Analyse nach [EN 1993-1-6, 2005] durchgeführt. Dafür ist es erforderlich, Annahmen bezüglich der anzusetzenden Ersatzimperfectionen der Schale zu treffen, welche sich ungünstig auf das Tragverhalten der Schalenstruktur auswirken und den Übergang von der idealen zu realen Struktur zuverlässig beschreiben. Mit der gewählten Vorverformung müssen sowohl die geometrischen, als auch die strukturellen Imperfectionen der Schalenstruktur abgedeckt werden.

Nach [Schmidt, 2000] gibt es drei Einteilungen von möglichen Imperfectionsformen: „realistische“, „ungünstigste“ und „anregende“ Imperfectionen.

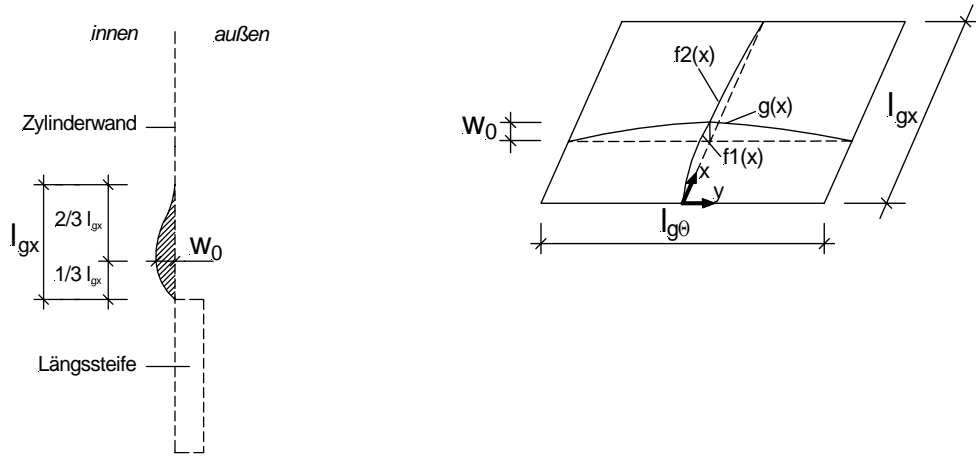
Zu den realistischen Imperfectionen gehören die, welche an der Schalenstruktur tatsächlich vorhanden sind. Diese realistischen Verformungen der Versuchskörper wurden bei der Entwicklung des numerischen Berechnungsmodells angesetzt (Kapitel 4.2.3). Sie sind jedoch nicht für die weiteren numerischen Untersuchungen geeignet, da sie modellschalenspezifisch sind.

Zu den anregenden Imperfectionsformen gehören die quasi-kollapsaffinen Imperfectionen [Gottel, 2004], welche aus der nichtlinearen Berechnung der perfekten Schalenstruktur gewonnen werden.

So wurden im ersten Schritt nichtlineare GMNA-Berechnungen am FE-Modell durchgeführt, um das Versagensmuster und den elastisch-plastischen Beulwiderstand der perfekten Schale zu ermitteln. Anhand des Versagensmusters wurden die Ersatzimperfectionen auf die perfekte Schalenstruktur als quasi-kollapsaffine Vorverformungen aufgebracht. Durch einen Vergleich der Beulwiderstände der GMNA und der GMNIA-Berechnung konnte festgestellt werden, dass der Ansatz der quasi-

kollapsaffinen Imperfektion anhand des Versagensmusters der GMNA-Berechnung, das Tragverhalten der Schale tatsächlich ungünstig beeinflusst.

Die in Ansatz gebrachte Vorverformung ist in Bild 5.1 dargestellt.



**Bild 5.1** Quasi-kollapsaffine Vorverformung

Die Beschreibung der Vorbeule erfolgt durch trigonometrische Funktionen in Meridian- und in Umfangsrichtung.

Primärfunktionen in Meridianrichtung:

bis  $1/3 l_{gx}$ :

$$f1(x) = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 - \cos \left( \frac{3 \cdot \pi}{l_{gx}} \cdot x \right) \right) \quad (5.1)$$

von  $1/3 l_{gx}$  bis  $3/3 l_{gx}$ :

$$f2(x) = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{3 \cdot \pi}{2 \cdot l_{gx}} \cdot x - \frac{\pi}{2} \right) \right) \quad (5.2)$$

Verteilerfunktion in Umfangsrichtung:

$$g(y) = \frac{1}{2} \cdot \left( 1 + \cos \left( \frac{2 \cdot \pi}{l_{g\theta}} \cdot y \right) \right) \quad (5.3)$$

Beschreibung der Vorbeule:

$$w(x, y) = w_0 \cdot f(x) \cdot g(y) \quad (5.4)$$

In [EN 1993-1-6, 2005] sind keine Angaben über die Abmessungen der Vorbeule zu finden. Für die Vorbeulbreite und- länge werden daher die Längen der Messlehren für

die Ermittlung der zulässigen Toleranzwerte für Vorbeulen in Axial- bzw. in Umfangsrichtung der Kreiszyinderschale angesetzt.

Somit ergibt sich folgende Vorbeullänge nach [EN 1993-1-6, 2005]:

$$l_{gx} = 4 \cdot \sqrt{r \cdot t} \quad (5.5)$$

Neben der Vorbeultiefe und der Vorbeullänge hat die Vorbeulbreite einen erheblichen Einfluss auf das Tragverhalten der Kreiszyinderschale unter Axialbelastung. Entsprechende Vergleichsrechnungen (Kapitel 5.4.1.7.2) wurden durchgeführt und führten zu dem Ergebnis, dass eine größere Vorbeulbreite für die Beultragfähigkeit der kreiszyindrischen Schale ungünstiger ist. Daher wurde abweichend von der Länge der Messlehre in Umfangsrichtung bei Axialbelastung nach [EN 1993-1-6, 2005] die angegebene Länge der Messlehre in Umfangsrichtung nach [DIN 18800-4, 1990] angesetzt.

Diese entspricht der Länge der Messlehre nach [EN 1993-1-6, 2005] bei Vorhandensein von Umfangsdruckspannungen.

$$l_{g\Theta} = 2,3 \cdot (l^2 \cdot r \cdot t)^{0,25} \leq r \quad (5.6)$$

Die Vorbeultiefe richtete sich nach den Angaben in [EN 1993-1-6, 2005] und ist der größere der beiden Werte:

$$\Delta w_{0,eff,1} = l_{gx} \cdot U_{n1} \quad (5.7)$$

$$\Delta w_{0,eff,2} = 25 \cdot t \cdot U_{n2} \quad (5.8)$$

mit:

**Tabelle 5.1** Werte der bezogenen Imperfektionsamplituden  $U_{n1}$  und  $U_{n2}$

Herstelltoleranz- Qualitätsklasse	Beschreibung der Qualität	Wert von $U_{n1}$	Wert von $U_{n2}$
Klasse A	Exzellent	<b>0,01</b>	0,01
Klasse B	Hoch	0,016	0,016
Klasse C	normal	0,025	0,025

Da bei den zu untersuchenden Geometriebereichen ausschließlich der Wert nach Gleichung 5.7 maßgebend wurde, betrug die Vorbeultiefe bei den numerischen Untersuchungen in allen Fällen 1% der Messlänge  $l_{gx}$ . Dies entspricht der Herstelltoleranz-Qualitätsklasse A (Exzellent). Die maximale Vorbeulamplitude wurde bei  $1/3 l_{gx}$  erreicht.

Weitergehende Berechnungen und Ergebnisse zur Berücksichtigung der Herstelltoleranz-Qualitätsklassen B und C werden im Kapitel 5.4.1.7.1 vorgestellt.

## 5.4 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

### 5.4.1 Beschreibung des Tragverhaltens

#### 5.4.1.1 Prinzipielles Tragverhalten lokal gestützter Kreiszyinderschalen mit Längsaussteifungen über den Auflagern

Durch die Anordnung der Längssaussteifungen in Achse der Auflagermeridiane kommt es zu einer exzentrischen Lasteinleitung in die Kreiszyinderschale. Infolge dieser Exzentrizität wird die Schalenstruktur im Auflagerbereich durch ein Biegemoment belastet, welches zu einer Verformung der Schale und zur Verdrehung der Längssteife führt. Da am oberen Ende der Längssteife keine Ringsteife angeordnet ist, kommt es am Steifenkopf zur größten radialen Verformung, da der Verdrehung der Vertikalsteife lediglich die Biegesteifigkeit der Schale am oberen Ende und die Torsionssteifigkeit der Ringsteife am unteren Ende entgegengesetzt wird.

Infolge der lokalen Axiallast wirken im Auflagerbereich und über den Längssteifen Druckspannungen. Diese Druckspannungen führen, zusammen mit dem wirkenden Biegemoment, zu einer **Destabilisierung der Schalenwand** (Bild I.37) über der Längssteife, vorausgesetzt es ist eine Mindeststeifigkeit der Längssteife gegeben, welche einen Stabilitätsverlust der Steife ausschließt.

Ein anderer Versagensmodus, die **Plastizierung des gesamten Stützbereiches** (Bilder I.35, I.36), kann bei einem kleinen Öffnungswinkel der Auflagerung, großer Längssteifenlänge und einem kleinen  $r/t$ -Verhältnis, also relativ dickwandigen Schalen, beobachtet werden.

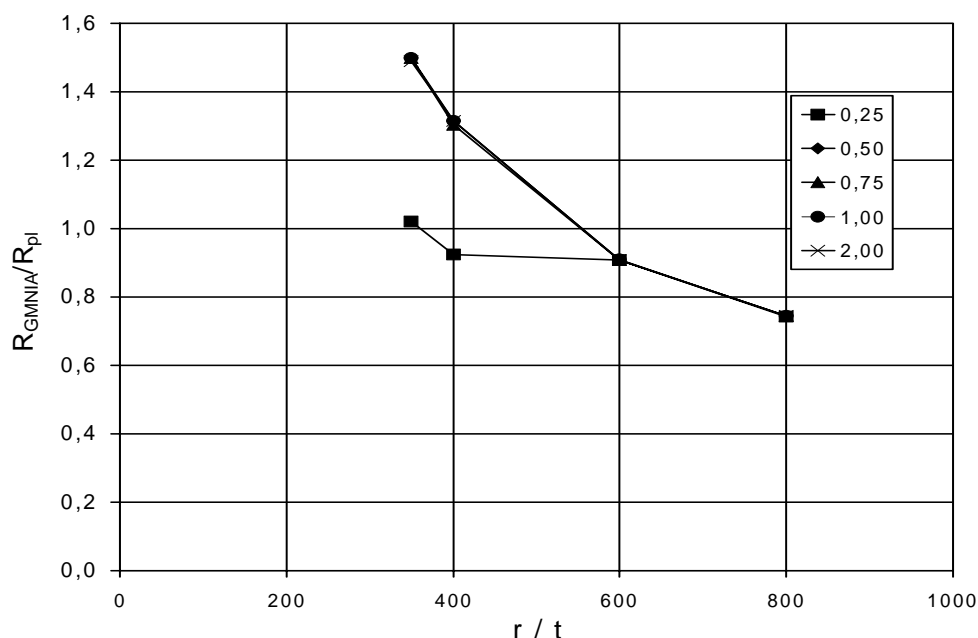
Ist eine Mindeststeifigkeit der Längssauasteifung nicht gegeben, was bei kleinen Längssteifendicken der Fall ist, kommt es infolge der Druckkraft zu einer **Destabilisierung der Vertikalsteife** (Bild I.38).

Letzterer Fall kann durch die Definition einer Mindeststeifenstärke verhindert werden.

Alle drei zuvor genannten Versagensarten können ebenso in Kombination auftreten.

#### 5.4.1.2 Tragverhalten und Versagensmechanismen der Schalenstrukturen im untersuchten Parameterbereich

In knapper Form werden an dieser Stelle die Versagensformen und das Tragverhalten der numerisch untersuchten Silostrukturen im oben genannten Parameterbereich wiedergegeben, um die Diagramme im Anhang H interpretieren zu können. Die dargestellten bezogenen Versagenswiderstände  $R_{GMNIA}/R_{pl}$  bezüglich der  $r/t$ -Verhältnisse der Schalen (Bild 5.2) bilden die Grundlage für die Entwicklung des Bemessungsmodells für die lokal gestützte, über den Auflagern längsversteifte Kreiszyinderschale unter Axialbelastung (Kapitel 6). Der Kurvenparameter ist die Steifenstärke  $t_s$  in [mm].



**Bild 5.2** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  
 $r=350\text{mm}$ ,  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$

Dabei sind:

$R_{GMNIA}$  Nichtlinear ermittelter Versagenswiderstand der imperfekten Schalenstruktur

$R_{pl}$  Plastische Grenztragkraft pro Auflager der unversteiften Schale

### Öffnungswinkel 5° und 10% Steifenhöhe

-  $r/t=350$

Bei einer Steifendicke von 0,25 mm kommt es zu einem Ausknicken der Längssteife. Große Bereiche der Steife und der Schale neben der Steife sind plastiziert. Ab einer Steifenstärke von 0,5 mm kommt es zu einem Versagen der Zylinderschale oberhalb der Längssteifen. Die Steife verdreht sich um ihren Fußpunkt und im oberen Bereich des freien Randes der Längssteife treten Zugspannungen auf. Die größten radialen Verformungen treten oberhalb der Längssteife auf.

-  $r/t=400$

Die Längssteife knickt bei einer Dicke von 0,25 mm aus. Im Gegensatz zu dem  $r/t$ -Verhältnis von 350 sind keine Plastizierungen der Schale neben der Steife zu beobachten. Ab einer Steifenstärke von 0,5 mm versagt der Zylinder durch Beulen über der Längssteife. Über den Stützbereichen sind keine Plastizierungen der Schale erkennbar.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei allen Steifenstärken kommt es zu einer Destabilisierung der Zylinderschale oberhalb der Längsaussteifungen. Die Auslastungen der Schale und der Steife im Auflagerbereich sind gering.

### Öffnungswinkel 5° und 20% Steifenhöhe

-  $r/t=350$

Bei einer Stärke der Längssteife von 0,25 mm knickt die Längssteife direkt über dem Stützbereich aus. Dabei kommt es zu Plastizierungen des unmittelbaren

Auflagerbereiches und entlang des unteren Bereiches der Längssteife. Es tritt gleichzeitiges Versagen der Längssteife und der Schale, also kombiniertes Versagen, auf. Der gleiche Versagensmodus kann auf höherem Lastniveau bei einer Steifenstärke von 0,5 mm beobachtet werden. Bei Steifenstärken von 0,75 mm und 1,0 mm tritt Stabilitätsversagen der Schale über den Längssteifen, begleitet von Plastizierungen im stütznahen Bereich, auf. Bei 2 mm Steifenstärke versagt die Zylinderschale durch Beulen über der Längssteife. Die großen Plastizierungen über dem Auflager sind nicht zu beobachten.

-  $r/t=400$

Bei einer Dicke von 0,25 mm versagt die Längssteife im stütznahen Bereich mit großen Plastizierungen. Ab einer Längssteifenstärke von 0,5 mm ist eine Destabilisierung der Zylinderschale über den Steifen erkennbar. Die Plastizierungen im stütznahen Bereich nehmen mit Zunahme der Steifenstärke ab.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei allen Längssteifenstärken tritt Stabilitätsversagen der Zylinderschale oberhalb der Längssteifen auf. Plastizierungen im Auflagerbereich können nicht festgestellt werden. Die gleiche Versagensform tritt bei einem  $r/t$ -Verhältnis von 800 auf einem geringeren Lastniveau auf. Die Längssteifen und die auflagnahen Schalenbereiche sind wenig ausgelastet.

### **Öffnungswinkel 5° und 30% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Der auflagnahen Bereich plastiziert und die Längssteife knickt bei einer Steifenstärke von 0,25 mm. Bei einer Dicke von 0,5 mm tritt Steifenversagen und Schalenversagen durch starke Plastizierungen im stütznahen Bereich auf. Ein kombiniertes Versagen von Längssteife und Zylinderschale, begleitet durch Plastizierungen im Stützbereich, treten bei Steifenstärken von 0,75 mm und 1,0 mm auf, wobei es bei größer werdender Steifendicke zu einer Umlagerung der Spannungen vom Fußbereich in die Zylinderschale über der Aussteifung kommt. Bei einer Dicke von 2 mm versagt die Zylinderschale über den Steifen.

-  $r/t=400$

Die Längssteife mit einer Stärke von 0,25 mm versagt durch Stabilitätsverlust, verbunden mit Plastizierungen der Schale im stütz nahen Bereich. Kombiniertes Versagen von Längssteife, Schale und Auflagerbereich tritt bei einer Steifenstärke von 0,5 mm auf. Bei einer Dicke von 0,75 mm und 1,0 mm verlagert sich die Beanspruchung auf den Schalenbereich über der Steife, jedoch mit kombiniertem Versagen. Bei  $t_s=2$  mm kommt es zum Versagen der Zylinderschale über den Aussteifungen.

-  $r/t=600$

Die Längssteife mit einer Dicke von 0,25 mm knickt über der Stützung ein. Plastizierungen im Stützbereich treten nicht auf. Bei allen anderen Steifenstärken bis 2,0mm tritt Stabilitätsversagen der Zylinderwand über den Längssteifen auf. Es sind keine Plastizierungen, weder im stütz nahen Bereich, noch entlang der Steifen oder der Steifen selbst, zu beobachten.

-  $r/t=800$

Bei allen Steifenstärken kommt es zu einem reinen Versagen der Zylinderschale über den Längssteifen durch Eintreten einer Beule. Plastizierungen im Auflagerbereich treten nicht auf. Der Ausnutzungsgrad der Tragglieder über der Stützung ist gering.

### **Öffnungswinkel 5° und 40% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei einer Dicke von 0,25 mm versagt die Längssteife über der Stützung, ohne dass Plastizierungen des auflagnahen Bereiches auftreten. Bei 0,5mm bis 1,0mm Steifendicke versagt die Längssteife, verbunden mit großen Plastizierungen im Stützbereich. Bei der 2mm starken Längssteife versagt die Zylinderschale über der Steife gemeinsam mit dem Auflagerbereich, welcher stark fließt.

-  $r/t=400$

Bei einer Dicke von 0,25 mm versagt die Längssteife im Stützbereich. Bis zu einer Längssteifenstärke von 1,0 mm tritt kombiniertes Versagen von Längssteife und



Zylinder durch das Fließen im stütznahen Bereich auf. Bei zunehmender Steifendicke kommt es zu einer Verlagerung der Spannungen hin zum Ende der Längssteifen. Bei einer Steifenstärke von 2,0 mm versagt der Zylindermantel über der Längssteife und gleichzeitig durch große Plastizierungen im Stützbereich.

-  $r/t=600$

Es tritt reines Längssteifenversagen für Steifendicken von 0,25 mm auf, ohne Plastizierungen im Stützbereich. Bei allen anderen Längssteifendicken bis 2,0 mm tritt Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Steifen auf.

-  $r/t=800$

Bei allen Längssteifendicken von 0,25 bis 2,0 mm tritt Versagen der Zylinderwand oberhalb der Aussteifungen auf.

#### **Öffnungswinkel 5° und 50% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei einer Dicke der Längssteife von 0,25 mm tritt Knicken der Steife als Versagensfall ein. Ein kombiniertes Versagen von Längssteife und Auflagerbereich ist bei Steifenstärken von 0,5 mm bis 1,0 mm zu beobachten. Bei der Steifenstärke von 2,0 mm tritt Fließen des Auflagerbereiches auf.

-  $r/t=400$

Die Längssteife knickt bei einer Dicke von 0,25 mm über der Stützung aus. Bei Stärken von 0,5 mm bis 1,0 mm tritt kombiniertes Versagen der Längssteife und Fließen des Auflagerbereiches ein. Die Zylinderschale versagt über der Längssteife bei einer Dicke von 2,0 mm bei gleichzeitigem Fließen des stütznahen Bereiches.

-  $r/t=600$

Bei einer Steifendicke von 0,25 mm versagt die Längssteife. Ab einer Stärke von 0,5 mm kommt es zum Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Längssteifen.

-  $r/t=800$

Bei allen Längssteifenstärken kommt es zum Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Längssteifen.

### **Öffnungswinkel 7,5° und 10% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei einer Steifenstärke von 0,25 mm kommt es zum Versagen der Längssteife mit großen Fließbereichen entlang der Steife über der Stützung. Bei allen anderen Steifenstärken kommt es zum Versagen der Zylinderschale mit großen Fließbereichen entlang der Steifen und in den stütznahen Bereichen, zusammen mit einer Verdrehung der Steife um ihren Fußpunkt.

-  $r/t=400$

Die Längssteife versagt bei einer Dicke von 0,25 mm durch Ausknicken über dem Auflagerbereich. Dabei kommt es jedoch im Gegensatz zum  $r/t$ -Verhältnis von 350 nicht zum Fließen der Schale und der Steife. Bei den Steifenstärken größer als 0,25 mm versagt die Schale über den Steifen. Auch hier kommt es nicht zum Plastizieren der Schale entlang der Steifen und im stütznahen Bereich.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei allen Steifendicken kommt es zur Destabilisierung der Zylinderschale über den Steifen. Die Auslastung der Steifen und der Schale im stütznahen Bereich ist gering.

### **Öffnungswinkel 7,5° und 20% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Die Steifenstärke von 0,25 mm führt zum Versagen der Längssteife und zur großflächigen Plastizierung im auflagnernahen Bereich. Bei einer Dicke von 0,5 mm tritt kombiniertes Versagen der Längssteife mit Schalenversagen über der Steife ein. Steifenstärken größer als 0,5 mm bis zu 2,0 mm führen zu reinem Versagen der Zylinderschale über den Längssteifen. Dabei sind keine Fließbereiche im Auflagerbereich festzustellen.

-  $r/t=400$

Die Längssteife versagt bei einer Dicke von 0,25 mm über dem Auflagerbereich. Dabei bilden sich große Fließzonen über der Stützung aus. Alle größeren Steifendicken bis zu 2,0 mm führen zum Beulen der Schalenwand über der Aussteifung.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Es ist, unabhängig von der Steifendicke, immer ein Versagen der Schalenwand durch Eintreten einer Beule über den Längssteifen festzustellen.

### **Öffnungswinkel $7,5^\circ$ und 30% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei einer Dicke der Längssteife von 0,25 mm versagt diese unmittelbar über der Stützung und es stellen sich große Plastizierungszonen im stütznahen Bereich, sowohl in der Schale, als auch in der Steife ein. Mittig versagt die Längssteife mit der Stärke von 0,5 mm. Es kommt zum Ausknicken der Steife. Fließbereiche entlang der Steife oder im auflagnahen Bereich sind nicht festzustellen. Bei Steifendicken von 0,75 mm bis 2,0 mm versagt die Schalenwand über den Längssteifen.

-  $r/t=400$

Durch das Versagen der Längssteife über dem Auflager mit einer Dicke von 0,25 mm stellen sich große Fließbereiche im stütznahen Bereich ein. Bei einer Steifenstärke von 0,5 mm tritt kombiniertes Versagen der Längssteife und der Zylinderschale über der Steife ein. Alle Steifenstärken von 0,75 mm bis 2,0 mm führen zum Versagen der Zylinderschale über der Längssteife.

-  $r/t=600$

Die Längssteife mit einer Dicke von 0,25 mm beginnt im Fußbereich zu fließen. Plastizierungen im Schalenbereich sind nicht festzustellen. Bei Steifenstärken von 0,5 mm bis 2,0 mm versagt die Zylinderschale über den Längssteifen durch Beulen.

-  $r/t=800$

Bei allen Steifenstärken ist das Versagen der Zylinderschale über den Längssteifen durch Beulen zu beobachten.

### **Öffnungswinkel $7,5^\circ$ und 40% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei einer Steifenstärke von 0,25 mm knickt die Längssteife über dem Stützbereich aus und es kommt zum Fließen der auflagnahen Bereiche. Die Längssteife mit einer Dicke von 0,5 mm versagt mittig durch Knicken. Fließzonen im benachbarten Schalenbereich sind nicht festzustellen. Kombiniertes Versagen der Längssteife, der Zylinderwand über den Steifen und des Auflagerbereiches durch Fließen ist bei Stärken von 0,75 mm und 1,0 mm festzustellen. Bei einer Dicke von 2,0 mm kommt es zum Zylinderversagen oberhalb der Steifen und zum Plastizieren des Auflagerbereiches. Ein Steifenversagen ist nicht zu beobachten.

-  $r/t=400$

Bei Steifendicken von 0,25 mm und 0,5 mm ist der gleiche Versagensmodus wie bei einem  $r/t$ -Verhältnis von 350 erkennbar. Kombiniertes Versagen der Längssteife, des Auflagerbereiches und der Zylinderschale sind bei einer Dicke von 0,75 mm erkennbar. Bei Stärken von 1,0 mm und 2,0 mm tritt reines Zylinderbeulen über den Steifen auf.

-  $r/t=600$

Bei einer Steifenstärke von 0,25 mm knickt die Längssteife über dem Auflagerbereich. Eine Plastizierung der angrenzenden Schalenbereiche sind nicht zu beobachten. Bei Steifenstärken von 0,5 mm bis 2,0 mm versagt die Zylinderschale durch Stabilitätsverlust über den Steifen.

-  $r/t=800$

Es tritt bei allen Steifenstärken, von 0,25 mm bis 2,0 mm, Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Steifen auf.

**Öffnungswinkel 7,5° und 50% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei Steifendicken von 0,25 mm und 0,5 mm versagt die Längssteife durch Knicken ohne Plastizierungen im Schalenbereich. Bei einer Dicke von 0,75 mm versagt die Längssteife und der auflagernahe Bereich durch Fließen. Der Auflagerbereich und die Zylinderschale versagen bei Steifendicken von 1,0 mm und 2,0 mm. Ein Steifenversagen ist hier nicht zu beobachten.

-  $r/t=400$

Die Längssteife versagt bei einer Stärke von 0,25 mm über dem Auflager und es stellen sich große Fließbereiche im auflagnahen Bereich ein. Bei einer Dicke von 0,5 mm versagt die Längssteife durch Knicken. Kombiniertes Versagen tritt bei einer Steifendicke von 0,75 mm auf, wobei der auflagernahe Bereich fließt, die Steife knickt und Zylinderbeulen über der Steife eintritt. Bei einer Steifendicke von 1,0 mm versagt der Auflagerbereich über der Stützung durch Fließen. Reines Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Längssteifen tritt bei einer Steifenstärke von 2,0 mm auf.

-  $r/t=600$

Die Längssteife versagt durch Stabilitätsverlust im Stützbereich, bei einer Dicke von 0,25 mm. Bei allen anderen Steifendicken von 0,5 mm bis 2,0 mm tritt Destabilisierung der Zylinderschale über den Steifen auf.

-  $r/t=800$

Bei allen Steifenstärken von 0,25 mm bis 2,0 mm ist Zylinderversagen durch Beulen festzustellen.

**Öffnungswinkel 15° und 10% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei der Steifendicke von 0,25 mm ist kombiniertes Versagen der Längssteife, des Zylinderbleches und des auflagnahen Bereiches zu beobachten. Bei Dicken von 0,5 mm bis 2,0 mm kommt es zu reinem Zylinderversagen durch Beulen.

-  $r/t=400$

Es ist bei allen Steifenstärken von 0,25 mm bis 2,0 mm Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Längssteifen festzustellen. Dabei kommt es in begrenzten Bereichen an den Auflagerenden über der Stützung zu Plastizierungen.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Es ist das gleiche Versagensmuster wie bei dem  $r/t$ -Verhältnis 400 zu erkennen. Auf Grund der größeren Dünnwandigkeit kommt es aber nicht zur Ausbildung der begrenzten Fließbereiche an den Auflagerenden im unmittelbaren Stützbereich.

### **Öffnungswinkel 15° und 20% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei der Steifendicke von 0,25 mm versagt die Längssteife unmittelbar über der Stützung und es kommt zur Ausbildung großer Fließbereiche. Bei einer Dicke von 0,5 mm ist ein reines Knicken der Längssteife festzustellen. Steifendicken von 0,75 mm bis 2,0 mm führen zum Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Längssteifen.

-  $r/t=400$

Bei einer Steifendicke von 0,25 mm versagt die Längssteife durch Knicken im unmittelbaren Stützbereich. Es kommt zu Plastizierungen über den Auflagern. Bei Dicken von 0,5 mm bis 2,0 mm versagt die Zylinderschale durch Beulen über den Längssteifen.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei allen Steifenstärken ist die Destabilisierung des Zylinders über den Längssteifen zu beobachten.

### **Öffnungswinkel 15° und 30% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$  und  $r/t=400$

Bei einer Steifendicke von 0,25 mm versagt die Steife im unteren Bereich und der stütznahe Bereich plastiziert. Bei einer Dicke von 0,5 mm versagt die Steife durch

Knicken. Fließbereiche im steifennahen Schalenbereich sind nicht festzustellen. Steifenstärken von 0,75 mm bis 2,0 mm führen zum Versagen der Zylinderschale über den Steifen.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Es kommt bei allen Steifenstärken von 0,25 mm bis 2,0 mm zum Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Längssteifen.

#### **Öffnungswinkel 15° und 40% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei Steifendicken von 0,25 mm und 0,5 mm versagen diese durch Knicken. Kombiniertes Versagen, durch Steifen- und Zylinderversagen, tritt bei einer Steifenstärke von 0,75 mm auf. Bei Steifenstärken von 1,0 mm und 2,0 mm versagt der Zylinder durch Beulen über den Steifen.

-  $r/t=400$

Bei einer Steifenstärke von 0,25 mm versagt die Steife durch Knicken über der Stützung. In dem stütznahen Bereich treten große Bereiche mit Plastizierungen auf. Die Längssteife mit einer Dicke von 0,5 mm versagt durch Knicken. Fließbereiche im Stützbereich sind nicht zu beobachten. Ab einer Steifenstärke von 0,75 mm versagt der Zylindermantel oberhalb der Längssteifen durch Beulen.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei allen Steifenstärken tritt Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Längssteifen ein.

#### **Öffnungswinkel 15° und 50% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei Steifendicken von 0,25 mm bis 1,0 mm tritt Stabilitätsversagen der Längssteifen ein. Bei der Steifenstärke von 2,0 mm versagt der Zylindermantel infolge Stabilitätsverlustes über der Aussteifung.

-  $r/t=400$

Die Längssteife der Dicke 0,25 mm versagt direkt über dem Stützbereich. Damit verbunden sind große Plastizierungen der Schale im Stützbereich. Bei den Steifenstärken von 0,5 mm bis 1,0 mm versagt die Längssteife mittig durch Stabilitätsverlust. Bei der Steifendicke von 2,0 mm versagt die Zylinderschale über den Steifen.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei  $t_s=0,25$  mm versagt die Längssteife. Plastizierungen des Schalenbereiches sind nicht festzustellen. Bei allen anderen Steifenstärken von 0,5 mm bis 2,0 mm ist die Destabilisierung der Zylinderschale über den Steifen zu beobachten.

### **Öffnungswinkel $20^\circ$ und 10% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$ ,  $r/t=400$ ,  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei allen  $r/t$ -Verhältnissen und Steifenstärken von 0,25 mm bis 2,0 mm tritt Zylinderversagen über den Längssteifen ein.

### **Öffnungswinkel $20^\circ$ und 20% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$  und  $r/t=400$

Bei einer Steifenstärke von 0,25 mm versagt die Steife unmittelbar über dem Stützbereich, in dem es zu großen Plastizierungen kommt. Bei allen anderen Steifenstärken von 0,5 mm bis 2,0 mm versagt die Zylinderschale über den Längssteifen.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei allen Steifenstärken tritt Zylinderversagen über den Längssteifen ein.



**Öffnungswinkel 20° und 30% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei Steifenstärken von 0,25 mm und 0,5 mm versagt die Längssteife direkt über dem Auflager und es stellen sich große Fließbereiche in der angrenzenden Schale ein. Bei Dicken der Längssteifen von 0,75 mm bis 2,0 mm versagt die Zylinderschale über den Steifen.

-  $r/t=400$

Nur bei einer Steifenstärke von 0,25 mm kommt es zum Knicken der Längssteife über der Stützung und zur Ausbildung großer Fließzonen. Bei Steifenstärken von 0,5 mm bis 2,0 mm versagt die Zylinderschale über den Steifen.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Bei allen Steifenstärken von 0,25 mm bis 2,0 mm versagt die Zylinderschale über den Längssteifen.

**Öffnungswinkel 20° und 40% Steifenhöhe**

-  $r/t=350$

Bei Steifenstärken von 0,25 mm und 0,5 mm versagt die Längssteife durch Knicken. Kombiniertes Versagen der Längssteife und der Zylinderschale über der Steife ist bei der Dicke der Steife von 0,75 mm zu beobachten. Bei den Steifenstärken von 1,0 mm und 2,0 mm versagt die Zylinderschale über den Längssteifen.

-  $r/t=400$

Bei Steifenstärken von 0,25 mm bis 0,75 mm versagen die Längssteifen durch Stabilitätsverlust. Bei den Steifenstärken von 1,0 mm und 2,0 mm ist eine Destabilisierung der Zylinderschale über den Steifen festzustellen.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

Es kommt bei allen Steifenstärken von 0,25 mm bis 2,0 mm zur Destabilisierung der Zylinderschale über den Längssteifen.

### Öffnungswinkel 20° und 50% Steifenhöhe

-  $r/t=350$

Bei der Steifenstärken von 0,25 mm versagt die Steife unmittelbar über dem Stützbereich. Im weiteren Verlauf kommt es zu großen Plastizierungen im stütznahen Schalenbereich. Die Längssteifen mit den Dicken von 0,5 mm und 0,75 mm versagen durch Stabilitätsverlust im mittleren Bereich. Kombiniertes Versagen der Längssteifen und des Zylinderbereiches über der Steife tritt bei einer Steifendicke von 1,0 mm ein. Stabilitätsverlust der Zylinderschale über der Längssteife ist bei einer Steifenstärke von 2,0 mm zu beobachten.

-  $r/t=400$

Bei der Steifendicke von 0,25 mm versagt die Steife im Stützbereich und es kommt zur Ausbildung großer Fließbereiche. Bei einer Steifendicke von 0,5 mm knickt die Längssteife im mittleren Bereich aus. Kombiniertes Versagen stellt sich bei Steifenstärken von 0,75 mm bis 1,0 mm ein. Dabei versagt die Längssteife im mittleren Bereich und die Zylinderschale über den Steifen. Stabilitätsverlust der Zylinderschale ist bei einer Steifenstärke von 2,0 mm zu beobachten.

-  $r/t=600$  und  $r/t=800$

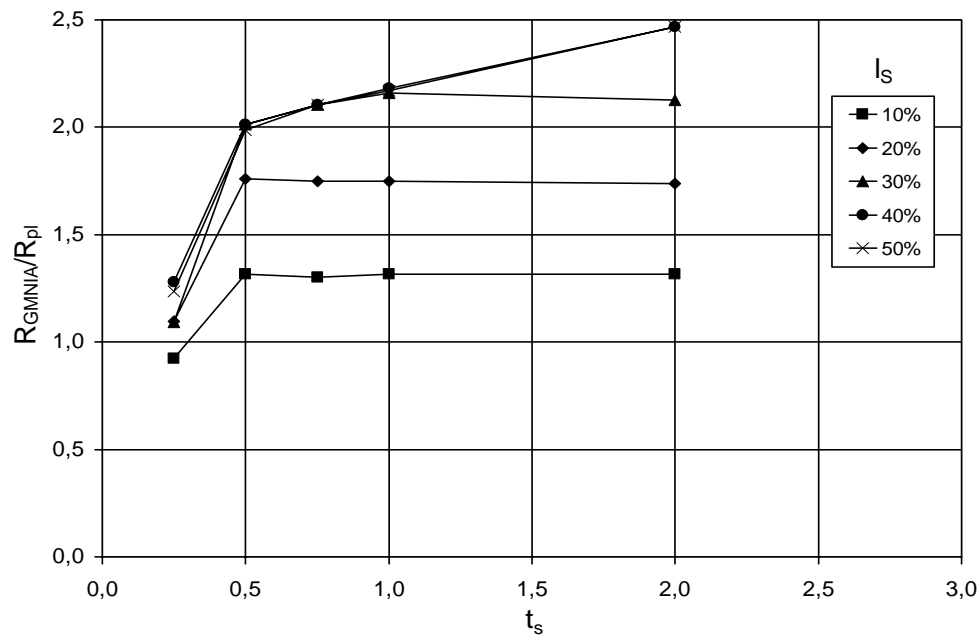
Es tritt bei allen Steifenstärken von 0,25 mm bis 2,0 mm ein Stabilitätsversagen der Zylinderschale über den Längssteifen ein.

#### 5.4.1.3 Einfluss der Längssteifenstärke

Die Längssteife über dem Ort der lokalen Lasteinleitung, d. h. dem Auflager, hat die Aufgabe die Axiallast in die Zylinderwand einzuleiten. Dabei wird sie auf Druck und, infolge der exzentrischen Lasteinleitung (Kapitel 5.4.1.1), auf Biegung beansprucht.

Bei konstanter Steifendicke und größer werdenden  $r/t$ -Verhältnissen kommt es zu einem Abfall der aufnehmbaren Traglast, sofern nicht Steifenversagen als maßgebende Versagensursache eintritt. Werden die Wandstärken der Längssteifen verändert und die Längssteifenhöhe konstant gehalten ergeben sich bei Schalenstrukturen, welche durch Destabilisierung der Schale über den Steifen versagen, gleiche bezogene Versagenswiderstände. Eine Vergrößerung der Wandstärke der Längssteife führt bei

diesen Schalenstrukturen zu keiner Erhöhung der Traglast. In Bild 5.2 ist dies z. B. für die Steifenstärken  $t_s=0,5$  mm bis 2,0 mm bei einem  $r/t$ -Verhältnis von 400 gut zu erkennen. Wird der bezogene Versagenswiderstand  $R_{GMNIA}/R_{pl}$  über die Steifenstärke  $t_s$  aufgetragen, so ist der Bereich, in denen eine Erhöhung der Längssteifendicke zu keiner Steigerung der Traglast führt, dadurch gekennzeichnet, dass die Kurven einen Anstieg von Null aufweisen, d. h. die Kurven verlaufen horizontal (Bild 5.3).



**Bild 5.3** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  [mm] für die Silogeometrie:  $r=350$  mm,  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=400$

In Bild 5.3 ist für eine Steifenstärke von 2,0 mm bei einer Steifenlänge von 40 und 50% der Zylinderlänge  $l$  noch kein horizontaler Kurvenverlauf erkennbar. Das Versagen ist hier durch das Erreichen der plastischen Grenztraglast des Auflagers der versteiften Schale gekennzeichnet bzw. durch kombiniertes Versagen der Schale und der Längssteife. Bei beiden Versagensmechanismen ist der Versagenswiderstand maßgeblich vom Querschnitt der Längssteife abhängig.

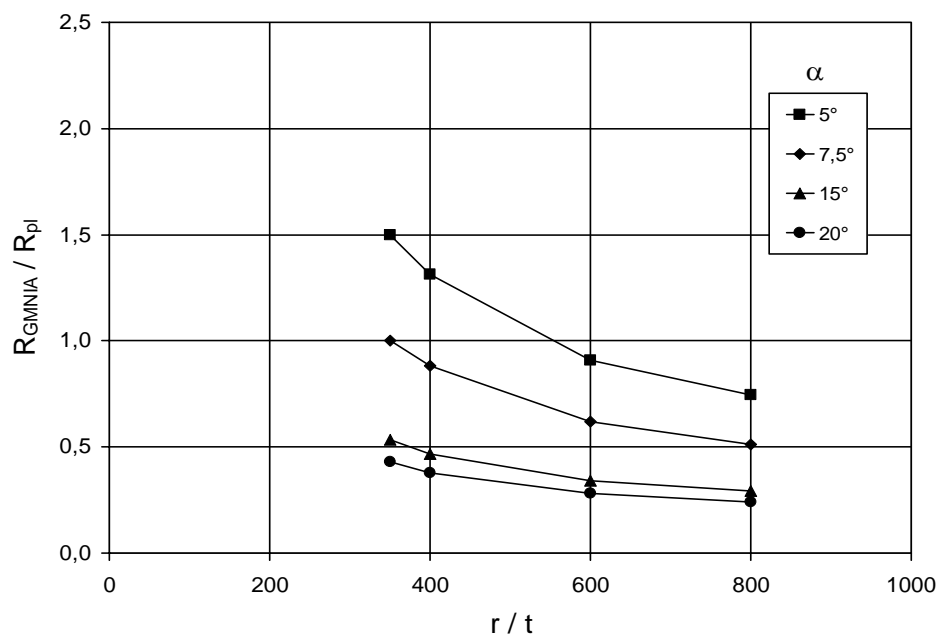
In den Bildern I.1 bis I.4 im Anhang 4 sind für verschiedene Silogeometrien die bezogenen Versagenswiderstände über der Steifenstärke  $t_s$  aufgetragen (Kurvenparameter: Länge der Steifen über den Auflagern in % der Zylinderlänge  $l$ )

Mit zunehmender Dünnwandigkeit, d. h. mit größer werdenden  $r/t$ -Verhältnissen der Zylinder und mit abnehmenden Steifenlängen über den Stützungen, nimmt die

erforderliche Steifenstärke ab, bei der Stabilitätsversagen der Schale über den Aussteifungen eintritt und Stabilitätsversagen der Längssteifen ausgeschlossen werden kann.

#### 5.4.1.4 Einfluss des Auflager-Öffnungswinkels $\alpha$

Aus den Diagrammen in den Bildern 5.4 und I.5 bis I.8 des Anhanges I wird ersichtlich, dass die Kurven für das Versagen durch Destabilisierung der Zylinderschale über den Längssteifen ähnliche Verläufe aufweisen.



**Bild 5.4** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  
 $r=350\text{mm}$ ,  $l_s=10\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=1,0\text{ mm}$

Das Niveau des Versagenswiderstandes  $R_{\text{GMNIA}}$  nimmt mit zunehmenden Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha$  und dem Versagensmodus Destabilisierung der Zylinderschale über den Steifen nur um wenige Prozent zu (Bild I.5 für  $r/t=350$  ca. 14%), bei Steifenlängen von 10% der Zylinderlänge  $l$ .

Bei großen Steifenlängen von 50% der Zylinderlänge  $l$  versagen die Schalenstrukturen (Versagensart: Destabilisierung der Zylinderschale) auf nahezu einem Lastniveau (Bild I.7). Deutlich erkennbar ist in den Bildern 5.4, I.6 und I.8, dass die bezogenen Versagenswiderstände mit zunehmender Größe des Auflager-Öffnungswinkels

abnehmen. Die plastische Grenztraglast eines Auflagers der unversteiften Schale wird mit Gleichung (5.9) ermittelt:

$$R_{pl} = f_y \cdot b_A \cdot t \quad (5.9)$$

dabei sind:

$f_y$  - Streckgrenze der verwendeten Stahlgüte

$b_A$  - Länge des gestützten Schalenrandes

$t$  - Zylinderwandstärke

In die Bestimmung der plastischen Grenztragkraft eines Auflagers der unversteiften Schale geht unmittelbar die Länge des gestützten Schalenrandes ein. Dieser wird mit zunehmenden Auflager-Öffnungswinkel größer. Durch die nur sehr geringe Abweichung der Traglastniveaus bei kurzen Steifenlängen (Bild I.5) bzw. den nahezu identischen Traglastniveaus bei längeren Steifen (Bild I.7), vergrößert sich nur  $R_{pl}$  mit zunehmenden Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha$ , was zur Abnahme des bezogenen Versagenswiderstandes führt.

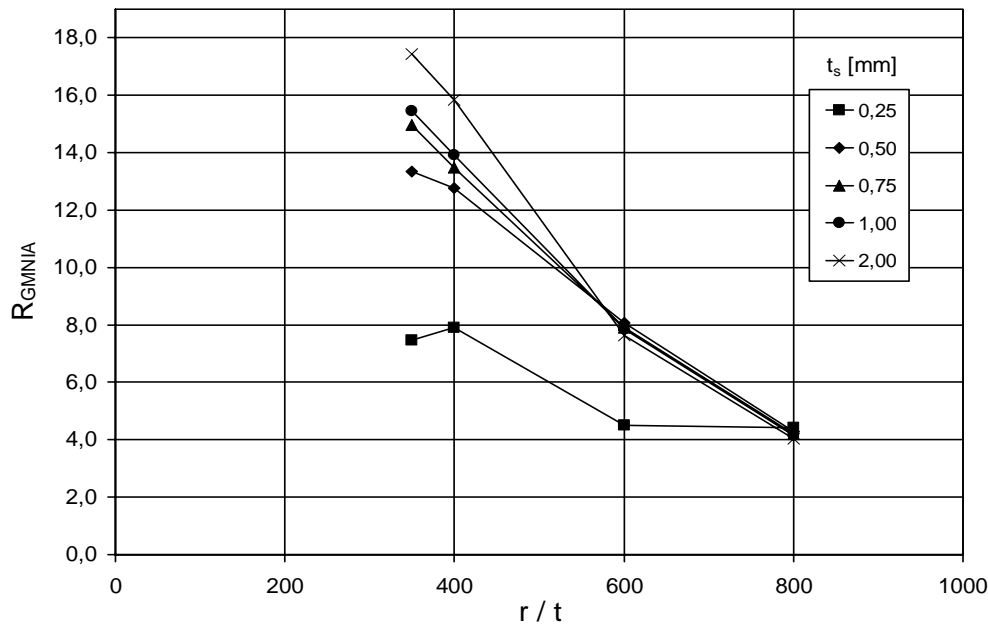
Die gleiche Entwicklung des bezogenen Versagenswiderstandes ist mit zunehmender Dünnwandigkeit, d. h. mit größer werdenden  $r/t$ -Verhältnissen, festzustellen.

Für das Tragverhalten der lokal gestützten Kreiszyinderschalen mit längsversteiften Auflagermeridianen heißt das, dass mit zunehmenden Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha$  und mit zunehmender Dünnwandigkeit der Schalenstruktur, bei vorausgesetzter Mindeststeifigkeit der Längssteife, die Gefahr des Versagens der Zylinderschale durch Destabilisierung über den Längssteifen zunimmt und die Gefahr des Versagens der Schalenstruktur durch Erreichen der plastischen Grenztraglast über den Stützungen, abnimmt.

#### 5.4.1.5 Einfluss des $r/t$ -Verhältnisses

Durch das  $r/t$ -Verhältnis wird die Dünnwandigkeit einer Schale beschrieben. Je dickwandiger die untersuchte Schalenstruktur wird, umso größer wird ihr Beulwiderstand. So kann bei  $r/t$ -Verhältnissen von 350 und 400, kleinen Auflager-Öffnungswinkeln  $\alpha$  und großen Längssteifenhöhen, ein Versagen der Schale durch das

Erreichen der plastischen Grenztraglast des Auflagers festgestellt werden. Mit zunehmender Dünnwandigkeit fällt der Versagenswiderstand der Schale ab und es kommt zur Destabilisierung der Schale über den Längssteifen (Voraussetzung: Mindeststeifigkeit der Längssteifen). Bei  $r/t$ -Verhältnissen von 600 und 800 konnte bei keiner Schalenstruktur im untersuchten Parameterbereich plastisches Versagen des Auflagerbereiches festgestellt werden.

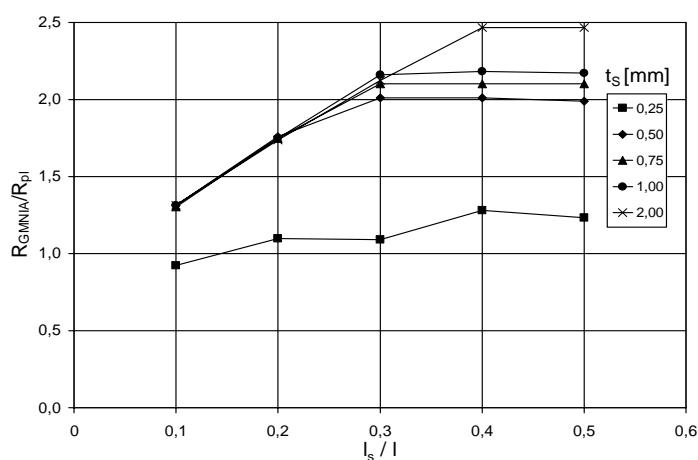


**Bild 5.5** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $r=350\text{mm}$ ,  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$

Aus den Darstellungen in den Bildern I.1 bis I.4 im Anhang I kann entnommen werden, dass mit zunehmenden  $r/t$ -Verhältnis die erforderliche Mindeststeifenstärke, um Längssteifenversagen auszuschließen, abnimmt. In Bild 5.5 ist bei einem  $r/t$ -Verhältnis von 350 gut sichtbar, wie unterschiedlich die Niveaus der Versagenswiderstände der untersuchten Längssteifenstärken sind. Bei diesen eintretenden Versagensmustern ist das Versagenslastniveau maßgeblich vom Querschnitt der Längssteifen bestimmt (Steifenversagen, Kombiniertes Versagen oder Fließen des Auflagerbereiches durch das Erreichen der plastischen Grenztraglast). Bei  $r/t$ -Verhältnissen von 600 und 800 wird bei allen untersuchten Längssteifenstärken (Ausnahme:  $t_s=0.25$  mm bei  $r/t=600$ , Steifenversagen) der Grenzzustand der Tragfähigkeit durch die Destabilisierung der Zylinderschale über den Längssteifen erreicht.

## 5.4.1.6 Einfluss der Steifenlänge

Die Axialkräfte in den Längssteifen werden über deren Länge als Membranschubkräfte in die Schale eingeleitet. Daher ist die Länge der Steifen ein wichtiges Kriterium für den Beulwiderstand der Zylinderschale. In den Bildern 5.6 und I.9 und I.10 sind für  $r/t$ -Verhältnisse von 400 respektive 350 und dem Auflager-Öffnungswinkel von  $5^\circ$  die nichtlinear ermittelten Versagenswiderstände bzw. die bezogenen Versagenswiderstände dargestellt.



**Bild 5.6** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $r=350\text{mm}$ ,  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=400$

Deutlich zu erkennen ist, dass mit zunehmender Länge der Steifen über den Auflagern die Tragfähigkeit steigt. Voraussetzung dafür ist, dass Stabilitätsversagen der Schalenwand über den Steifen als Versagensursache eintritt. An der Kurve mit der Steifenstärke von 0,25 mm tritt Steifenversagen auf, daher kann diese zum Vergleich nicht herangezogen werden. Der Beulwiderstand der Zylinderschale kann durch die Verlängerung der Aussteifungen solange gesteigert werden, bis die plastische Grenztraglast eines Auflagers der versteiften Schale erreicht wird. Dieser Versagensmechanismus tritt ein, wenn der Anstieg der Kurven zu null wird. Bei größer werdenden  $r/t$ -Verhältnissen, also bei Zunahme der Dünnwandigkeit, tritt als Versagensursache der Stabilitätsverlust der Zylinderschale über den Steifen ein. Folglich ist eine kontinuierliche Steigerung des Beulwiderstandes der Schalenstruktur mit zunehmender Steifenlänge erkennbar (Bilder I.11, I.12).

Auch bei größer werdenden Auflager-Öffnungswinkeln  $\alpha$  ist eine Steigerung des Beulwiderstandes der Schale mit zunehmender Steifenhöhe erkennbar (Bilder I.13, I.14), wenn als Versagensursache die Destabilisierung der Zylinderschale eintritt. Jedoch tritt hier, im Gegensatz zu kleineren Auflager-Öffnungswinkeln, bei den horizontalen Kurvenästen der Grenzzustand der Tragfähigkeit nicht durch Erreichen der plastischen Grenztragkraft des Auflagers ein, sondern durch den Stabilitätsverlust der Längssteife. Bei der Kurve mit  $t_s=2,0$  mm ist bis zur Steifenlänge von 50% der Zylinderlänge  $l$  eine kontinuierliche Steigerung des Beulwiderstandes zu erkennen (Bild I.13), da hier die Schale immer durch Verlust der Stabilität über der Steife versagt.

Bei großen Auflager-Öffnungswinkeln und großen  $r/t$ -Verhältnissen versagt die Schalenstruktur immer durch Destabilisierung der Schalenwand über den Steifen. Der Beulwiderstand nimmt daher mit zunehmender Steifenlänge zu (Bilder I.15, I.16).

#### 5.4.1.7 Untersuchung der Imperfektionsempfindlichkeit

##### 5.4.1.7.1 Einfluss der Vorbeultiefe

Die numerischen Analysen mit variierenden geometrischen Parametern zur Entwicklung eines Bemessungsmodells für die lokal gestützte, über den Auflagern längsversteifte Kreiszylinderschale unter Axialbelastung, wurden an imperfekten Schalenstrukturen durchgeführt. Die gewählten Amplituden der Ersatzimperfektionen lehnten sich an die Vorgaben der [EN 1993-1-6, 2005] und wurden als geometrische Abweichungen von der Soll-Geometrie der perfekten Schale berücksichtigt (Kapitel 5.3.2).

Die Abmessungen der Vorbeulen über den Längssteifen betragen:

in Axialrichtung:  $l_{gx} = 4 \cdot \sqrt{r \cdot t}$

in Umfangsrichtung:  $l_{g\Theta} = 2,3 \cdot (l^2 \cdot r \cdot t)^{0,25} \leq r$

Wie bereits im Kapitel 5.3.2 erwähnt, wurde für die maximale Vorbeultiefe immer der Wert nach Gleichung 5.7 maßgebend.

Alle numerischen Berechnungen wurden für die maximale Vorbeultiefe von 1% der Vorbeullänge in Axialrichtung  $l_{gx}$  durchgeführt. Diese Annahme ist gültig für eine



Kreiszyinderschale der Herstelltoleranz-Qualitätsklasse A, d. h. exzellente Qualität [EN 1993-1-6, 2005].

**Tabelle 5.2** Werte der bezogenen Imperfektionsamplituden  $U_{nI}$

Herstelltoleranz-Qualitätsklasse	Beschreibung der Qualität	Wert von $U_{nI}$
Klasse A	Exzellent	<b>0,01</b>
Klasse B	Hoch	0,016
Klasse C	Normal	0,025

Da das zu entwickelnde Bemessungsmodell auch Gültigkeit für die in der baupraktischen Realität oft auftretenden Herstelltoleranz-Qualitätsklassen B (hohe Qualität) und C (normale Qualität) haben soll, wurden weitere Untersuchungen angestellt, um Aussagen über den Einfluss der größeren Vorbeulamplituden treffen zu können.

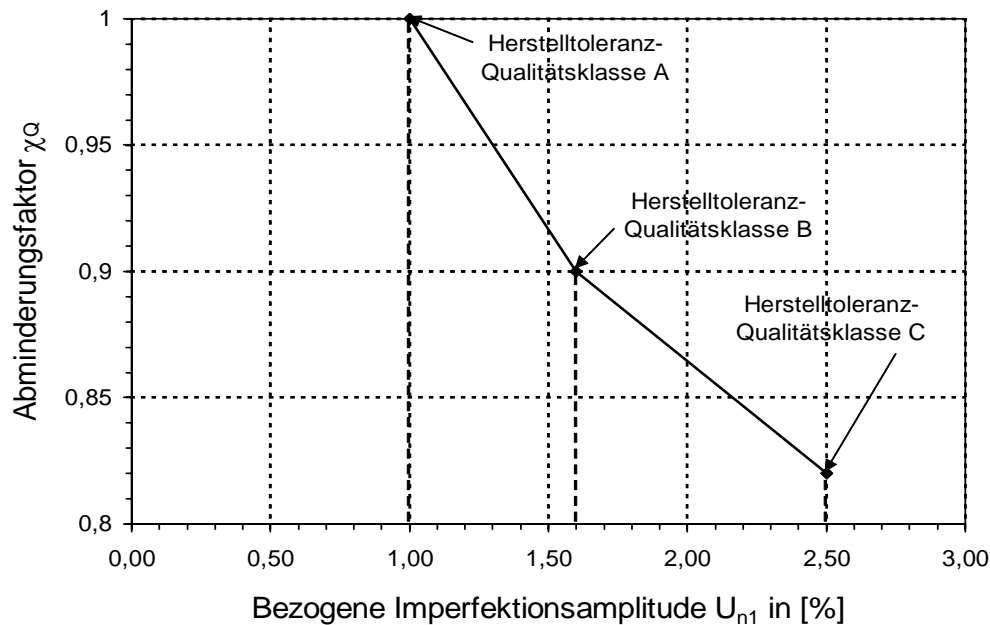
In den Bildern I.17 und I.18 sind die bezogenen Versagenswiderstände in Abhängigkeit der bezogenen Imperfektionsamplitude  $U_{nI}$  (Tabelle 5.2) für ausgewählte Silogeometrien dargestellt. Deutlich erkennbar ist ein Abfall des Versagenslastniveaus mit Zunahme der Vorbeulamplitude.

Folgende Abminderungsfaktoren  $\chi_Q$  lassen sich für den untersuchten Parameterbereich angeben, welche bei der Bemessung berücksichtigt werden müssen.

**Tabelle 5.3** Abminderungsfaktor  $\chi_Q$

Herstelltoleranz-Qualitätsklasse	Beschreibung	Bezogene Imperfektionsamplitude $U_{nI}$	Abminderungsfaktor $\chi_Q$
Klasse A	Exzellent	0,01	<b>1,0</b>
Klasse B	Hoch	0,016	<b>0,9</b>
Klasse C	Normal	0,025	<b>0,82</b>

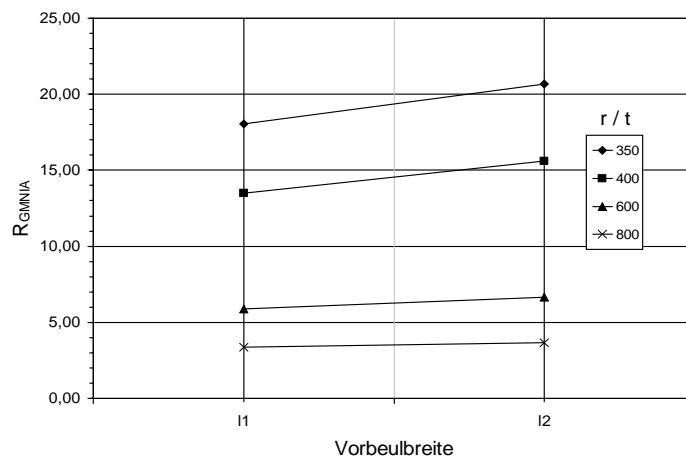
Graphisch dargestellt ist der Abminderungsfaktor  $\chi_Q$  in Bild 5.7.



**Bild 5.7** Abminderungsfaktor  $\chi_Q$  in Abhängigkeit von der bezogenen Imperfektionsamplitude  $U_{n1}$  in [%]

#### 5.4.1.7.2 Einfluss der Vorbeulbreite

Wie in Kapitel 1.3.2 beschrieben, wurden für die Breite und die Länge der anzusetzenden Vorbeule über den Längssteifen, die Messlehrenlängen für die Bestimmung der zulässigen Toleranzwerte der Vorbeulen in Axial- und Umfangsrichtung angesetzt, da in [EN 1993-1-6, 2005] keine Angaben über die geometrischen Abmessungen von Vorbeulen zu finden sind. Abweichend von der angegebenen Messlehrenlänge in Umfangsrichtung der Schale bei Axialbelastung nach [EN 1993-1-6, 2005] wird die angegebene Länge der Messlehre nach [DIN 18800-4, 1990] angesetzt, welche der Messlehrenlänge bei Vorhandensein von Umfangsdruckspannungen nach [EN 1993-1-6, 2005] entspricht. Die größere Vorbeulbreite beeinflusst den Versagenswiderstand der Schalenstruktur ungünstig und wird daher zur Aufstellung des Bemessungsmodells angesetzt.



**Bild 5.8** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $r=350\text{mm}$ ,  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$

In den Bilder 5.8 und I.19 bis I.22 sind die nichtlinear ermittelten Versagenswiderstände  $R_{\text{GMNIA}}$  bezüglich der Vorbeulbreite dargestellt (Kurvenparameter:  $r/t$ -Verhältnis). Dabei ist:

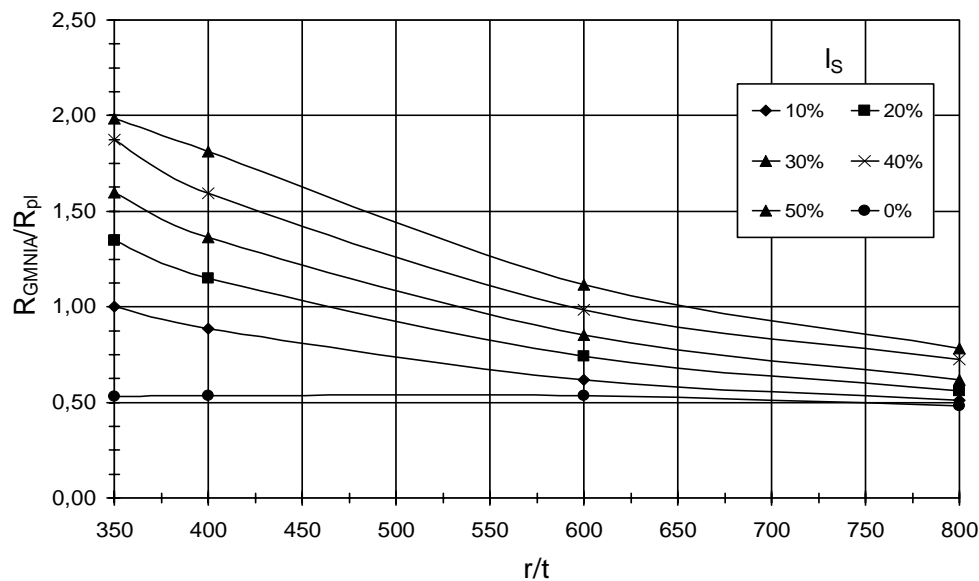
$$l_1 = 2,3 \cdot (l^2 \cdot r \cdot t)^{0,25} \leq r \quad \text{und}$$

$$l_2 = 4 \cdot \sqrt{r \cdot t}$$

Deutlich erkennbar sind die geringeren Versagenswiderstände für die größere Vorbeulbreite  $l_1$ , welche bei der numerischen Analyse verwendet wurde.

#### 5.4.2 Vergleich mit der unversteiften Schalenstruktur

Die Anordnung von Längssteifen über den Auflagern einer lokal gestützten, axialbelasteten Kreiszyinderschale erfolgt mit dem Ziel, die hohen lokalen Axiallasten kontinuierlich in die Schalenwand einzuleiten und somit die Tragfähigkeit der Schalenstruktur im Auflagerbereich zu erhöhen. Aus diesem Grund ist es zweckmäßig zu überprüfen, wie sich der Versagenswiderstand der versteiften Schalenstruktur im Vergleich mit der unversteiften Schalenstruktur ändert. Nur dann kann eine konstruktive Lösung gefunden werden, die sich positiv auf das Tragverhalten der Schale auswirkt.



**Bild 5.9** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=7,5^\circ$  und  $t_s=2\text{mm}$

In den Bildern 5.9 und I.23 bis I.26 sind die bezogenen Versagenswiderstände bezüglich des  $r/t$ -Verhältnisses der Schale aufgetragen und in den Bildern I.27 bis I.30 die aus den Längsversteifungen resultierenden Traglaständerungen. Der Kurvenparameter ist die Höhe der Längssteifen in Prozent der Zylinderlänge  $l$ . Die „0“ bedeutet, es ist keine Längssteife über dem Auflager vorhanden, es handelt sich um die unversteifte Schale.

Für Auflager-Öffnungswinkel von  $5^\circ$  bzw.  $7,5^\circ$  kann eine deutliche Zunahme des Traglastwiderstandes mit abnehmenden  $r/t$ -Verhältnissen beobachtet werden. Auch die Erhöhung des Versagenswiderstandes bezüglich der unversteiften Schale nimmt mit zunehmender Dickwandigkeit der Schale zu. So ist bei einem  $r/t$ -Verhältnis von 350 und einem Auflager-Öffnungswinkel von  $5^\circ$  bei einer Steife, welche eine Länge von 10% der Zylinderlänge  $l$  hat, eine Steigerung der Traglast um 100% gegenüber der unversteiften Schale zu erreichen, bei einem  $r/t$ -Verhältnis von 800 dagegen nur eine Steigerung um 28%.

Für die Schalenstrukturen mit den Auflager-Öffnungswinkeln von  $5^\circ$  bzw.  $7,5^\circ$  kann festgestellt werden, dass eine Platzierung von Längssteifen über dem Stützbereich immer eine Erhöhung des Versagenswiderstandes, im Vergleich zur unversteiften Schale, zur Folge hat.

Bei den Auflager-Öffnungswinkeln von  $15^\circ$  bzw.  $20^\circ$  kann bei hohen Dünnwandigkeiten der Schale ( $r/t=600$  bis  $800$ ) ein Abfall der Traglast unter das Niveau der unverteiften Schale beobachtet werden (Bilder I.29, I.30). Wie in Kapitel 5.4.1.4 festgestellt, erhöht sich mit zunehmenden Auflager-Öffnungswinkel bei kleinen Steifenhöhen von 10% der Zylinderlänge  $l$  die Traglast nur um wenige Prozent und für längere Steifen mit 50% der Zylinderlänge, bleibt die Traglast konstant. Beim unverteiften Zylinder ist jedoch eine Traglaststeigerung von ca. 100% bei einer Zunahme des Auflager-Öffnungswinkel von  $5^\circ$  auf  $20^\circ$  und  $r/t$ -Verhältnissen von 350 bis 800 festzustellen (Bilder I.31 bis I.34). Das Versagen von Schalen mit Steifen über den Stützungen und  $r/t$ -Verhältnissen von 600 bis 800 tritt im Vergleich zu dickwandigeren Schalen mit  $r/t$ -Verhältnissen von 350 und 400 auf einem wesentlich geringerem Lastniveau ein.

Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Anhebung des Traglastniveaus durch Anordnung von Längssteifen über den Auflagern, im Vergleich zum Traglastniveau der unverteiften Schale, umso größer ist, je dickwandiger die Schale, d. h. je kleiner das  $r/t$ -Verhältnis ist. Bei großen Auflager-Öffnungswinkeln  $\alpha$  ( $\alpha > 7,5^\circ$ ) und großen  $r/t$ -Verhältnissen sollten andere Aussteifungsvarianten angewendet werden, wie z. B. Längssteife und obere Ringsteife.



## 6 Bemessungsvorschlag

### 6.1 Basis des Bemessungsvorschlages

Grundlage für die Aufstellung des Bemessungsvorschlages für axialbelastete, kreiszylindrische, dünnwandige Stahlschalen mit Längsversteifungen über den Stützungen, sind die Ergebnisse der numerischen Parameteranalysen, welche in Kapitel 5 ausführlich beschrieben wurden.

Die Vorgehensweise bei der Ermittlung der Tragfähigkeit der vorgeschlagenen Bemessungsmethode lässt sich in drei Schritte unterteilen:

1. Bestimmung der Mindeststeifenstärke der Längssteife
2. Ermittlung der Tragfähigkeit der Kreiszylinderschale
3. Vergleich der ermittelten Tragfähigkeit mit der plastischen Grenztraglast eines Auflagers der versteiften Zylinderschale.

Mit der Definition einer Mindestdicke der Längssteife im ersten Schritt werden die Versagensmodi, Destabilisierung der Längssteife und kombiniertes Versagen von Längssteife und Zylinder ausgeschlossen. Als Versagensarten können nur noch Zylinderversagen und das Erreichen der plastischen Grenztragkraft eines Auflagers eintreten.

Im Schritt zwei wird die Tragfähigkeit  $R_k$  der Kreiszylinderschale mit Hilfe des bezogenen Versagenswiderstandes  $R_k/R_{pl} = \chi_{\text{lokal}}$  bestimmt. Dabei ist  $R_{pl}$  die plastische Grenztragkraft eines Auflagers der unversteiften Schale. Der Querschnitt der Längssteife bleibt hierbei unberücksichtigt. Daher kann der Abminderungsfaktor  $\chi_{\text{lokal}}$  auch Werte, die größer als 1 sind, annehmen.

Im dritten Schritt wird die ermittelte charakteristische Tragfähigkeit der Kreiszylinderschale mit der charakteristischen plastischen Grenztragkraft eines Auflagers der versteiften Schale verglichen. Dabei ist der Querschnitt der Längssteife bei der Berechnung von  $R_{pl}$  zu berücksichtigen.

## 6.2 Mindeststeifenstärke

Aus den Ergebnissen der numerischen Analysen konnten folgende Zusammenhänge bezüglich des Stabilitätsverhaltens der Längssteifen festgestellt werden:

**Tabelle 6.1** Definition der Mindeststeifenstärken

r/t-Verhältnis	Mindeststeifenstärke $t_s$	
$350 \leq r/t < 600$	$t_s \geq 0,114 \cdot \sqrt{r \cdot t}$	(6.1)
$600 \leq r/t \leq 800$	$t_s \geq 0,04 \cdot \sqrt{r \cdot t}$	(6.2)

Die Unterscheidung in zwei Bereiche, abhängig von den r/t-Verhältnissen, scheint sinnvoll, da wie in Kapitel 5.4.1.3 beschrieben, bei den sehr dünnwandigen Kreiszyinderschalen mit r/t-Verhältnissen von 600 bis 800 das Zylinderversagen bereits bei geringen Steifenstärken eintrat, ohne das die Längssteifen durch Destabilisierung versagten. Bei diesen r/t-Verhältnissen ist eine Erhöhung des Beulwiderstandes durch Verwendung größerer Steifenstärken ausgeschlossen.

Die Einhaltung der nach den Gleichungen (6.1) und (6.2) bestimmten Mindeststeifenstärken ist für die weitere Anwendung des Bemessungsmodells Voraussetzung, um Stabilitätsverlust der Längssteifen als Versagensursache auszuschließen.

Für die Steifenbreiten  $b_s$  sind auf Grund des untersuchten Bereiches folgende Grenzen einzuhalten:

$$10 \cdot t_s \leq b_s \leq 80 \cdot t_s \quad (6.3)$$

und 
$$0,05 \cdot r \leq b_s \leq 0,07 \cdot r \quad (6.4)$$



### 6.3 Ermittlung der Tragfähigkeit

Unter Einhaltung der Bedingungen nach Kapitel 6.2 kann die bezogene Tragfähigkeit der axialbelasteten, lokal gestützten Kreiszyinderschale wie folgt ermittelt werden:

$$\chi_{\text{lokal}} = \frac{R_k}{R_{pl}} = \zeta_1 \cdot \frac{l_s}{l} + \zeta_2 + \frac{\zeta_3 \cdot \frac{l_s}{l} + \zeta_4}{\frac{r}{t}} \quad (6.5)$$

Die Beiwerte  $\zeta_1$  bis  $\zeta_4$  sind abhängig vom Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha$  und werden mit Hilfe des dimensionslosen Auflager-Öffnungswinkels  $\eta = b_A/r$  bestimmt. Dieser stellt den mechanisch relevanten Systemparameter dar, da sich die lokale Beultragfähigkeit als praktisch unabhängig von der Anzahl der lokalen Auflagerungen herausgestellt hat. Dies gilt solange, wie Interaktionseffekte zwischen den Auflagerpunkten vermieden werden, d. h. die Stützungen nicht zu nahe beieinander liegen [Guggenberger, 1998(1)].

$$\text{für:} \quad 0,087 \leq \eta \leq 0,35 \quad \zeta_1 = -0,29 - \frac{0,071}{\eta} \quad (6.6)$$

---


$$\text{für:} \quad 0,087 \leq \eta \leq 0,13 \quad \zeta_2 = 0,0023 \cdot \eta^{-1,93} \quad (6.7)$$

$$0,13 < \eta \leq 0,35 \quad \zeta_2 = 0,14 \cdot \eta^{0,081} \quad (6.8)$$

---


$$\text{für:} \quad 0,087 \leq \eta \leq 0,13 \quad \zeta_3 = -2930 + (-2000 \cdot \ln(\eta)) \quad (6.9)$$

$$0,13 < \eta \leq 0,35 \quad \zeta_3 = -142 + (-633 \cdot \ln(\eta)) \quad (6.10)$$

---


$$\text{für:} \quad 0,087 \leq \eta \leq 0,13 \quad \zeta_4 = 82,5 + \frac{19,3}{\eta} \quad (6.11)$$

$$0,13 < \eta \leq 0,35 \quad \zeta_4 = \frac{35,3}{\eta} - 43,3 \quad (6.12)$$

Mit der bezogenen Tragfähigkeit wird die aufnehmbare Traglast eines Auflagers der versteiften Kreiszyinderschale für die Herstelltoleranz-Qualitätsklasse A bestimmt:

$$R_k = \left[ \zeta_1 \cdot \frac{l_s}{l} + \zeta_2 + \frac{\zeta_3 \cdot \frac{l_s}{l} + \zeta_4}{\frac{r}{t}} \right] \cdot R_{pl} = \chi_{\text{lokal}} \cdot R_{pl} \quad (6.13)$$

$R_{pl}$  ist die plastische Grenztragkraft eines Auflagers der unversteiften Schale:

$$R_{pl} = f_{y,k} \cdot b_A \cdot t \quad (6.14)$$

Die Tragfähigkeit eines Auflagers der lokal gestützten, längsversteiften Kreiszyinderschale unter Berücksichtigung der Herstelltoleranz-Qualitätsklasse (Kapitel 5.4.1.7) kann wie folgt bestimmt werden:

$$R_k = R_{pl} \cdot \chi_{\text{lokal}} \cdot \chi_Q \quad (6.15)$$

Der Abminderungsfaktor  $\chi_Q$  kann Tabelle 6.2 entnommen werden.

**Tabelle 6.2** Abminderungsbeiwert  $\chi_Q$

Herstelltoleranz- Qualitätsklasse	Beschreibung	Abminderungsfaktor $\chi_Q$
Klasse A	Exzellent	<b>1,0</b>
Klasse B	Hoch	<b>0,9</b>
Klasse C	Normal	<b>0,82</b>

Die nach Gleichung 6.15 ermittelte Tragfähigkeit eines Auflagers darf die plastische Grenztragkraft eines Auflagers der versteiften Zylinderschale nicht überschreiten.

$$R_k \leq R_{pl}^{\text{versteift}} \quad (6.16)$$

$$R_{pl}^{\text{versteift}} = f_{y,k} \cdot (b_A \cdot t + b_S \cdot t_S) \quad (6.17)$$

Die Tragfähigkeit der gesamten Kreiszyinderschale kann nach Gleichung 6.18, unter Berücksichtigung der Stützenanzahl  $n_{St}$ , wie folgt ermittelt werden:

$$R_k^{\text{gesamt}} = R_k \cdot n_{St} \quad (6.18)$$

Mit dem Bemessungswert der Tragfähigkeit

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \quad (6.19)$$

lässt sich der Standsicherheitsnachweis

$$F_d \leq R_d \quad (6.20)$$

führen.

## 6.4 Geometrische Grenzen des vorgeschlagenen Bemessungsmodells

Alle numerischen Untersuchungen und Vergleichsrechnungen wurden in folgenden geometrischen Grenzen durchgeführt:

Auflager-Öffnungswinkel $\alpha$ :	$5^\circ \leq \alpha \leq 20^\circ$
r/t-Verhältnis:	$350 \leq r/t \leq 800$
Längssteifenhöhe:	10% bis 50% der Zylinderlänge l
Zylinderradius:	$3,0m \leq r \leq 4,0m$
Zylinderhöhe:	$l/r = 2$
Stützenanzahl:	$n_{St} = 3$ und $4$
Werkstoffgüte:	S235
Ringsteife:	$0,5 \cdot t_s \leq t_R \leq 4 \cdot t_s$

Der gesamte Querschnitt der Längssteife muss im Stützbereich mit der Ringsteife verbunden sein. Die Ringsteife muss mit dem freien Ende der Längssteife abschließen.

## 6.5 Beispiel

### 1. Geometriedaten der Kreiszyinderschale:

Radius:	$r = 3500 \text{ mm}$
Zylinderlänge:	$l = 7000 \text{ mm}$
Wandstärke:	$t = 10 \text{ mm}$
Auflager-Öffnungswinkel:	$\alpha = 5^\circ$
Länge des gestützten Randes:	$b_A = 305 \text{ mm}$
Längssteifenhöhe:	$l_s = 20\% \text{ von } l = 1400 \text{ mm}$
Herstelltoleranz-Qualitätsklasse:	A (Exzellent)
Streckgrenze des Werkstoffes:	$f_{y,k} = 240 \text{ N/mm}^2$

### 2. Ermittlung der Mindeststeifenstärke

nach Gleichung 6.1 ergibt sich:	$t_s = 0,114 \cdot \sqrt{3500 \cdot 10} = 21,3 \text{ mm} \approx 21 \text{ mm}$
Längssteifenbreite wird gewählt:	$b_s = 210 \text{ mm}$
Bedingung nach Gl. (6.3) prüfen:	$10 \cdot t_s \leq b_s = 210 \leq 80 \cdot t_s$
Bedingung nach Gl. (6.4) prüfen:	$b_s > 0,05 \cdot 3500 \text{ mm} = 175 \text{ mm}$ $b_s < 0,07 \cdot 3500 \text{ mm} = 245 \text{ mm}$

### 3. Ermittlung der Tragfähigkeit

Dimensionsloser Auflager-  
Öffnungswinkel:

$$\eta = \frac{b_A}{r} = \frac{305}{3500} = 0,087$$

für:	$0,087 \leq \eta \leq 0,35$	$\zeta_1 = -0,29 - \frac{0,071}{0,087} = -1,106$	nach Gl. (6.6)
------	-----------------------------	--	----------------

für:	$0,087 \leq \eta \leq 0,13$	$\zeta_2 = 0,0023 \cdot 0,087^{-1,93} = 0,256$	nach Gl. (6.7)
------	-----------------------------	--	----------------

für:	$0,087 \leq \eta \leq 0,13$	$\zeta_3 = -2930 + (-2000 \cdot \ln(0,087)) = 1954$	nach Gl. (6.9)
------	-----------------------------	---	----------------

$$\text{für: } 0,087 \leq \eta \leq 0,13 \quad \zeta_4 = 82,5 + \frac{19,3}{0,087} = 304 \quad \text{nach Gl. (6.11)}$$

$$\chi_{\text{lokal}} = \frac{R_k}{R_{pl}} = -1,106 \cdot \frac{1400}{7000} + 0,256 + \frac{1954 \cdot \frac{1400}{7000} + 304}{\frac{3500}{10}} = 2,02 \quad \text{nach Gl. (6.5)}$$

Die Tragfähigkeit eines Auflagers bestimmt sich aus Gleichung (6.15) mit dem Abminderungsfaktor für die Herstelltoleranz-Qualitätsklasse A nach Tabelle 6.2:

$$R_k = 240 \cdot 305 \cdot 10 \cdot 2,02 \cdot 1,0 = 1479 \text{ kN}$$

Ob die plastische Grenztragkraft des Auflagers erreicht wird, bestimmt sich mit Hilfe der Gleichung (6.17):

$$R_k = 1479 \text{ kN} < R_{pl}^{\text{versteift}} = 240 \cdot (305 \cdot 10 + 210 \cdot 21) = 1790 \text{ kN}$$

Damit beträgt die Beultragfähigkeit eines Auflagers der längsversteiften Schale:

$$\underline{\underline{R_k = 1479 \text{ kN}}}$$

#### 4. Vergleich mit numerischer Berechnung

Aus der numerischen Berechnung ergibt sich:  $R_{\text{GMNIA}} = 1489 \text{ kN}$

#### 5. Vergleich mit unversteifter Kreiszyinderschale

Nach dem Bemessungsmodell von [Guggenberger, 1998(1)] ergibt sich die Tragfähigkeit eines Auflagers der unversteiften Schalenstruktur zu:

$$\text{Schlankheitsparameter: } \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y}{0,605 \cdot E}} \cdot \sqrt{\frac{r}{t}} = \sqrt{\frac{235}{0,605 \cdot 210000}} \cdot \sqrt{\frac{3500}{10}} = 0,805$$

Modifikationsfaktoren:  $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1$

$$f_C = 5 \cdot \varepsilon - (0,43 + 3,57 \cdot \varepsilon^2) = 1$$

$$f_E = 6,83 \cdot \varepsilon - (0,87 + 4,51 \cdot \varepsilon^2) = 1,45$$

Dimensionsloser Auflager-  
Öffnungswinkel in [%]:  $\eta = \frac{b_A}{r} = \frac{305}{3500} \cdot 100 = 8,7\%$

Bestimmung des lokalen

Reduktionsfaktors (Gl. 2.9):  $\kappa_{2, \text{lokal}} = \frac{2,83 \cdot f_C}{\bar{\lambda}^{0,77 \cdot f_E} \cdot \eta[\%]} + 0,19 - 1,04 \cdot \log \bar{\lambda} = 0,702$

Kritische Auflagerkraft  $F_{cr} = \kappa_{2, \text{lokal}} \cdot f_y \cdot b_A \cdot t = 0,702 \cdot 240 \cdot 305 \cdot 10$

eines Auflagers (Gl. 2.10): **F<sub>cr</sub> = 514 kN**

## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Die diskret gestützte, dünnwandige, axialbelastete Siloschale findet in der baupraktischen Realität sehr oft Anwendung, da in vielen Fällen der Raum unter dem Silo zugänglich sein muss. In den letzten Jahren beschäftigten sich zahlreiche Forschungsvorhaben mit der Stabilität der diskret gestützten Kreiszylinderschale [Guggenberger, 1998 (1)], [Knödel, 1998]. Dabei handelte es sich jedoch um unversteifte Siloschalen bzw. in [Guggenberger, 1998 (1)] wurde auch die Zylinderschale mit verstärktem untersten Schuss behandelt. Für diese Konstruktionen wurden einfach zu handhabende Berechnungskonzepte entwickelt. [Herzig, 2001] stellte ein Bemessungsmodell für die mit Längs- und Ringsteifen verstärkte Silostruktur auf. Die Aussteifungsvariante, nur Lasteinleitungssteifen über den Stützstellen anzuordnen, wird in der Praxis sehr häufig angewendet (Bild 1.2).

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Berechnungsmodell entwickelt, um die (Beul-) Tragfähigkeit lokal gestützter kreiszylindrischer Siloschalen mit Lasteinleitungssteifen zu ermitteln. Nach einer kurzen Schilderung der auftretenden Probleme bei der Bemessung solcher Schalenkonstruktionen im **Kapitel 1**, ist im **Kapitel 2** der aktuelle Forschungsstand ausführlich dargestellt. Dabei wurde im ersten Schritt der Wissensstand zur Beulstabilität der gleichmäßig axialbelasteten Kreiszylinderschale behandelt, bevor im zweiten Schritt verschiedene Modelle zur Bestimmung der Tragfähigkeit von diskret gestützten, axialbelasteten Kreiszylinderschalen vorgestellt und erläutert wurden. Eine ausführliche Beschreibung des einstufigen Nachweiskonzeptes nach [DIN 18800-4, 1990] und des zweistufigen Nachweiskonzeptes nach [EN 1993-1-6, 2005] zum Nachweis der Beulsicherheit folgte. Die Grundlage für die numerischen Untersuchungen dieser Arbeit bildeten die Regelungen in [EN 1993-1-6, 2005] für die Nachweisführung der Beultragssicherheit mit numerisch ermittelten Beulwiderständen und der GMNIA-Analyse, weshalb diese Regelungen detailliert vorgestellt wurden.

Eine ausführliche Beschreibung der experimentellen Untersuchungen an den Modellschalen wurde in **Kapitel 3** gegeben. Ziel der Versuchsserien war es, die

Tragfähigkeit der Modellschalen zu bestimmen, um im Nachgang ein numerisches Berechnungsmodell zu entwickeln und zu kalibrieren, welches für weitere theoretische Studien geeignet ist und die Tragfähigkeit lokal gestützter, axialbelasteter Kreiszyinderschalen zuverlässig abbildet. Die experimentellen Untersuchungen der zweiten Versuchsserie, mit angeordnetem Auslaufrichter und Axiallasteinleitung über das im Silo befindliche Schüttgut, dienten der Einordnung der Tragfähigkeiten der Modellschalen der ersten Versuchsserie (lokal gestützte Schale ohne Auslaufrichter und Axiallasteinleitung am oberen Schalenrand), welche die Grundlage für die Entwicklung des Bemessungsmodells sind.

Die Entwicklung des numerischen Berechnungsmodells ist in **Kapitel 4** dargestellt. Dabei wurde sowohl das Modell der Vollschale, als auch das Modell des 120°-Schalesegmentes unter Ausnutzung der Symmetriebedingungen, untersucht. Die unter dem Ansatz der realen gemessenen Imperfektionen der Modellschalen berechneten Versagenswiderstände wurden mit den Versuchsergebnissen verglichen. Wichtiges Anliegen dieser Modellentwicklung war es, Ersatzimperfektionen aufzufinden, welche die Tragfähigkeit der Siloschalen ungünstig beeinflussen und für die weiteren numerischen Untersuchungen in Ansatz gebracht werden konnten. So wurde das aus der nichtlinearen GMNA-Berechnung der perfekten Schalengeometrie entnommene Versagemuster als quasi-kollapsaffine Ersatzimperfektion auf die perfekte Schalenstruktur angesetzt und mit den Regelungen in [EN 1993-1-6, 2005] die GMNIA-Analyse zur Bestimmung der Tragfähigkeit durchgeführt. Dieses numerische Berechnungsmodell wird in **Kapitel 5** genutzt, um Parameterstudien an Schalenstrukturen mit variierenden geometrischen Abmessungen durchzuführen. Ein Vergleich der Tragfähigkeiten der versteiften Siloschale mit denen der unversteiften Siloschale zeigt, dass bei großen Auflager-Öffnungswinkeln ( $\alpha > 7,5^\circ$ ) und großen  $r/t$ -Verhältnissen ( $r/t > 500$ ) die Lasteinleitung in die Schale über die untersuchte Aussteifungskonstruktion nicht geeignet ist und z. B. die Kombination aus Lasteinleitungssteife und oberer Ringsteife bevorzugt werden sollte. Ansonsten konnte festgestellt werden, dass die Anordnung von Längssteifen über den Stützstellen die Tragfähigkeit lokal gestützter Siloschalen positiv beeinflusst und die Beulstabilität erhöht. Bei einem Auflager-Öffnungswinkel von  $5^\circ$  und ab einer Längssteifenhöhe von 30% der Zylinderlänge  $l$  konnte ein Wechsel der Versagensart vom Stabilitätsversagen



der Zylinderschale über den Längssteifen, hin zum Versagen des Auflagerbereiches durch Erreichen der Fließgrenze beobachtet werden.

Die Ergebnisse der Parameterstudien wurden genutzt, um ein Bemessungsvorschlag für die lokal gestützte, axialbelastete Kreiszyinderschale zu entwickeln. Dieses wird in **Kapitel 6** vorgestellt. Voraussetzungen für die Anwendung dieses Bemessungsvorschlages sind, die Einhaltung der Mindeststeifenstärke, um ein Stabilitätsversagen der Lasteinleitungssteife auszuschließen und kein Auftreten von Interaktionseffekten zwischen den vorhandenen Stützungen, was bei den angegebenen geometrischen Grenzen ausgeschlossen ist. Das vorgeschlagene Bemessungsmodell liegt auf der sicheren Seite, da positive Einflüsse auf das Tragverhalten dieser Schalen wie z. B. durch Anordnung von Auslaufrichtern am unteren Schalenrand und der Einfluss des Horizontaldruckes des Schüttgutes nicht berücksichtigt werden.

Für die weiteren Forschungsaktivitäten ist eine Erweiterung des Bemessungsmodells, durch die Ausdehnung der geometrischen Gültigkeitsgrenzen und die Berücksichtigung von anderen Stahlgüten, anzustreben. So kommen beispielsweise bei den Silokonstruktionen in der Lebensmittelindustrie Edelstähle zum Einsatz.

Des Weiteren ist die Einarbeitung der o. g. positiven Einflüsse, Anordnung eines Auslaufrichter am unteren Rand und die Lasteinleitung über das Schüttgut, auf das Tragverhalten empfehlenswert. Dabei müssen, aufbauend auf die experimentellen Untersuchungen der Versuchsserie 2, weitere Versuchsreihen durchgeführt werden, in denen auch der Einfluss unterschiedlicher Trichterneigungswinkel berücksichtigt wird. Der angeordnete untere Fußring beschränkt sich in diesem Modell auf einen Rechteckquerschnitt mit den angegebenen geometrischen Grenzen. Vielfach wird in der Praxis als unterer Fußring ein Hohlquerschnitt eingesetzt. Der Einfluss der höheren Steifigkeit dieses wichtigen Aussteifungselementes auf das Tragverhalten der Silokonstruktion sollte untersucht werden.

Mit der Anwendung der europäischen Norm [EN 1993-1-6, 2005] ist es möglich den Beulsicherheitsnachweis von Schalen mit numerisch ermittelten Beulwiderständen zu führen. Die exakteste Berechnungsmethode ist eine nichtlineare GMNIA-Berechnung an der imperfekten Schalenstruktur unter Berücksichtigung materieller und

geometrischer Nichtlinearitäten. In [EN 1993-1-6, 2005] sind keine Angaben über die anzusetzenden Imperfektionsformen zu finden, sondern nur die Aussage, dass sich diese ungünstig auf das Tragverhalten auswirken müssen. Daraus ergibt sich weiterer Klärungsbedarf für das Auffinden ungünstig wirkender Imperfektionsformen, um die Anwendung der Regelungen in [EN 1993-1-6, 2005] für den numerisch zu führenden Beulsicherheitsnachweis, dem in der Praxis tätigen Ingenieur möglich zu machen. Hier sei auf bereits laufende Forschungstätigkeiten [Schneider, 2004 (1)], [Schneider, 2004 (2)] hingewiesen.

# Literatur

## Veröffentlichungen

- [Banachewicz, 1997] Banachewicz, W.: Stiffening Ribs Influence upon Load Carrying Capacity of Thin-Walled Steel silo Shells, In: Proceedings of the International Conference Carrying Capacity of Steel Shell Structures, ed. Krupka V.; Schneider P., Brno, Czech Republic, 1.-3. Oktober 1997, S. 185-190
- [Barthelmes, 1977] Barthelmes, W.: Ermittlung der Schnittkräfte in kreiszylindrischen Silos mit kegelförmigem Boden, Bauingenieur 52, 1977, S. 423-435
- [Basar, 1977] Basar, Y.; Krätzig, W. B.: Struktur konsistenter Grundgleichungen für das Beul- und Nachbeulverhalten allgemeiner Flächentragwerke, Der Stahlbau 5, 1977, S. 138-146
- [Bodarski, 1982] Bodarski, Z.; Hotala, E.; Pasternak, H.: Zum Einfluß der Biegedrillsteifigkeit des Fußrings auf den Störungsbereich im Mantel von Metallsilos, Bauingenieur 57, 1982, S. 423-427
- [Bodarski, 1985] Bodarski, Z.; Hotala, E.; Pasternak, H.: Zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Metallsilos, Bauingenieur 60, 1985, S. 49-52
- [Born, 1968] Born, J.: Praktische Schalenstatik, Band 1, Die Rotationsschalen, 2. Auflage, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1968
- [Bornscheuer 1981] Bornscheuer, F. W.: Plastisches Beulen von Kreiszyinderschalen unter Axialbelastung, Der Stahlbau, Heft 9, 50. Jahrgang, 1981, S. 257-262
- [Bornscheuer, 1985] Bornscheuer, B.-F.; Bornscheuer, F. W.: Zur  $\alpha$ -freien Bemessung dünnwandiger Schalen, Stahlbau 4, 1985, S. 112-115
- [Bornscheuer 1988] Bornscheuer, F. W.: Schalenbeulen: Von der DASt-Richtlinie 13 zur DIN 18 800, Teil 4, Bautechnik 65, Heft 10, 1988, S. 325-331

- [Brendel 1982] Brendel, Kempen, Ramm, E.: Nichtlineare Stabilitätsuntersuchungen mit der Methode der Finiten Elemente, Ingenieur-Archiv 51, 1982, S. 337-362
- [Bucher] Bucher, C.: Stabilität unter Berücksichtigung stochastischer Imperfektionen, Institut für Strukturmechanik, Bauhaus-Universität Weimar
- [Chen, 1998] Chen, J. F.; Rotter, J. M.: Effective Cross Section of Asymmetric Rings on Cylindrical Shells, Journal of Structural Engineering, September 1998, S. 1074-1080
- [Dabrowski, 1989] Dabrowski, R.: Zum statischen Silodruck im Kreiszylinder mit Kegeltrichter oder Kegelboden, Bautechnik 66, Heft 8, 1989, S. 281-286
- [Donnell, 1934] Donnell, L. H.: A New Theory for the Buckling of Thin Cylinders under Axial Compression and Bending, ASME 56 (1934) 795-806
- [Donnell, 1950] Donnell, L. H.; Wan, C. C.: Effect of Imperfections on Buckling of Thin Cylinders and Columns Under Axial Compression, Journal of Applied Mechanics, 1950, S. 73-83
- [Ebel, 1958] Ebel, H.: Das Beulen eines Kreiszylinders unter axialem Druck nach der nichtlinearen Stabilitätstheorie, Der Stahlbau, Heft 2, 27. Jahrgang, 1958, S. 45-53
- [Eggert, 1965] Eggert, H.: Ein Beitrag zum Problem der Mindeststeifigkeit bei Schalen, Der Stahlbau, Heft 12, 34. Jahrgang, 1965, S. 353-358
- [Eibl, 1996] Eibl, J.: Der Silodruck - gelöste und ungelöste Probleme, In: Silos-Forschung und Praxis, Tagung, SFB 219, Universität Karlsruhe, 1996, S. 1-16
- [Eßlinger, 1967] Eßlinger, M.: Eine Erklärung des Beulmechanismus von dünnwandigen Kreiszylinderschalen, Der Stahlbau 12, 1967, S. 366-371
- [Eßlinger, 1970] Eßlinger, M.: Hochgeschwindigkeitsaufnahmen vom Beulvorgang dünnwandiger, axialbelasteter Zylinder, Der Stahlbau 3, 1970, S. 73-76

- [Eßlinger, 1971] Eßlinger, M.; Ahmed, S. R.; Schroeder, H.-H.: Stationäre Windbelastung offener und geschlossener kreiszylindrischer Silos, Der Stahlbau 12, 1971, S. 361-368
- [Eßlinger, 1975] Eßlinger, M.; Küfe, Ch.; Sagrauske, W.: Ein einfaches Verfahren zur Berechnung der idealen Beullast von exzentrische belasteten Kreiszylindern, Der Stahlbau 3, 1975, S. 71-74
- [Eßlinger, 1981 (1)] Eßlinger, M.; Geier, B.: Berechnung der Spannungen und der endlich großen Deformationen von Rotationsschalen unter großflächiger, axialsymmetrischer und nicht-axialsymmetrischer Belastung, Der Stahlbau 9, 1981, S. 263-270
- [Eßlinger, 1981 (2)] Eßlinger, M.; Geier, B.: Krafteinleitung über Längsrippen in dünnwandige Kreiszylinder, Der Stahlbau 11, 1981, S. 328-329
- [Eßlinger, 1984] Eßlinger, M.; Geier, B.; Weiß, H. P.: Ein einfaches FEM-Programm für die Krafteinleitung in Kreiszylinderschalen, Stahlbau 6, 1984, S. 179-181
- [Eßlinger, 1993] Eßlinger, M.: Rechenbeispiele zum Entwurf der DASt-Richtlinie 017, Kapitel 6, Stahlbau 62, Heft 9, 1993, S. 269-280
- [Eßlinger, 1994 (1)] Eßlinger, M.: Über die Endringe von axialgedrückten Kreiszylindern, Stahlbau 63, Heft 7, 1994, S. 200-205
- [Eßlinger, 1994 (2)] Eßlinger, M.: Über die Endringe von axialgedrückten Kreiszylindern, Stahlbau 63, Heft 11, 1994, S. 361
- [Eßlinger, 1995] Eßlinger, M.: Über die Endringe an axialgedrückten Kreiszylindern, die am unteren Rand eingespannt sind, Stahlbau 64, Heft 12, 1995, S. 353-360
- [Feise, 1996] Feise, H.; Schwedes, J.: Anwendung des hypoplastischen Stoffmodells auf kohäsive Schüttgüter in Silos: Belastung des Austragorgans, In: Silos-Forschung und Praxis, Tagung, SFB 219, Universität Karlsruhe, 1996, S. 127-134
- [Flügge, 1932] Flügge, W.: Die Stabilität der Kreiszylinderschale, Ingenieur-Archiv, III. Band, 1932, S. 463-506

- [Fritz, 1977] Fritz, H.; Wittek, U.: Die Bedeutung dehnungsloser Beulzustände bei der Stabilitätsberechnung von Schalen, *Der Stahlbau* 2, 1977, S. 40-45
- [Gettel, 2004] Gettel, M.; Schneider, W.: Längsvorbeulen als Ersatzimperfektionen für den numerischen Beulsicherheitsnachweis umfangsdruck- und torsionsbelasteter Kreiszyinderschalen. *Leipzig Ann. Civ. Eng. Rep.* 9 (2004), S. 491-500
- [Greiner, 1984] Greiner, R.: Zur Längskrafteinleitung in stehende zylindrische Behälter aus Stahl, *Stahlbau* 7, 1984, S. 210-215
- [Greiner, 1996] Greiner, R.; Guggenberger, W.: Tragverhalten und Bemessung punktgestützter kreiszyklindrischer Silos aus Stahl, In: *Silos-Forschung und Praxis, Tagung, SFB 219, Universität Karlsruhe*, 1996, S. 101-108
- [Gudehus, 1999] Gudehus, G.: Siloprobleme aus geotechnischer Sicht, *Bauingenieur*, Band 74, 1999, S. 155-160
- [Guggenberger, 1992] Guggenberger, W.: Nichtlineares Beulverhalten von Kreiszyklinderschalen unter lokaler Axialbelastung, Dissertation, Institut für Stahlbau, Holzbau und Flächentragwerke, Heft 6, Technische Universität Graz 1992
- [Guggenberger, 1996] Guggenberger, W.: Analysis of the Torsional Postbuckling Mode of Externally Pressurized Circular Cylindrical Shells, In: *European workshop „Thin-Walled Steel Structures“*, ed. Rykaluk, K.; Pasternak, H., Kreisau, 1996, S. 51-59
- [Guggenberger, 1997] Guggenberger, W.: Collapse, Failure Analysis and Repair of a High-Tensile Steel Digester Tank, In: *International conference on Carrying Capacity of Steel Shell Structures*, Brno, 1-3 October 1997, S. 324-332
- [Guggenberger, 1998 (1)] Guggenberger, W.; Greiner, R.: Axialbelastete Kreiszyklinderschalen auf Einzelstützen-Numerische Tragverhaltensstudie, Versuchsergebnisse und Bemessungsvorschlag, *Stahlbau*, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 415-424
- [Guggenberger, 1998 (2)] Guggenberger, W.: Schadensfall, Schadensanalyse und Schadensbehebung eines Silos auf acht Einzelstützen, *Stahlbau*, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 430-433

- [Hanskötter 2000] Hanskötter, U.; Basar, Y: 3D-Analyse von Schalenstrukturen zur Simulation von Spannungskonzentrationen, Bauingenieur, Band 75, 2000, S. 409-427
- [Herzig, 1997] Herzig, K.; Thiele, R.: Structural Response of Single Supported Steel Silos (Finite Element Analysis), In: Proceedings of the International Conference Carrying Capacity of Steel Shell Structures, ed. Krupka V.; Schneider P., Brno, Czech Republic, 1.-3. Oktober 1997, S. 178-184
- [Hoff, 1969] Hoff, N.J.; Some Recent Studies of the Buckling of Thin Shells, Aeronautical Journal 73, London (1969), 1057-1070
- [Holst, 1996] Holst, G., Rotter, J.M., Calladine, C.R.: Geometric Imperfections and Consistent Residual Stress Fields in Elastic Cylinder Buckling Under Axial Compression, in: [Jullien, 1996]
- [Hornung, 1998] Hornung, U.; Saal, H.: Ergebnisse von Beulversuchen mit zwei Tanks, Stahlbau, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 408-413
- [Hotala, 1996] Hotala, E.: Stability of Cylindrical Steel Shell under Local Axial Compression, In: European workshop „Thin-Walled Steel Structures“, ed. Rykaluk, K.; Pasternak, H., Kreisau, 1996, S. 61-68
- [Hotala, 2001] Hotala, E.: Load-bearing capacity of cylindrical skin of steel silos in the zone of column support, In: Xth International Scientific-Technical Conference „Metal Structures“, Gdansk 2001, Vol. 3, S. 119-126
- [Jullien, 1996] Jullien, J.-F.: Imperfections in Metal Silos - Measurement, Characterisation and Strength Analysis, Workshop at INSA Lyon, April 1996
- [Jürcke, 1983] Jürcke, R. K.; Krätzig, W. B.; Wittek, U.: Kreiszyinderschalen mit wulstartigen Imperfektionen, Der Stahlbau 8, 1983, S. 241-244
- [Karman/Tsien, 1941] v. Karman, T., Tsien, H.S.; The Buckling of Thin Cylindrical Shells under Axial Compression, Journal of Aeronautical Sciences 8, S. 303-312, 1941

- [Kasper, 1998] Kasper, D.; Lange, H.; Müller, B.; Winterstetter, T.: Neuere Beispiele großer zylindrischer Behälter, Stahlbau, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 404-407
- [Knebel, 1996] Knebel, K.; Ummenhofer, T.; Schulz, U.; Schweizerhof, K.; Peil, U.: Stabilität von stählernen Siloschalen bei ruhendem und bewegtem Schüttgut, In: Silos-Forschung und Praxis, Tagung, SFB 219, Universität Karlsruhe, 1996, S. 109-118
- [Knippers, 1997] Knippers, J.; Bulenda, T.; Stein, M.: Zum Entwurf und zur Berechnung von Stabschalen, Stahlbau 66, 1997, S. 31-37
- [Knödel 1989] Knödel, P.; Maierhöfer, D.: Zur Stabilität von Zylindern unter Axiallast und Randmomenten, Stahlbau 58, Heft 3, 1989, S. 81-86
- [Knödel, 1991] Knödel, P.: Cylinder-Cone-Cylinder Intersection under Axial Compression, in: Buckling of Shell Structures, on Land, in the Sea and in the Air, von J. F. Jullien, Elsevier Applied Science, 1991, S. 296-303
- [Knödel, 1994] Knödel, P.; Ummenhofer, T.; Brenner, J.: Zur Stabilität dünnwandiger Zylinderschalen unter längsgerichteten Einzellasten, In: Festschrift Prof. O. Steinhardt/Prof. F. Mang-Neue Entwicklungen im konstruktiven Ingenieurbau, Versuchsanstalt für Stahl, Holz und Steine, Universität Karlsruhe, 1994, S. 513-531
- [Knödel, 1995] Knödel, P.; Ummenhofer, T.; Schulz, U.: On the Modelling of Different Types of Imperfections in Silo Shells, Thin-Walled Structures 23, 1995, S. 283-293
- [Knödel, 1997] Knödel, P.: A Simple Model for Assessing the Buckling Strength of silos, In: Proceedings of the International Conference Carrying Capacity of Steel Shell Structures, ed. Krupka V.; Schneider P., Brno, Czech Republic, 1.-3. Oktober 1997, S. 85-90
- [Knödel, 1998] Knödel, P.; Ummenhofer, T.: Ein einfaches Modell zum Stabilitätsnachweis zylindrischer Schalentragsysteme auf Einzelstützen, Stahlbau, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 425-429
- [Lagae, 1999] Lagae, G.; Rathé, J.; Van Impe, R.; Buffel, P.: Nachweisformeln für axial belastete Kreiszyinderschalen auf diskreten Auflagerungen-Modellversuche als



- Hilfsmittel bei der Entwicklung, Stahlbau 68, Heft 6, 1999, S. 429-437
- [Licht, 1996] Licht, T.; Schulz, U.: Experimentelle Untersuchungen zum zeitlichen Spannungsverlauf in dünnwandigen Stahlsilos, Bautechnik 73, Heft 10, 1996, S. 691-701
- [Lorenz, 1908] Lorenz, R.: Achsensymmetrische Verzerrungen in dünnwandigen Hohlzylindern, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Band 52, Nr. 43, 1908, S. 1706-1713
- [Martens, 1998] Martens, P.; Raabe, G.: Erfahrungen mit Wellblechsilos, Stahlbau, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 465-472
- [Nagelstutz, 1988] Nagelstutz, F.; Stölting, H.: Zur Konstruktion und Berechnung der dünnwandigen Zylinderschale des Absorbers einer Rauchgasentschwefelungsanlage, Stahlbau 57, Heft 11, 1988, S. 325-331
- [Öry, 1984] Öry, H.; Reimerdes, H.-G.; Tritsch, W.: Beitrag zur Bemessung der Schalen von Metallsilos, Stahlbau 8, 1984, S. 243-248
- [Pasternak, 1996] Pasternak, H.; Hotala, E.: Schäden an Stahlsilos - Ursachen und Beispiele, Bauingenieur 71, 1996, S. 223-228
- [Pasternak, 2001] Pasternak, H.; Komann, S.: About the Role of Longitudinal Stiffeners in Silos, In: Xth International Scientific-Technical Conference „Metal Structures“, Gdansk 2001, Vol. 3, S. 161-168
- [Pasternak, 2003] Pasternak, H.; Komann, S.: Locally supported shells with longitudinal stiffeners above the supports, In: Conference Advances in Structures Steel, Concrete, Composite and Aluminium, Sydney, Australia, 2003
- [Pflüger, 1963] Pflüger, A.: Zur praktischen Berechnung der axial gedrückten Kreiszyinderschale, Der Stahlbau, Heft 6, 1963, S. 161-165
- [Ramm, 1986] Ramm, E.: Form und Tragverhalten, in: (E. Ramm, E. Schunck, Hrsg.) Heinz Isler Schalen (Katalog zur Ausstellung), Krämer, Stuttgart 29-34

- [Rammerstorfer, 1988] Rammerstorfer, F. G.; Billinger, W.; Fischer, F. D.: Beulversuche an dünnwandigen flüssigkeitsgefüllten Schalen, ÖIAZ, 133. Jg. Heft 8, 1988, S. 430-431
- [Rao, 1988] Rao, P. S.; Rao, A. P.: Behavior of Cylindrical Shells Subjected to Support Settlements, Journal of Structural Engineering, Vol. 114, No. 4, 1988
- [Rathe, 1996] Rathe, J., Greiner, R.: Local Loads in Cylindrical Structures, Subprojekt B, ECSC Contract 7210-SA/208, Enhancement of ECCS Design Recommendations and Development of Eurocode 3 Parts Related to Shell Buckling, Final Report, University of Gent, Mai 1996
- [Riks 1996] Riks, E.; Rankin, C. C.; Brogan, F. A.: On the solution of mode jumping in thin-walled shell structures, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 136, 1996, S. 59-92
- [Ritter, 1996] Ritter, B.; Weferling, U.: Geodetic Control Work on Thin-Walled Steel Structures, In: European Workshop Thin-Walled Steel Structures, ed. Rykaluk, K.; Pasternak H., Krzywowa, September 26-28, 1996
- [Rothert 1998] Rothert, H.; Jäppelt, U.: Zur Tragfähigkeit axial belasteter Kreiszyklinderschalen - Wie konservativ sind die entsprechenden Normen, Bauingenieur, Nr. 6, Band 73, 1998, S. 293-298
- [Rotter, 1989] Rotter, J. M.; Teng, J. G.: Elastic Stability of Cylindrical Shells with Weld Depressions, Journal of Structural Engineering, No. 5, 1989
- [Samuelson, 1987] Samuelson, A.: Design of Cylindrical Shells Subjected to Local Loads in Combination with Axial and/or Radial Pressure, ECCS Colloquium on Stability of Plate and Shell Structure, Ghent University, 6-8 April, 1987
- [Scharadt, 1970] Scharadt, R.; Steingäß, J.: Eine Erweiterung der Technischen Biegelehre für die Berechnung dünnwandiger geschlossener Kreiszyklinderschalen, Der Stahlbau, Heft 3, 39. Jahrgang, 1970, S. 65-73
- [Schmidt 1989] Schmidt H.: Dickwandige Kreiszyklinderschalen aus Stahl unter Axialdruckbelastung, Stahlbau 58, Heft 5, 1989, S. 143-148
- [Schmidt, 1992] Schmidt, H.: Erläuterungen zu DIN 18 800 Teil 4, Mitteilungen IGBT 2, 1992, S. 57-59

- [Schmidt, 1996] Schmidt, H.: Postbuckling Design of Externally Thin Walled Cylindrical Tanks, In: European workshop „Thin-Walled Steel Structures“, ed. Rykaluk, K.; Pasternak, H., Kreisau, 1996, S. 77-84
- [Schmidt, 2000] Schmidt, H.: Stability of Steel shell Structures - General Report, J. Of Constr. Steel Research, 55 (2000), 159-181
- [Schneider, 1998] Schneider, W.; Thiele, R.: Tragfähigkeit schlanker windbelasteter Kreiszyinderschalen, Stahlbau, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 434-441
- [Schneider, 2002] Schneider, W.: Unsafe Basic Statements about the Imperfection Sensitivity of Steel Shell Structures. In: M. Ivanyi (Ed.) Stability and Ductility of Steel Structures, Akademiai Kiado, Budapest, 2002, 491-498
- [Schneider, 2004 (1)] Schneider, W.: Konsistente geometrische Ersatzimperfektionen für den numerisch gestützten Beulsicherheitsnachweis, Stahlbau 73 (2004), H. 4, 262-269
- [Schneider, 2004 (2)] Schneider, W.: Die ungünstigste Imperfektionsform bei stählernen Schalentragwerken - eine Fiktion?, Bauingenieur 79 (2004), Heft 10, S. 436-442
- [Schroth, H.] Schroth, H.: Beanspruchung und Stabilitätsverhalten einzelgestützter stählerner Silostrukturen mit Auslaufrichter, Bauingenieur, Band 77, 2002, S. 513-520
- [Schulz, 1999] Schulz, U.; Ruff, D.; Ummenhofer, T.: Stabilitätsverhalten von punktförmig gestützten Kreiszyinderschalen, Stahlbau 68, Heft 2, 1999, S. 125-135
- [Speicher, 1998] Speicher, G.; Saal, H.: Beulen biegebeanspruchter, langer Kreiszyinderschalen aus Stahl - Versuch, Theorie und Bemessung, Stahlbau, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 443-451
- [Strusch, 1996] Strusch, J.; Schulze, D.: Zur Gestaltung von Versuchssilos, In: Silo-Forschung und Praxis, Tagung, SFB 219, Universität Karlsruhe, 1996, S. 35-44
- [Tejchmann, 1996] Tejchmann, J.; Gudehus, G.: Dynamic Effects in Silos - Experiments, Polar Constitutive Model and a Way for their Supression, In: Silo-Forschung und Praxis, Tagung, SFB 219, Universität Karlsruhe, 1996, S. 67-80

- [Teng, 1992] Teng, J. G.; Rotter, J. M.: Linear Bifurcation of Perfect Column-Supported Cylinders: Support Modelling and Boundary Conditions, Thin-Walled Structures 14, 1992, S. 241-263
- [Teng, 1997 (1)] Teng, J. G.: Out-Of-Plane Plastic Buckling Strength of Annular Plate Ringbeams in Steel Silos, In: Proceedings of the International Conference Carrying Capacity of Steel Shell Structures, ed. Krupka V.; Schneider P., Brno, Czech Republic, 1.-3. Oktober 1997, S. 78-84
- [Teng, 1997 (2)] Teng, J. G.: Plastic Buckling Approximation for Transition Ringbeams in Steel Silos, Journal of Structural Engineering, December 1997, S. 1622.1630
- [Thielemann, 1964] Thielemann, W.; Eßlinger, M.: Einfluß der Randbedingungen auf die Beullast von Kreiszyklinderschalen, Der Stahlbau 12, 1964, S. 353-361
- [Thielemann, 1967] Thielemann, W.; Eßlinger M.: Beul- und Nachbeulverhalten isotroper Zylinder unter Außendruck, Der Stahlbau, Heft 6, 36. Jahrgang, 1967, S. 161-175
- [Timoshenko, 1910] Timoshenko, S. P.: Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie, Zeitschrift für Mathematik und Physik 58, S. 337-385, 1910
- [Ummenhofer, 1997] Ummenhofer, T.; Peil, U.; Schulz, U.: A Rigorous Model for Assessing the Buckling Strength of silos, In: Proceedings of the International Conference Carrying Capacity of Steel Shell Structures, ed. Krupka V.; Schneider P., Brno, Czech Republic, 1.-3. Oktober 1997, S. 91-97
- [Vandepitte 1980] Vandepitte, D.; Rathé, J.: Buckling of Circular Shells under Axial Load in the Elastic-Plastic Region, Der Stahlbau 12, 1980, S. 369-373
- [Velickov, 1998] Velickov, D.; Schmidt, H.: Beulwiderstand axialgedrückter Metallkreiszyklinderschalen mit unversteifter Mantelöffnung, Stahlbau, 67. Jahrgang, Heft 6, 1998, S. 459-464
- [Winterstetter, 2001] Winterstetter, T. A.; Schmidt, H.: Stabilität von Kreiszyklinderschalen aus Stahl unter kombinierter Beanspruchung, Stahlbau 70, Heft 6, 2001, S. 412-418

- [Wolf, 1988] Wolf, W.: Projektierung und Ausführung von Stahlgroßraumsilos, Bauplanung-Bautechnik, 42. Jahrgang, Heft 7, 1988, S. 322-325
- [Ziegler 1952] Ziegler, H.: Die Stabilitätskriterien der Elastomechanik, Ingenieur-Archiv, XX Band 1952, S. 49-56
- [Ziólko, 1999] Ziólko, J.: Imperfektionen zylindrischer Stahlbehälter-Entstehung, Methoden zur Begrenzung, Reparaturen, Bauingenieur, Band 74, Heft 12, 1999, S. 544-547

## **Forschungsberichte**

- [Binder, 1997] Binder, B.; Schmidt, H.: Experimentelle Untersuchungen zum elastischen Beul- und Nachbeulverhalten extrem dünnwandiger, einseitig offener Kreiszyinderschalen mit und ohne Randversteifung unter konstantem Manteldruck, Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen Nr. 71, Universität-Gesamthochschule Essen, 1997
- [Düsing, 1991] Düsing, H.; Schmidt, H.: Beulversuche an stählernen Kreiszyinderschalen mit angeschweißten Längssteifen unter Axialdruckbelastung im elastisch-plastischen Bereich, Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen Nr. 57, Universität-Gesamthochschule Essen, 1991
- [Düsing, 1996] Düsing, I.; Schmidt, H.: Beulversuche an stählernen Kreiszyinderschalen mit angeschweißten Ringsteifen unter Außendruckbelastung, Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen Nr. 70, Universität-Gesamthochschule Essen, 1996
- [European Commissison] Enhancement of ECCS design recommendations and development of Eurocode 3 parts related to shell buckling, Final report, 1998
- [Herzig, 2001] Herzig, K.-U.: Stabilität stählerner Siloschalen auf Einzelstützen, Dissertation, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät der Universität Leipzig, Shaker Verlag, Aachen 2001
- [Jürcke, 1983] Jürcke, R. K.; Krätzig, W. B.; Wittek, U.: Stabilitätsverhalten axialbelasteter Kreiszyinderschalen mit Regelimperfektionen nach DAST 013, Technisch-wissenschaftliche Mitteilungen Nr. 83-4, Institut für Ingenieurbau, Ruhr-Universität Bochum, 1983

- [KrysiK, 1990] KrysiK, R.; Schmidt, H.: Beulversuche an längsnahtgeschweißten stählernen Kreiszyylinder- und Kegelstumpfschalen im elastisch-plastischen Bereich unter Meridiandruck- und innerer Manteldruckbelastung, Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen Nr. 51, Universität-Gesamthochschule Essen, 1990
- [Peter, 1974] Peter, J.: Zur Stabilität von Kreiszyinderschalen unter ungleichmäßig verteilten axialen Randbelastungen, Mitteilungen des Instituts für Statik der Technischen Universität Hannover Nr. 19, 1974
- [Ramm] Ramm, E.; Büchter, N.; Stegmüller, H.: Fortschritte bei nichtlinearen Schalenberechnungen, Forschungsbericht T 2203, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, IRB Verlag
- [Salmi, 1997] Salmi, P.; Outinen, T. A.: Cylindrical shell structures from austenitic stainless steel under meridional compression, Technical Research Centre of Finland, Espoo 1997
- [Schmidt, 1988] Schmidt, H.; Tarsten, K.-G.: Beulversuche an stählernen Kreiszyinderschalen unter Axialdruckbelastung im hochplastischen Bereich, Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen Nr. 43, Universität-Gesamthochschule Essen, 1988
- [Schmidt, 1995] Schmidt, H.: Zusammengesetzte Rotationsschalen im Stahlbau, Behälterbau und Anlagenbau aus der Sicht der Stabilitätsbemessung, Schlußbericht zum DIBT-Forschungsvorhaben IV 1-5-720/93, Universität Gesamthochschule Essen, 1995
- [Schulz] Schulz, U.; Ummenhofer, T.: Spannungs- und Stabilitätsverhalten von punktförmig gestützten Schalentragswerken, Forschungsbericht T 2947, Bauforschung, Fraunhofer IRB Verlag, 2001
- [Winterstetter, 1999] Winterstetter, T.; Schmidt, H.: Beulversuche an längsnahtgeschweißten stählernen Kreiszyinderschalen im elastisch-plastischen Bereich unter Axialdruck, Innendruck und Torsionsschub, Forschungsbericht aus dem Fachbereich Bauwesen Nr. 82, Universität-Gesamthochschule Essen, 1999

**Normen**

[DASt 013, 1980]	DASt-Richtlinie 013, Beulsicherheitsnachweis für Schalen, Deutscher Ausschuss für Stahlbau, Juli 1980
[DASt 017, 1992]	DASt-Richtlinie 017, Beulsicherheitsnachweise für Schalen - spezielle Fälle, Deutscher Ausschuss für Stahlbau, 1992
[ECCS, 1988]	European Convention for Constructional Steelwork, Buckling of Steel Shells - European Recommendations, 4. Auflage, 1988
[ENV 1991-4, 1993]	Eurocode 1: Basis of Design and Actions on Structures, Part 4: Actions on Silos and Tanks, CEN, Brüssel, Belgium, 1993
[ENV 1993-1-1, 2004]	Eurocode 3, Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau, CEN, Brüssel, Belgium, 2004
[EN 1993-1-6, 2005]	Eurocode 3, Design of Steel Structures, Part 1-6: General Rules: -Strength and Stability of Shell Structures-, CEN, Brüssel, Belgium, 2005
[ENV 1993-1-9, 2004]	Eurocode 3, Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Part 1-9: Ermüdung, CEN, Brüssel, Belgium, 2003
[ENV 1993-4-1, 2002]	Eurocode 3: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 4-1: Silos, Tankbauwerke und Rohrleitungen - Silos, CEN, Brüssel, Belgium, 2002
[ENV 1993-3-2, 1997]	Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 3-2: Towers, Masts and Chimneys, CEN, Brüssel, Belgium, 1997
[DIN EN 10002-1, 2001]	DIN EN 10002 „Metallische Werkstoffe-Zugversuch“, Teil 1 „Prüfverfahren bei Raumtemperatur“, CEN, Brüssel, Belgium, 2001
[DIN 4119, 1979]	DIN 4119, Oberirdische zylindrische Flachboden-Tankbauwerke aus metallischen Werkstoffen. NABau im DIN e. V., Berlin, 1979
[DIN 11622, 1994]	DIN 11622, Gärfuttersilos und Güllebehälter. NABau im DIN e. V., Berlin, 1994

- [DIN 18914, 1985]      DIN 18914, Dünnwandige Rundsilos aus Stahl. NABau im DIN e. V., Berlin, 1985
- [DIN 18800-1, 1990]      DIN 18800: Stahlbauten, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, NABau im DIN e. V., Berlin, 1990
- [DIN 18800-4, 1990]      DIN 18800: Stahlbauten, Teil 4: Stabilitätsfälle, Schalenbeulen, NABau im DIN e. V., Berlin, 1990

## **Fachbücher**

- [ABAQUS]      ABAQUS User Manual, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., Pawtucket, U.S.A.
- [Bathe]      Bathe, K.-J.: Finite-Element Methoden, Springer, Berlin, 1982
- [Brown, Nielsen]      Brown, C. J.; Nielsen, J.: Silos-Fundamentals of Theory, Behaviour and Design, E & FN Spon, London, New York, 1998
- [Burg et al III]      Burg; Haf; Wille: Höhere Matheematik für Ingenieure, Band III, 3. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1992
- [Burg et al IV]      Burg; Haf; Wille: Höhere Matheematik für Ingenieure, Band IV, 2. Auflage, B. G. Teubner, Stuttgart, 1993
- [Burg et al V]      Burg; Haf; Wille: Höhere Matheematik für Ingenieure, Band V, B. G. Teubner, Stuttgart, 1992
- [Burth, Brocks]      Burth, K.; Brocks, W.: Plastizität-Grundlagen und Anwendungen für Ingenieure, Verlag Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1992
- [Flügge]      Flügge, W.: Statik und Dynamik der Schalen, 3. Auflage, Springer-Verlag, 1962
- [Hinton et al]      Hinton, E.; Owen, D. R. J.; Krause, G.: Finite Element Programme für Platten und Schalen, Springer-Verlag, Berlin, 1990
- [Hörz, Omeljanovskij]      Hörz, H.; Omeljanovskij, M.E.: Experiment-Modell-Theorie, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1982

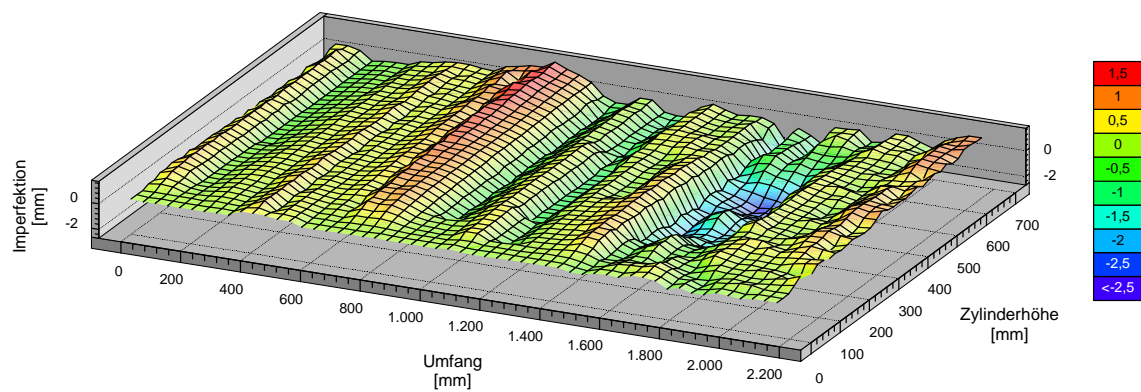


- 
- [Kaliszky] Kaliszky, S.: Plastizitätslehre-Theorie und technische Anwendungen, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1984
- [Kollar, Dulacska] Kollar, L.; Dulacska, E.: Schalenbeulung-Theorie und Ergebnisse der Stabilität gekrümmter Flächentragwerke, Akademiai Kiado, Budapest, 1975
- [Krätzig, Basar] Krätzig, W. B.; Basar, Y.: Tragwerke 3-Theorie und Anwendung der Methode der Finiten Elemente, Springer, Berlin, 1997
- [Lehmann, Zhang] Lehmann, E.; Zhang, L.: Nichtlineares Verhalten von ausgesteiften Tragwerken, Springer, Berlin, 1998
- [Lindner et al.] Lindner, J., Scheer, J., Schmidt, H.: Stahlbauten - Erläuterungen zu DIN 18800 Teil 1 bis 4, Beuth-Verlag, Berlin 1993
- [Martens] Martens, P. (Hrsg.): Silo-Handbuch, Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, Berlin, 1988
- [Petersen, 1] Petersen: Statik und Stabilität des Baukonstruktionen, 2. Auflage, Verlag Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1982
- [Petersen, 2] Petersen: Stahlbau, 3. Auflage, Verlag Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden, 1993
- [Pflüger] Pflüger, A.: Stabilitätsprobleme der Elastostatik, 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1975
- [Rothert, Gensinchen] Rothert, H.; Gensinchen, V.: Nichtlineare Stabstatik, Springer-Verlag, Berlin, 1987
- [Rotter] Rotter, J. M.: Guide for the Economic Design of Circular Metal Silos, Spon Press, Taylor & Francis Group, London and New York, 2001
- [Samuelson, Eggwertz] Samuelson, A.; Eggwertz, S.: Shell Stability Handbook, Elsevier Applied Science, London and New York, 1992
- [Schaback, Werner] Schaback, R.; Werner, H.: Numerische Mathematik, 4. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, 1993
- [Stahlbau- Handbuch 1, 1982] Bornscheuer, F.W.: Flächig gekrümmte Bauteile-Beulsicherheitsnachweise für isotrope Schalen, in: Stahlbau Handbuch Teil 1, Band 1, 2. Auflage, Stahlbau-Verlags-GmbH, Köln, 1982

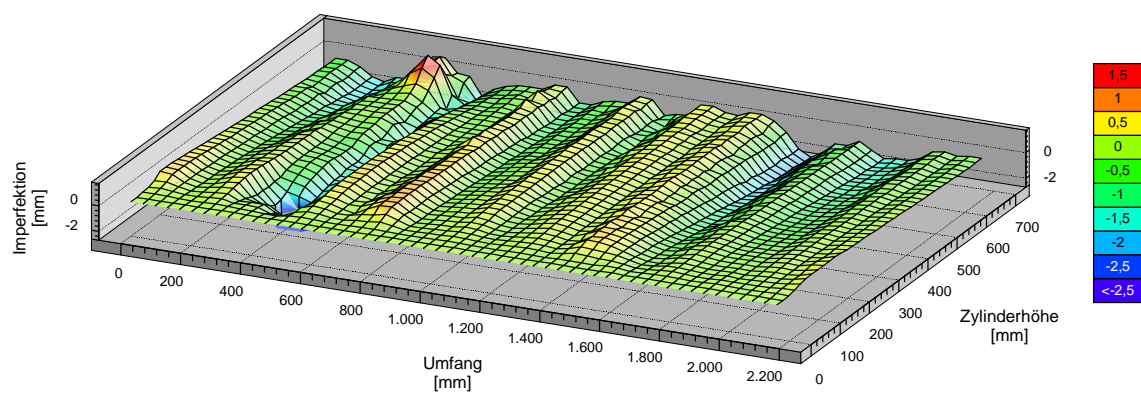
- [Stahlbau Kalender 2002] Schmidt, H.: Beulsicherheitsnachweise für Schalen nach DIN 18800 Teil 4, E-DASSt-Richtlinie 017 und DIN V ENV 1993-1-6, in: Stahlbau Kalender 2002, Herausgeber: Kuhlmann, U., Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2002

# **Anhang A**

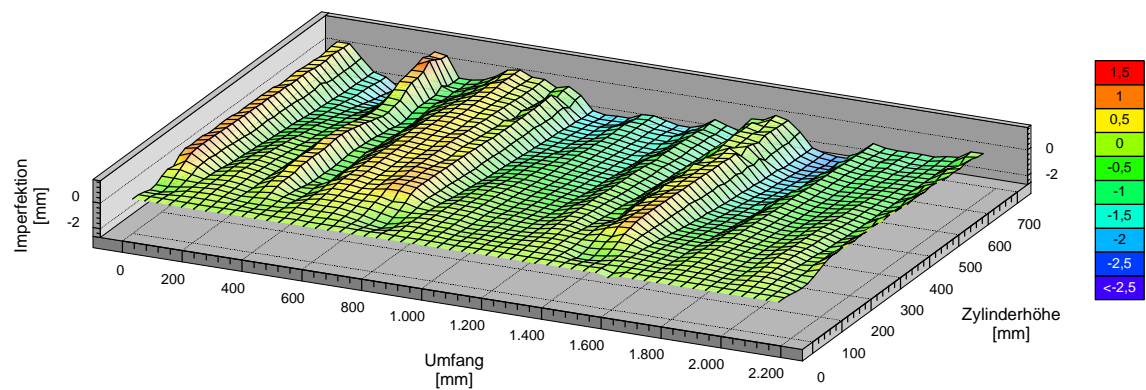
## **Aufgenommene Imperfektionen der Modellschalen**



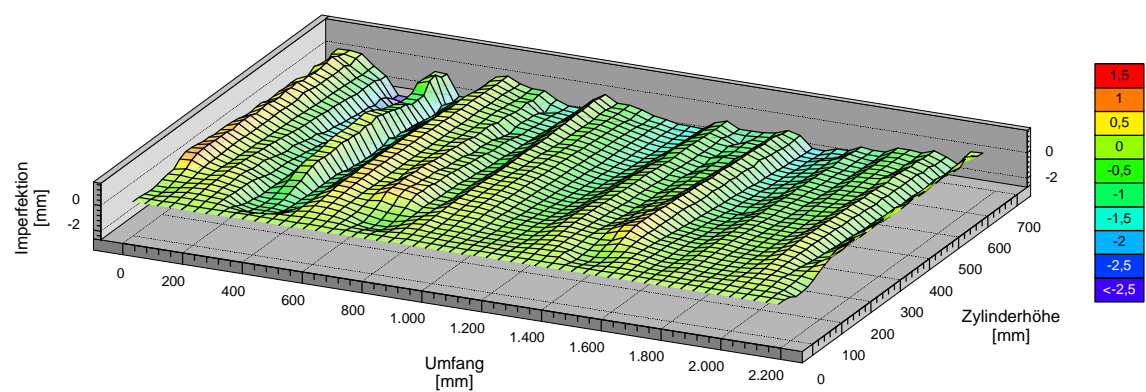
**Bild A.1** Modellschale VSILS1-10-1



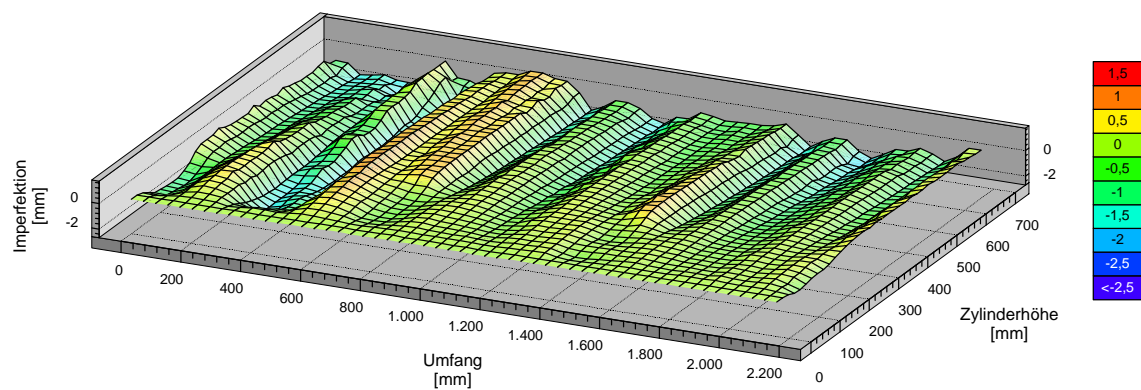
**Bild A.2** Modellschale VSILS1-10-2



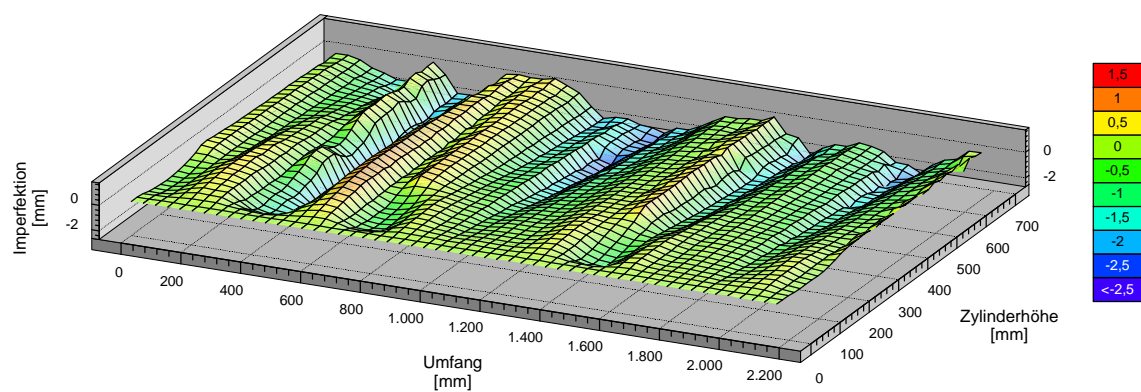
**Bild A.3** Modellschale VSILS1-20-1



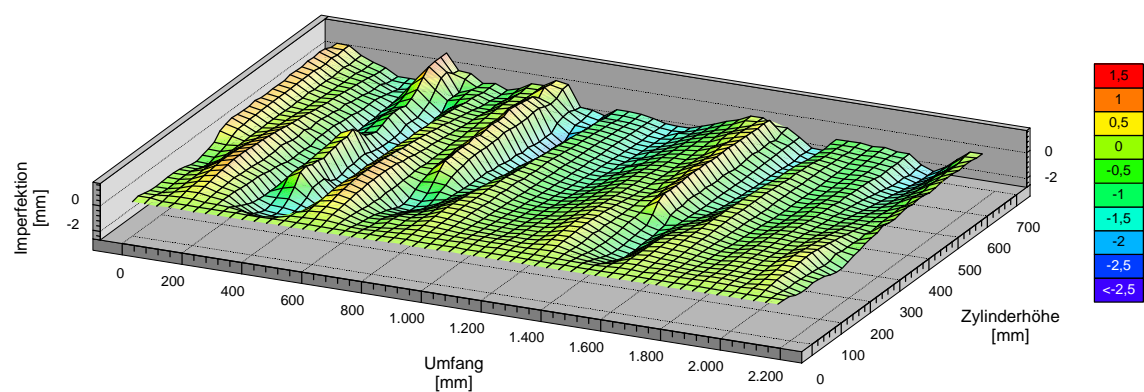
**Bild A.4** Modellschale VSILS1-20-2



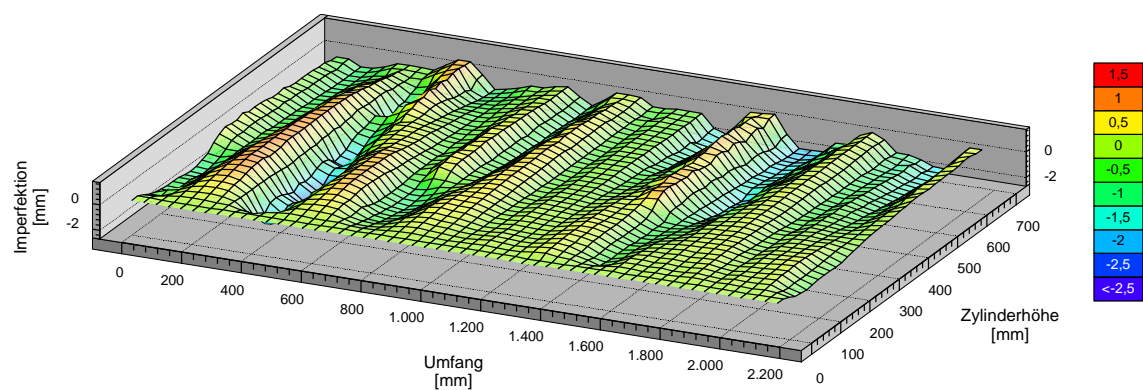
**Bild A.5** Modellschale VS1LS1-30-1



**Bild A.6** Modellschale VS1LS1-30-2

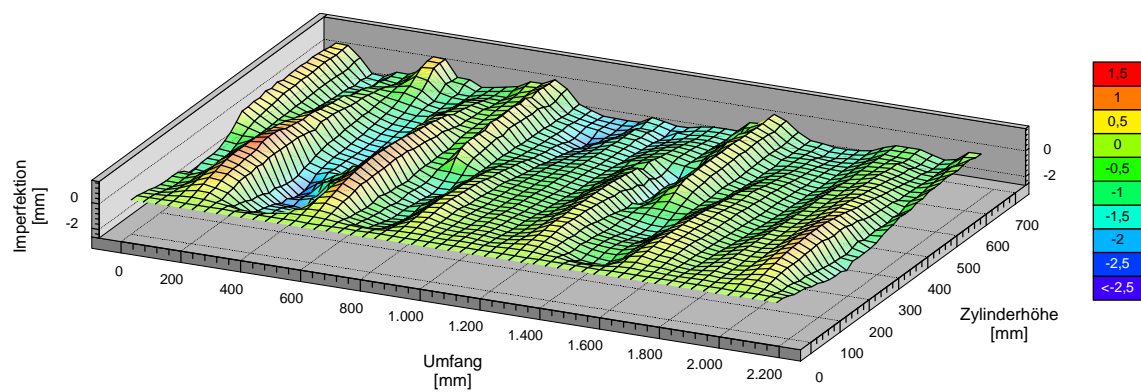


**Bild A.7** Modellschale VS1LS1-40-1

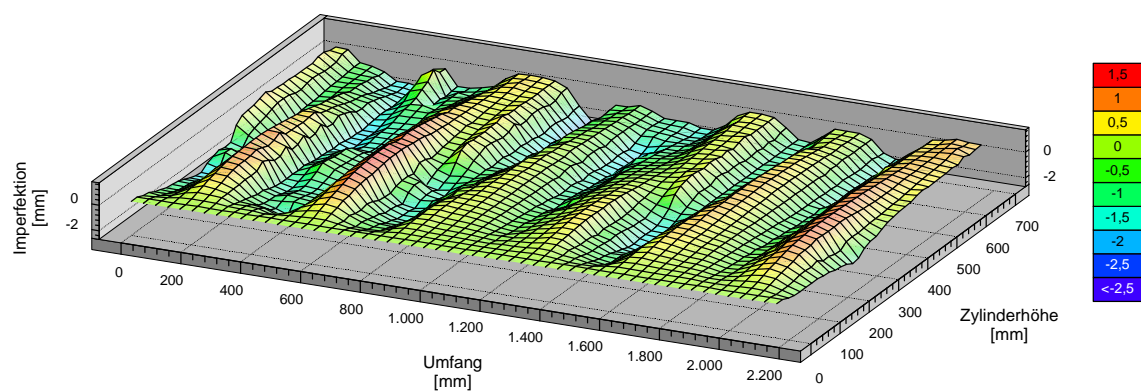


**Bild A.8** Modellschale VS1LS1-40-2



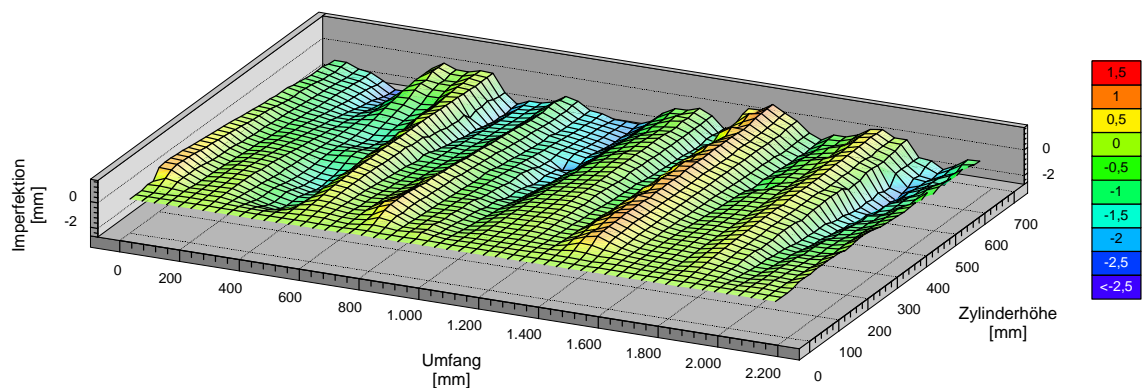


**Bild A.9** Modellschale VS1LS1-50-1

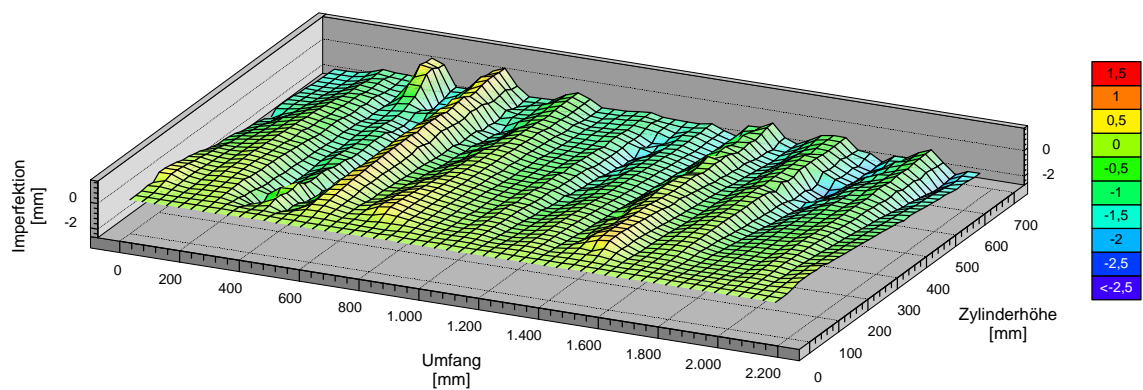


**Bild A.10** Modellschale VS1LS1-50-2

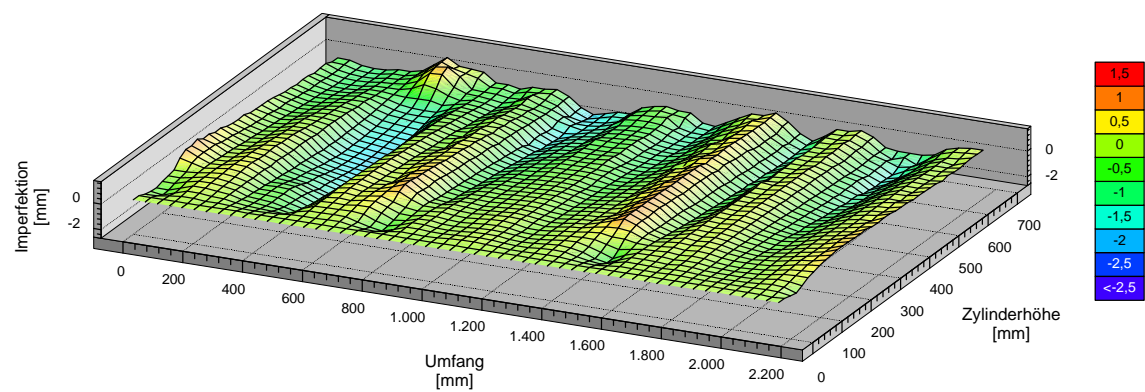




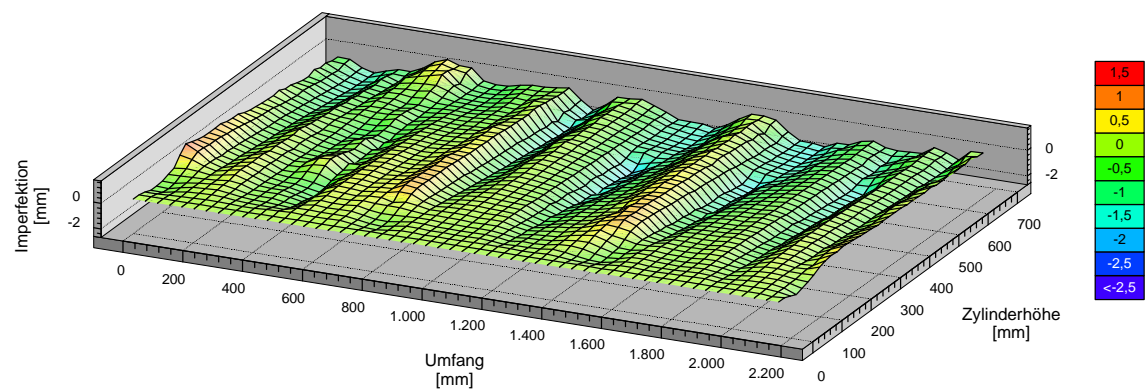
**Bild A.11** Modellschale VS1LS2-10-1



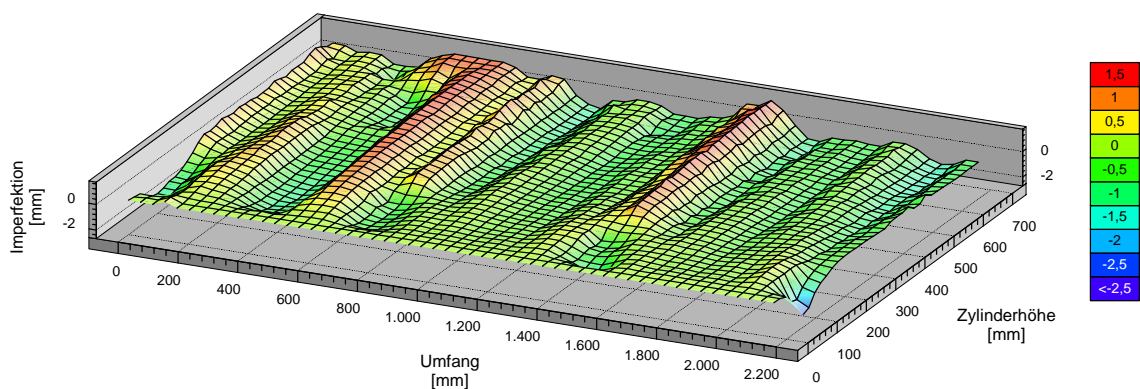
**Bild A.12** Modellschale VS1LS2-10-2



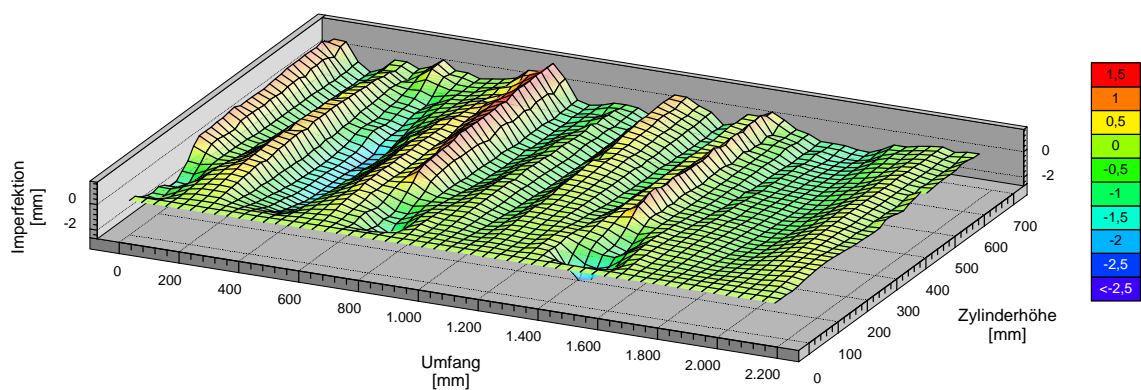
**Bild A.13** Modellsschale VSILS2-20-1



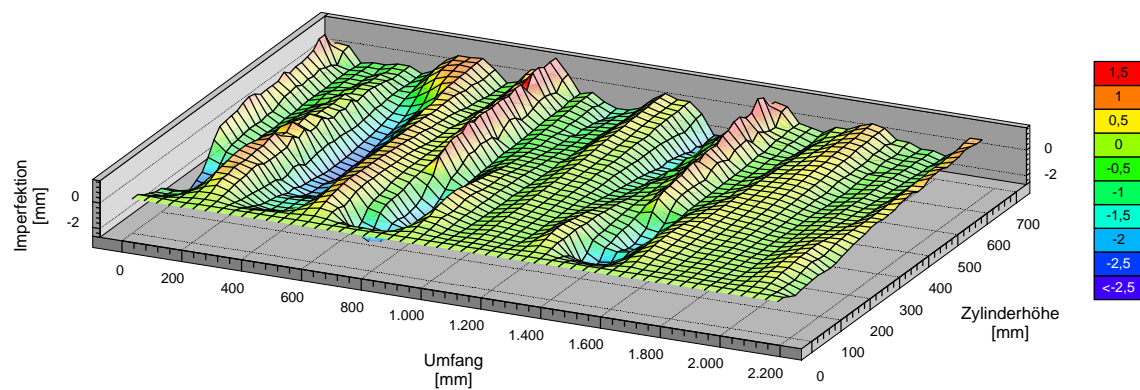
**Bild A.14** Modellsschale VSILS2-20-2



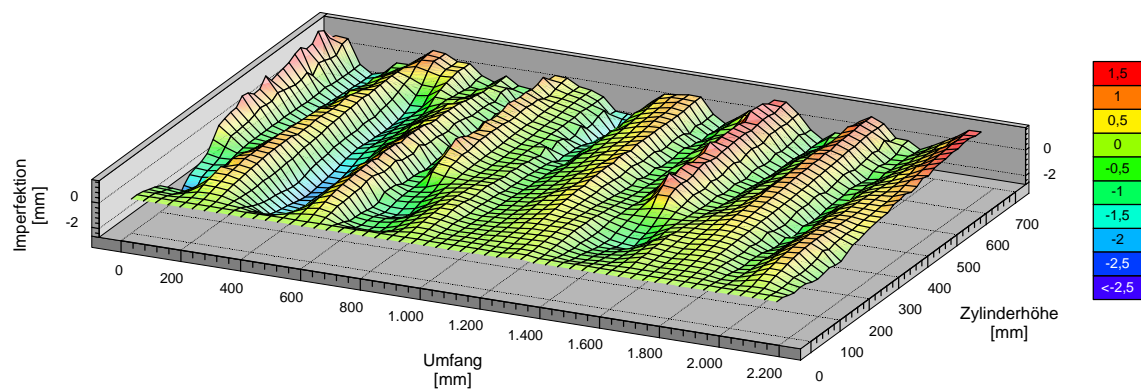
**Bild A.15** Modellschale VSILS2-30-1



**Bild A.16** Modellschale VSILS2-30-2

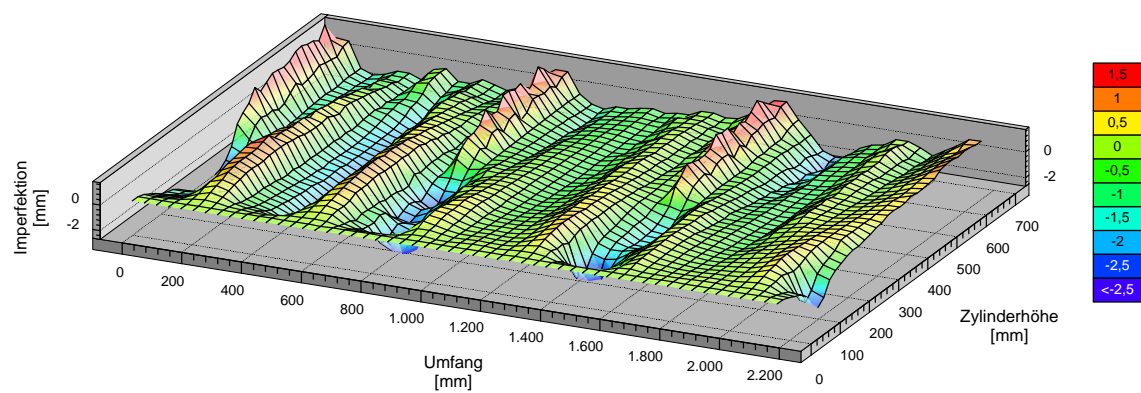


**Bild A.17** Modellschale VSILS2-40-1

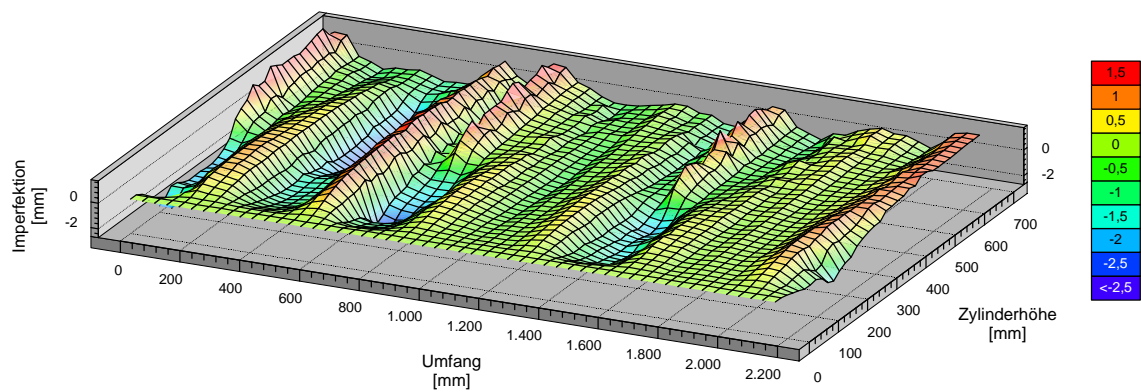


**Bild A.18** Modellschale VSILS2-40-2





**Bild A.19** Modellschale VS1LS2-50-1

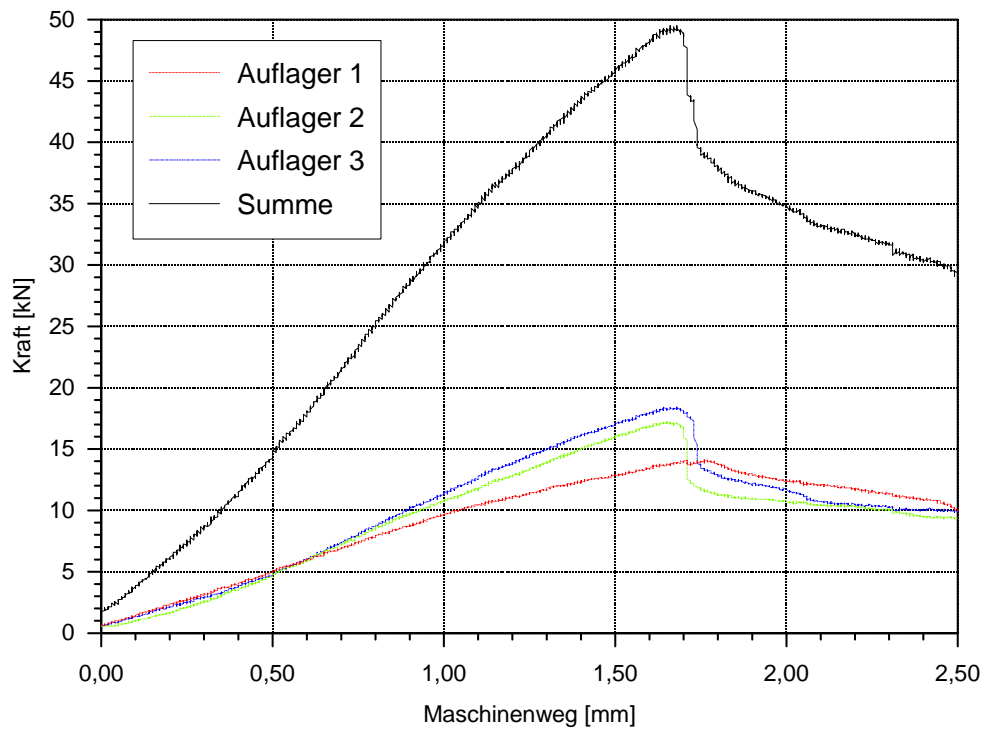
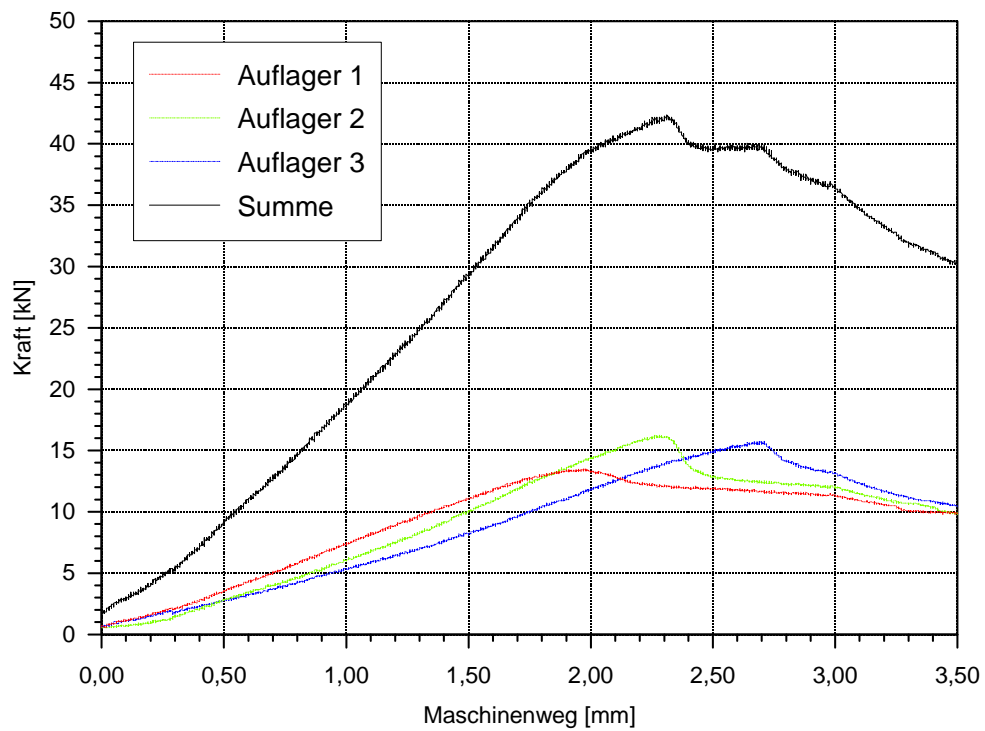


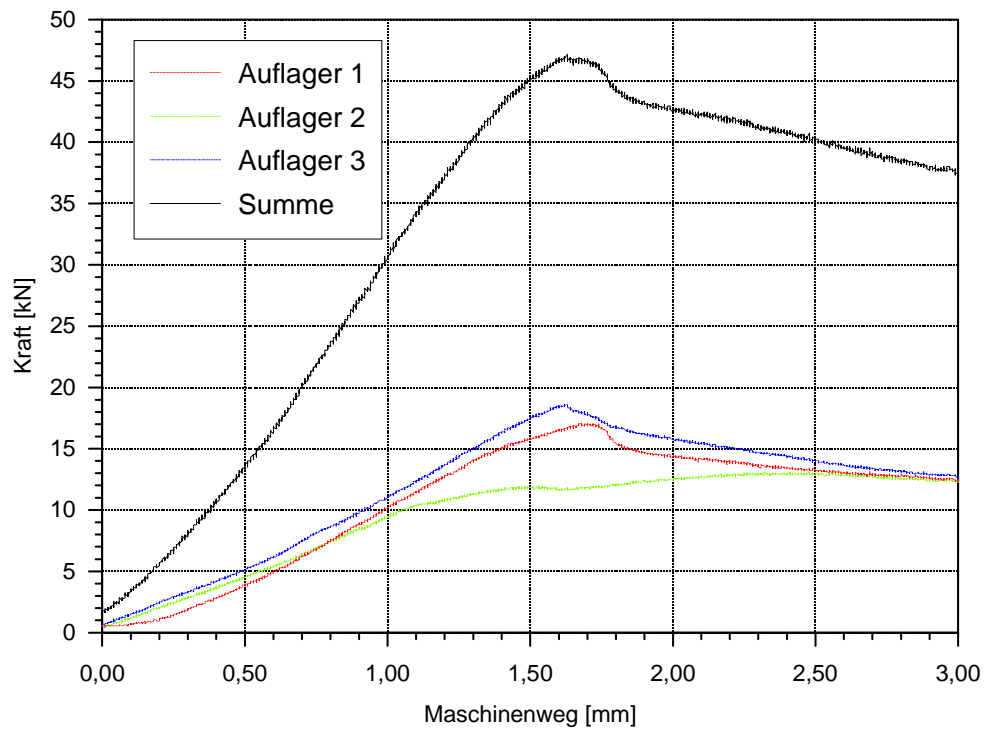
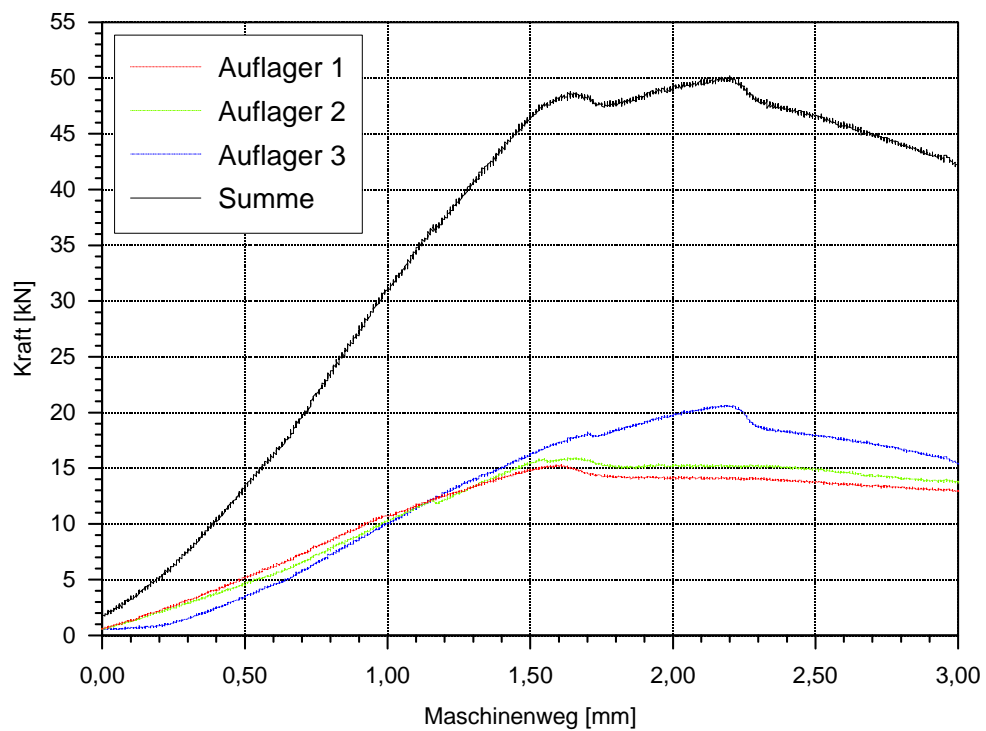
**Bild A.20** Modellschale VS1LS2-50-2

## **Anhang B**

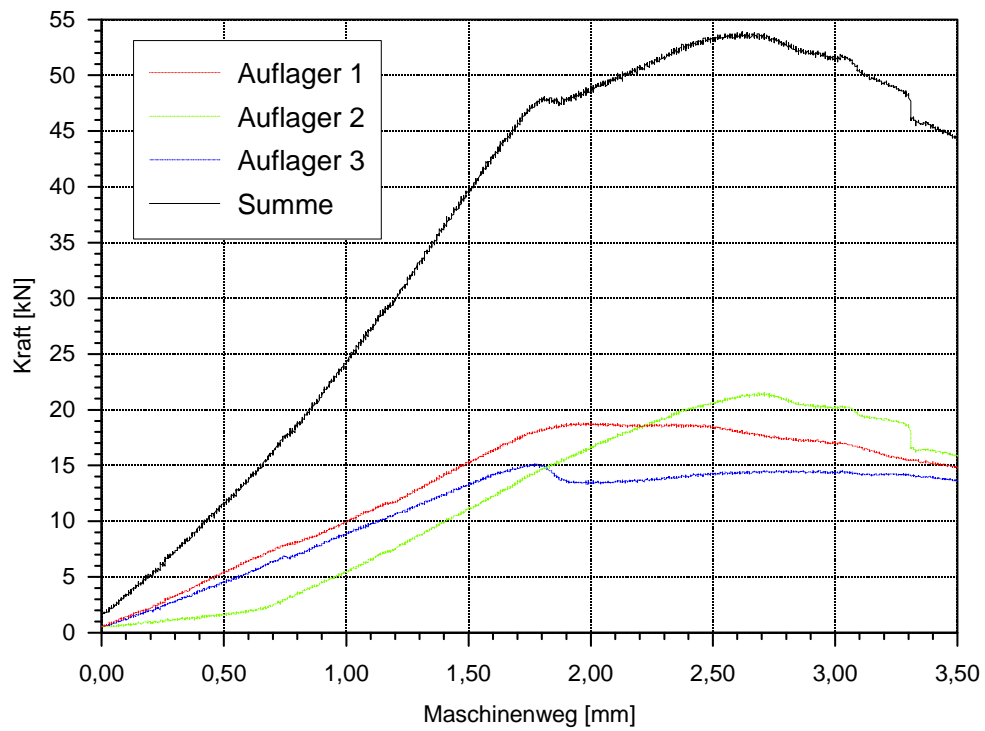
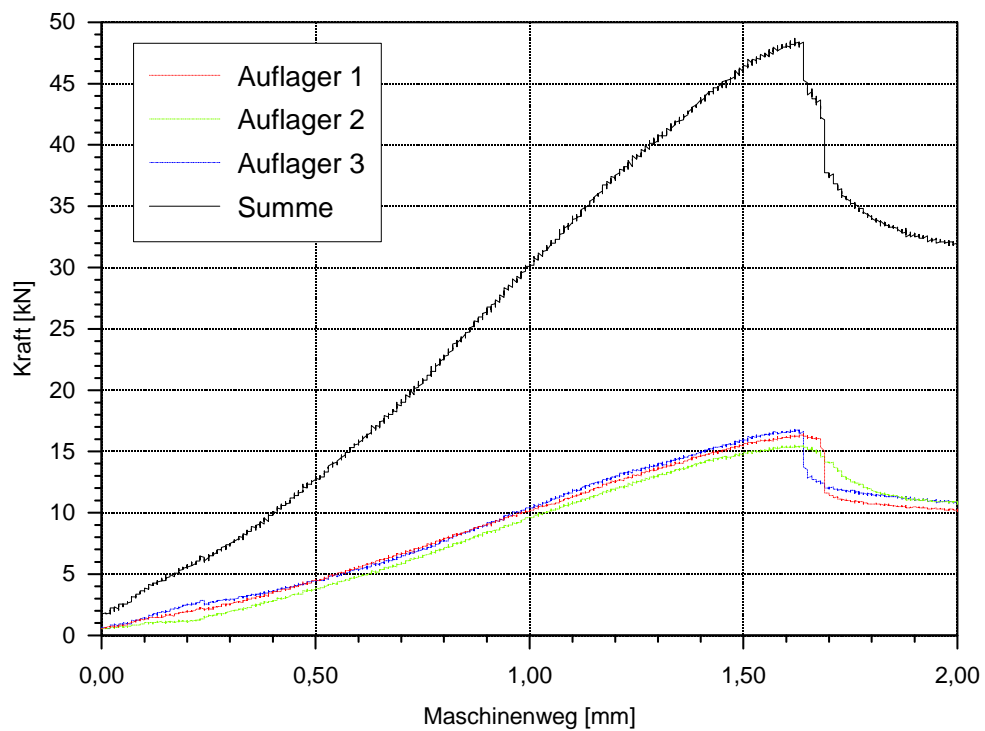
### **Kraft-Maschinenweg-Diagramme der Versuchsserie 1**

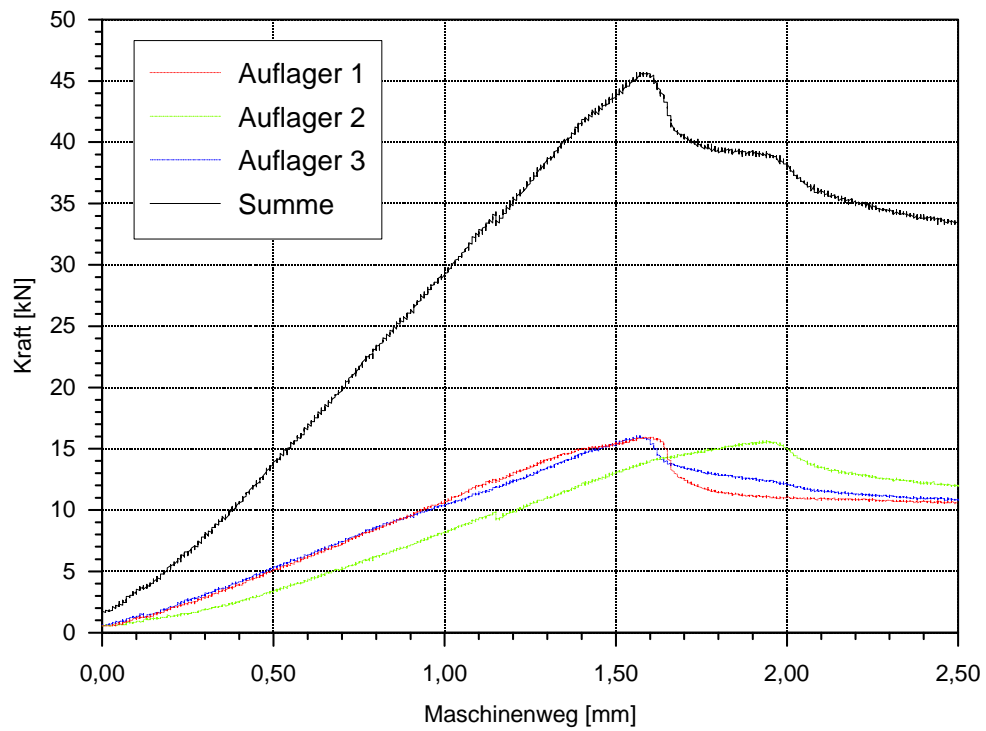
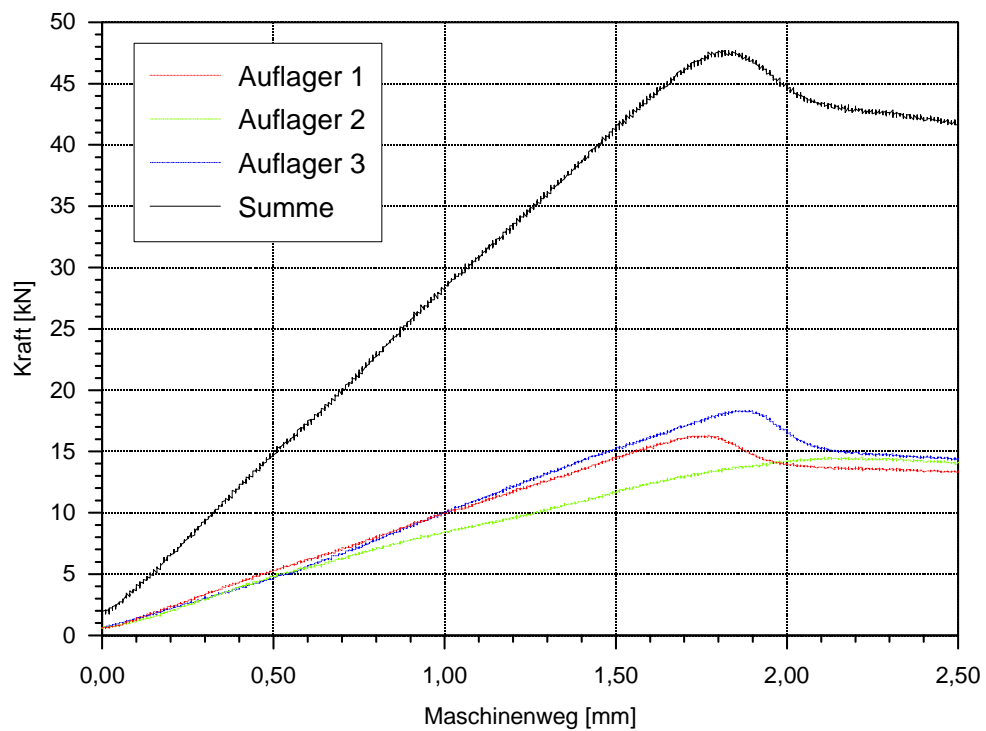
1. Kraft-Maschinenweg-Diagramme der Versuchsserie 1, Versuchsdurchgang 2

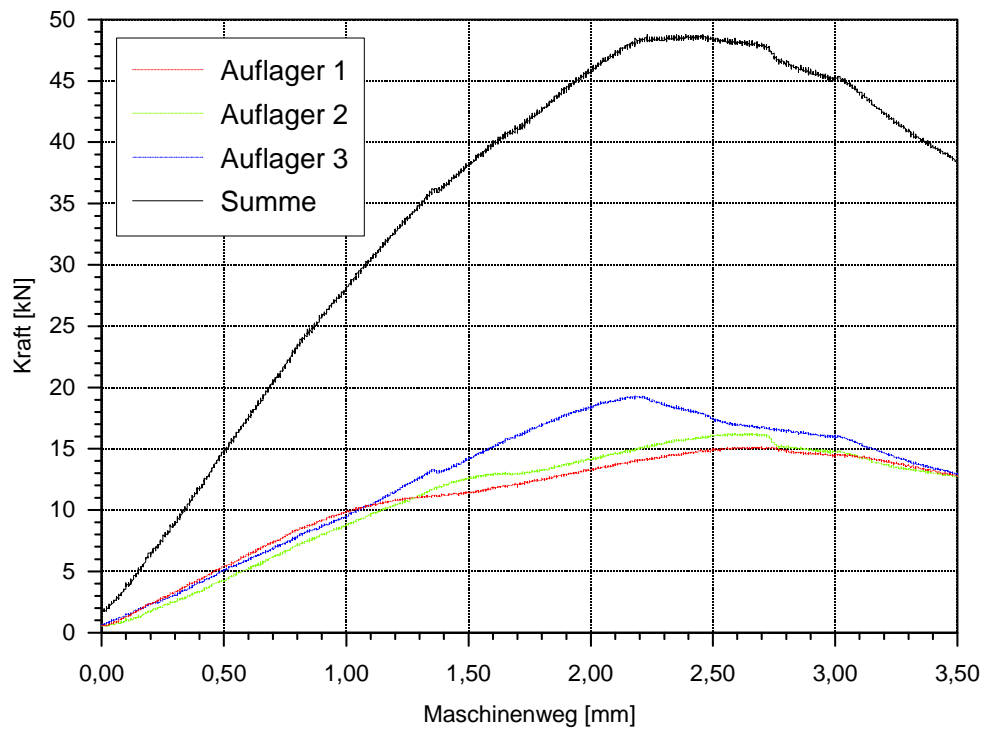
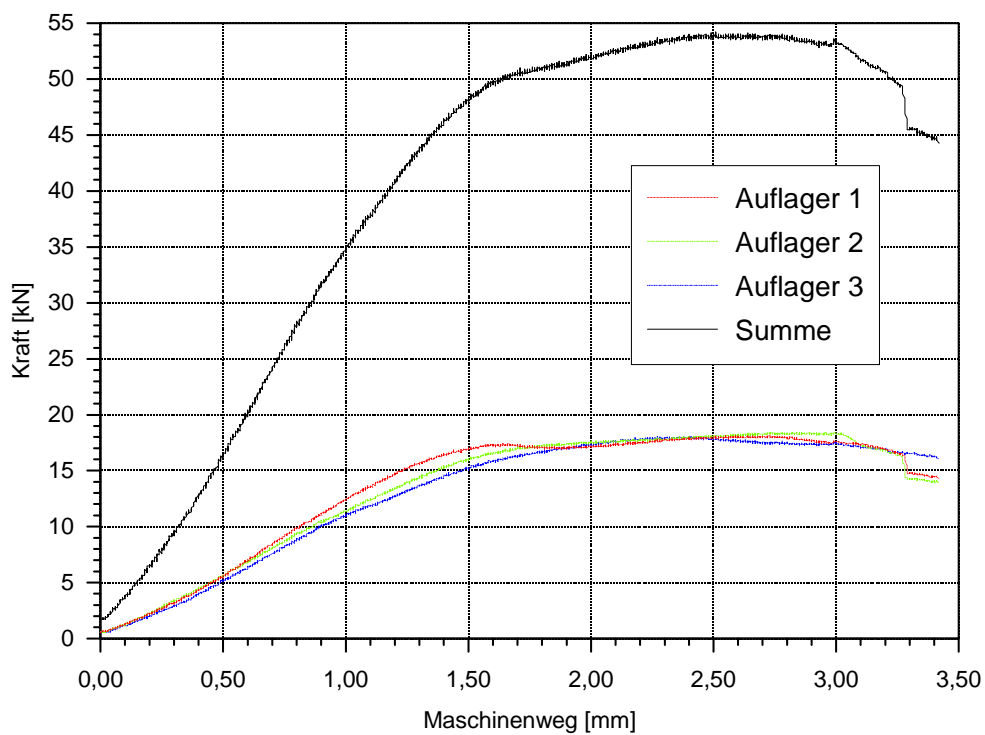
- Versuch VS1LS1-10-2**Bild B.1** Kraft-Maschinenweg-Diagramm- Versuch VS1LS1-20-2**Bild B.2** Kraft-Maschinenweg-Diagramm

- Versuch VS1LS1-30-2**Bild B.3** Kraft-Maschinenweg-Diagramm- Versuch VS1LS1-40-2**Bild B.4** Kraft-Maschinenweg-Diagramm



- Versuch VS1LS1-50-2**Bild B.5** Kraft-Maschinenweg-Diagramm- Versuch VS1LS2-10-2**Bild B.6** Kraft-Maschinenweg-Diagramm

- Versuch VS1LS2-20-2**Bild B.7** Kraft-Maschinenweg-Diagramm- Versuch VS1LS2-30-2**Bild B.8** Kraft-Maschinenweg-Diagramm

- Versuch VS1LS2-40-2**Bild B.9** Kraft-Maschinenweg-Diagramm- Versuch VS1LS2-50-2**Bild B.10** Kraft-Maschinenweg-Diagramm

# Anhang C

## Imperfektionen

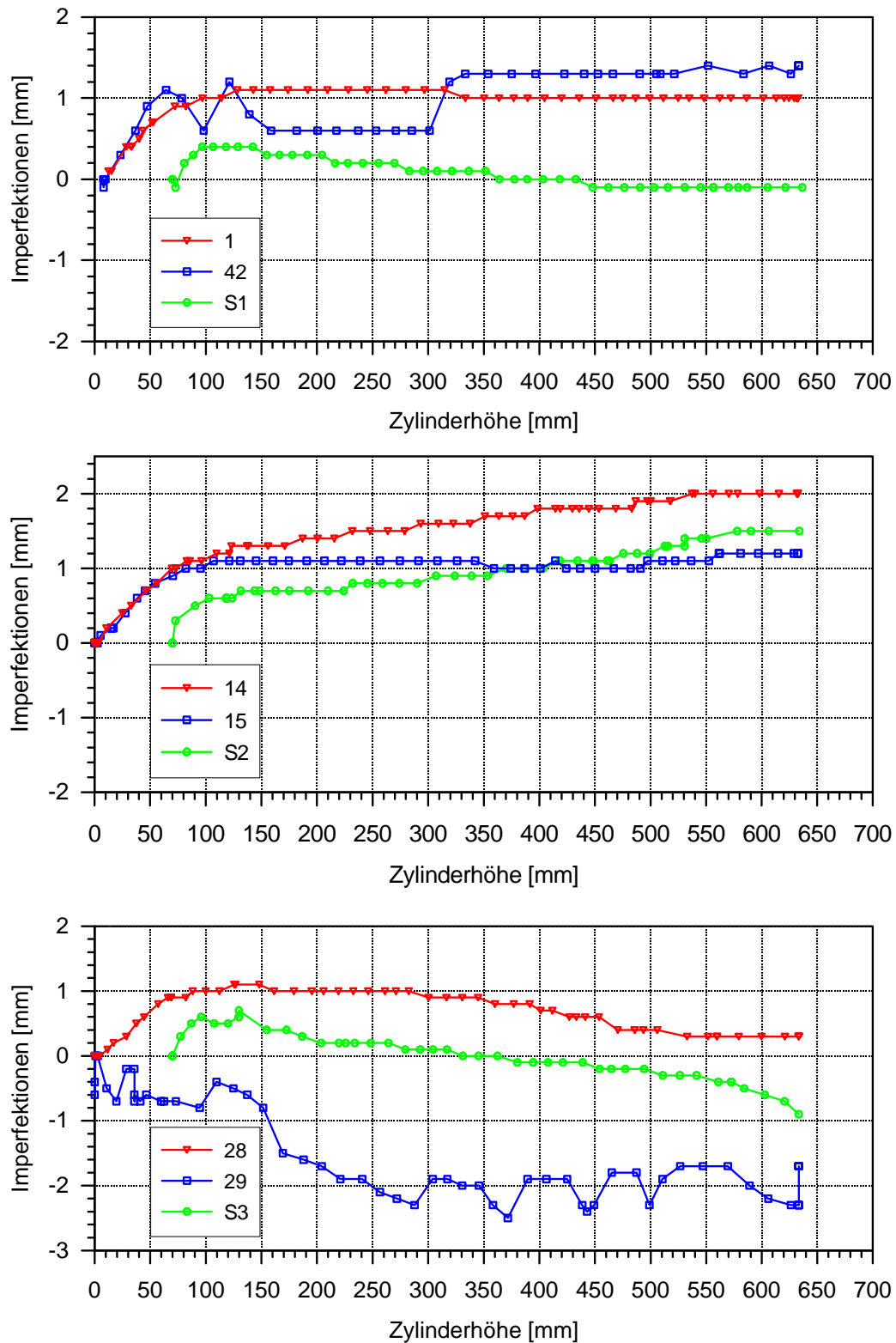
Gemessene Imperfektionen über den Stützstellen der Modellschalen der Versuchsserie 1

Zuordnung der Messstellen zu den Auflagern:

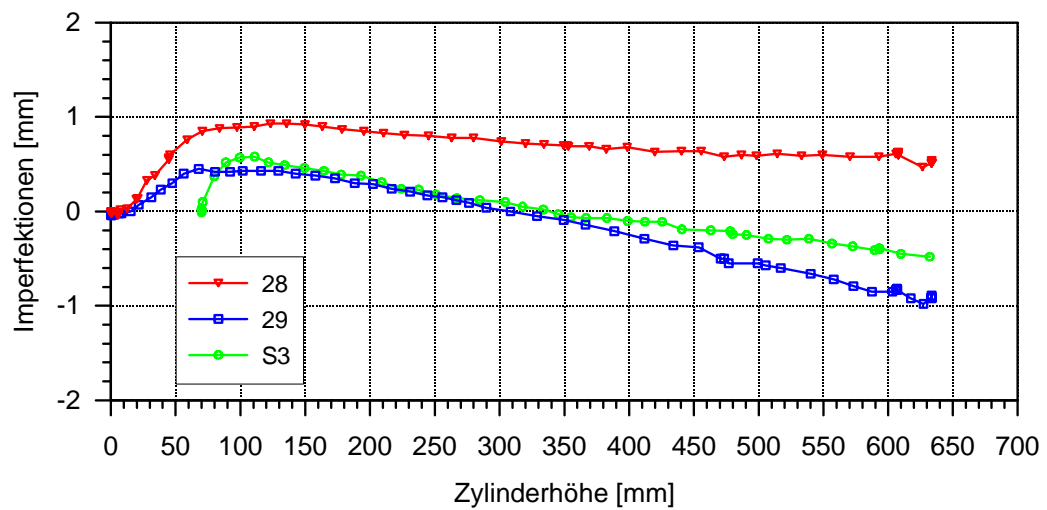
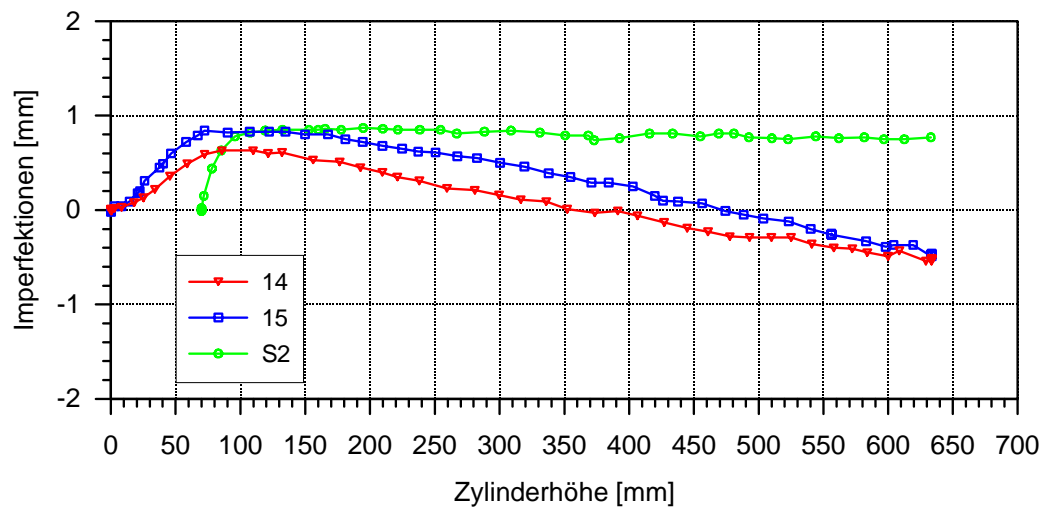
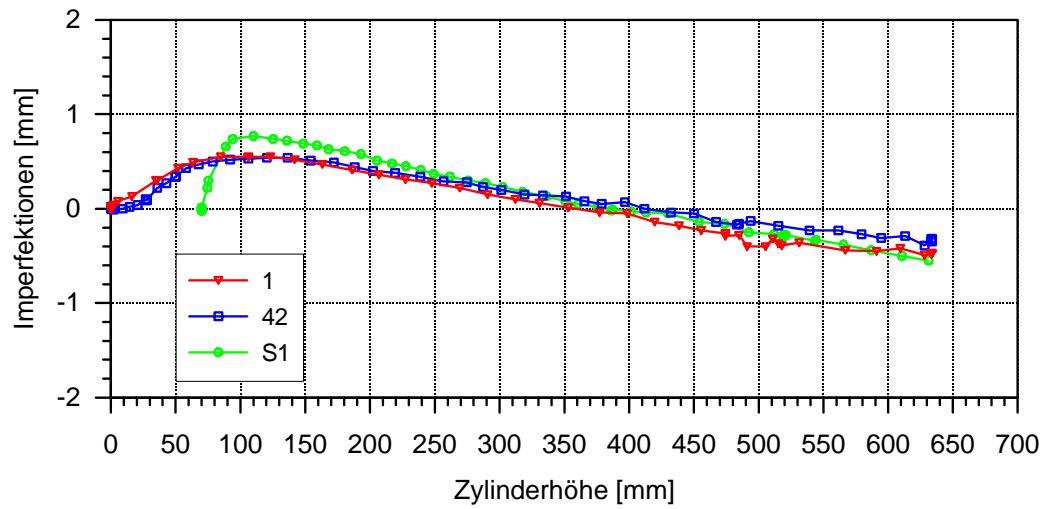
1	}	Auflager 1
42		
S1		

14	}	Auflager 2
15		
S2		

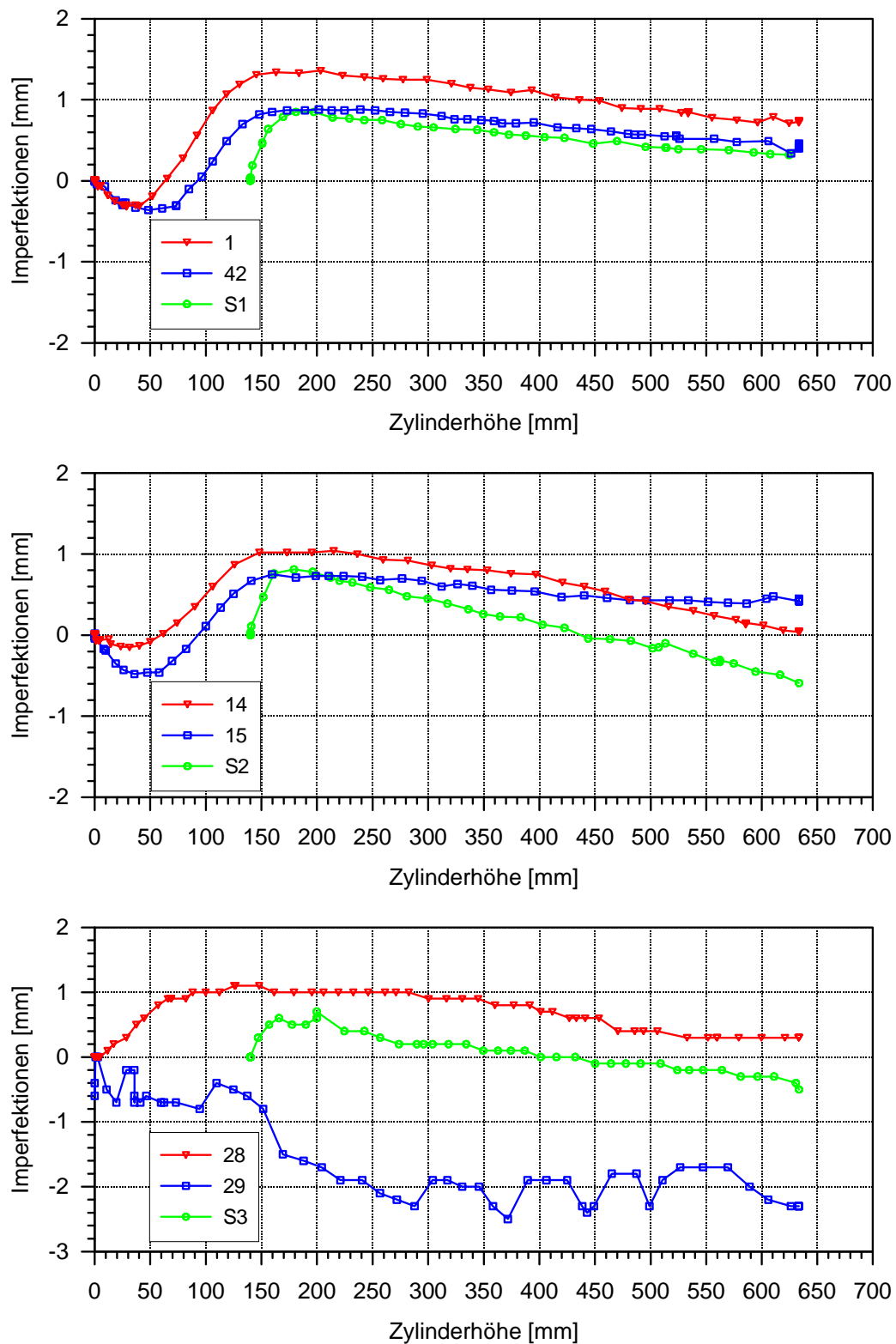
28	}	Auflager 3
29		
S3		



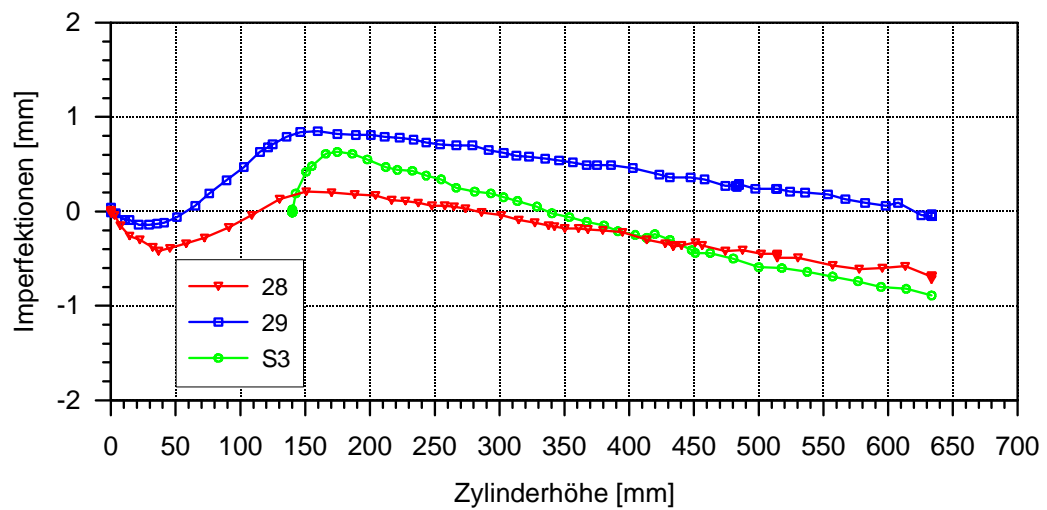
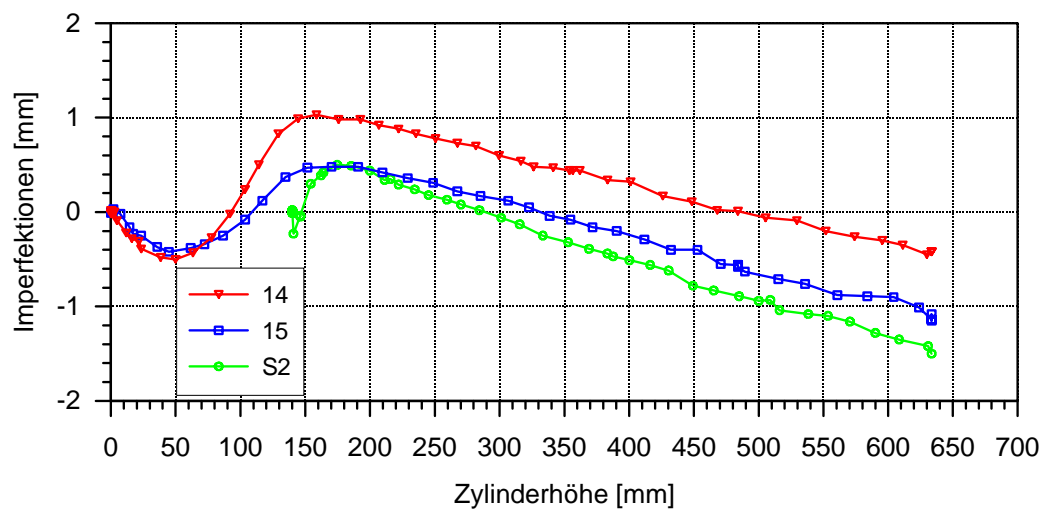
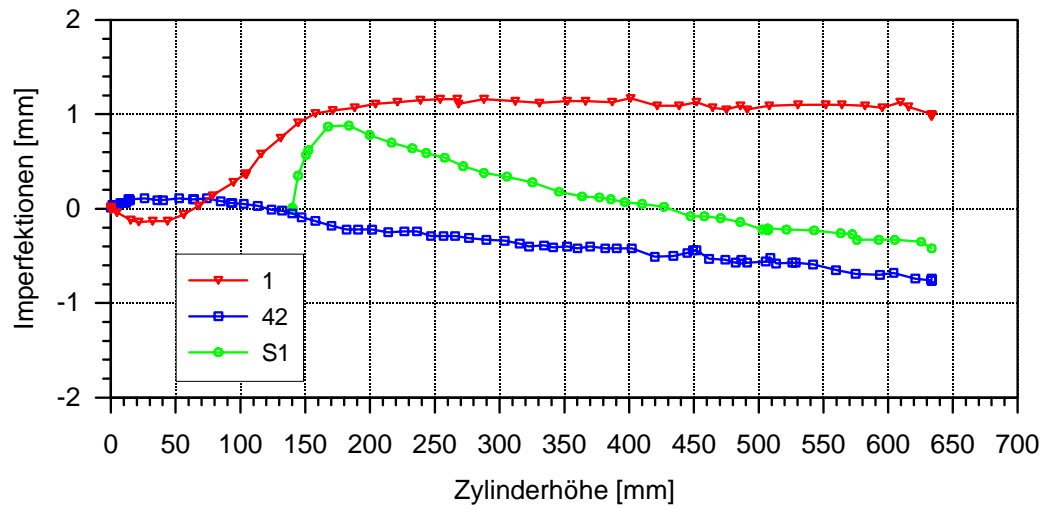
**Bild C.1** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-10-1



*Bild C.2 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-10-2*

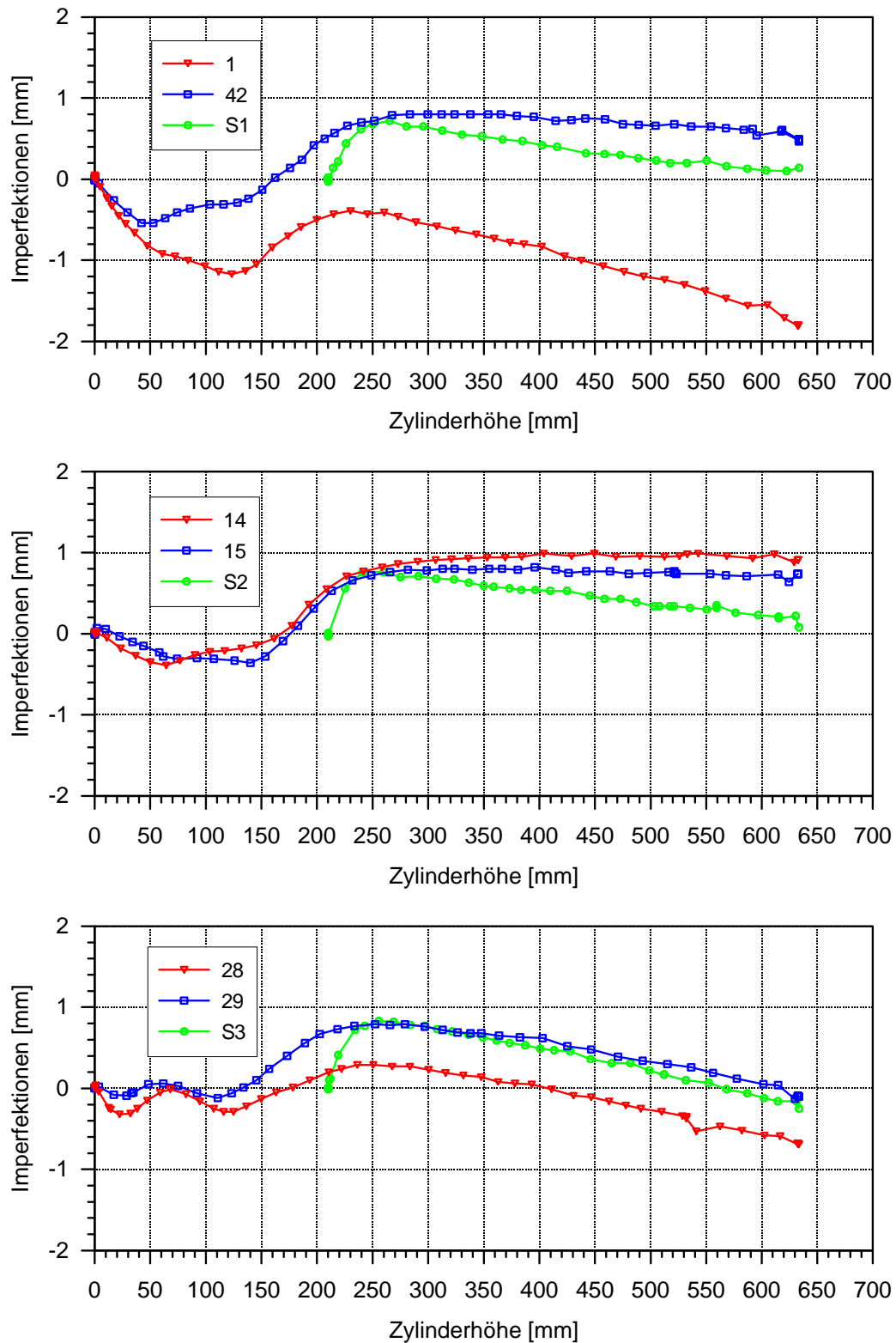


**Bild C.3** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-20-1

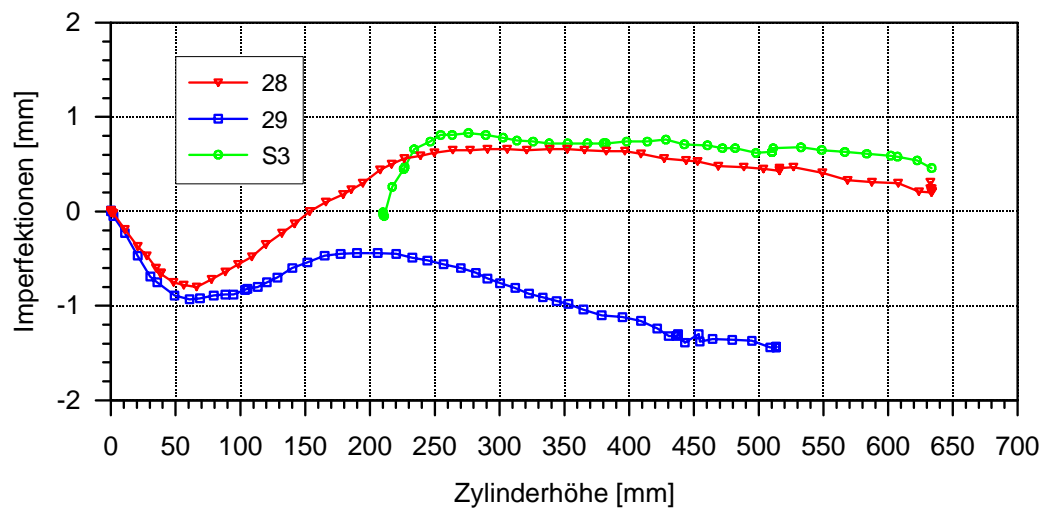
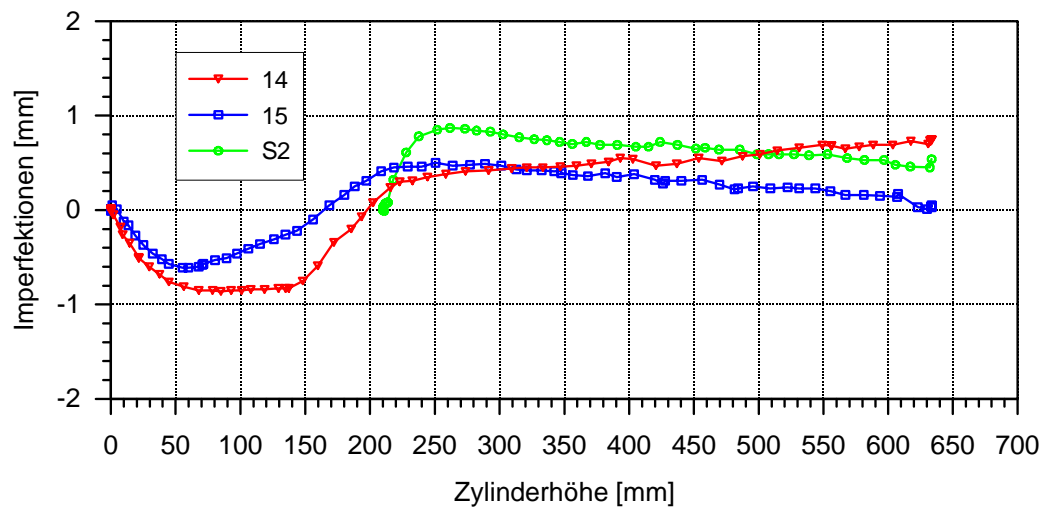
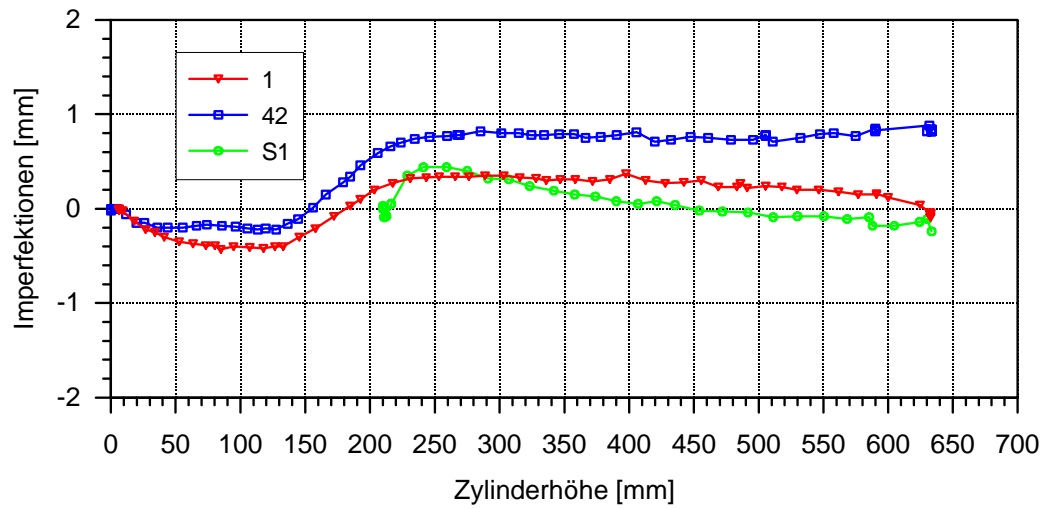


*Bild C.4 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-20-2*

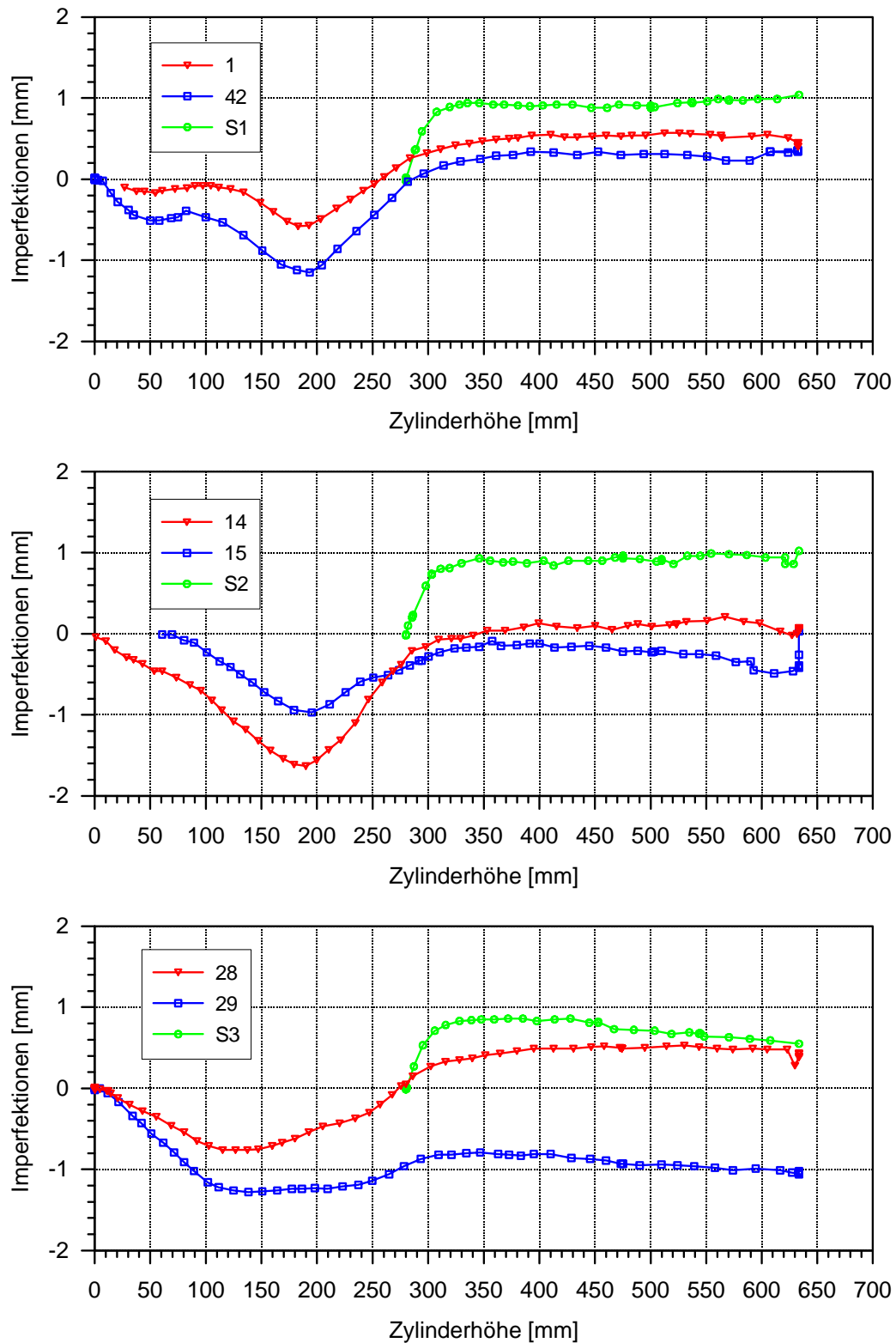




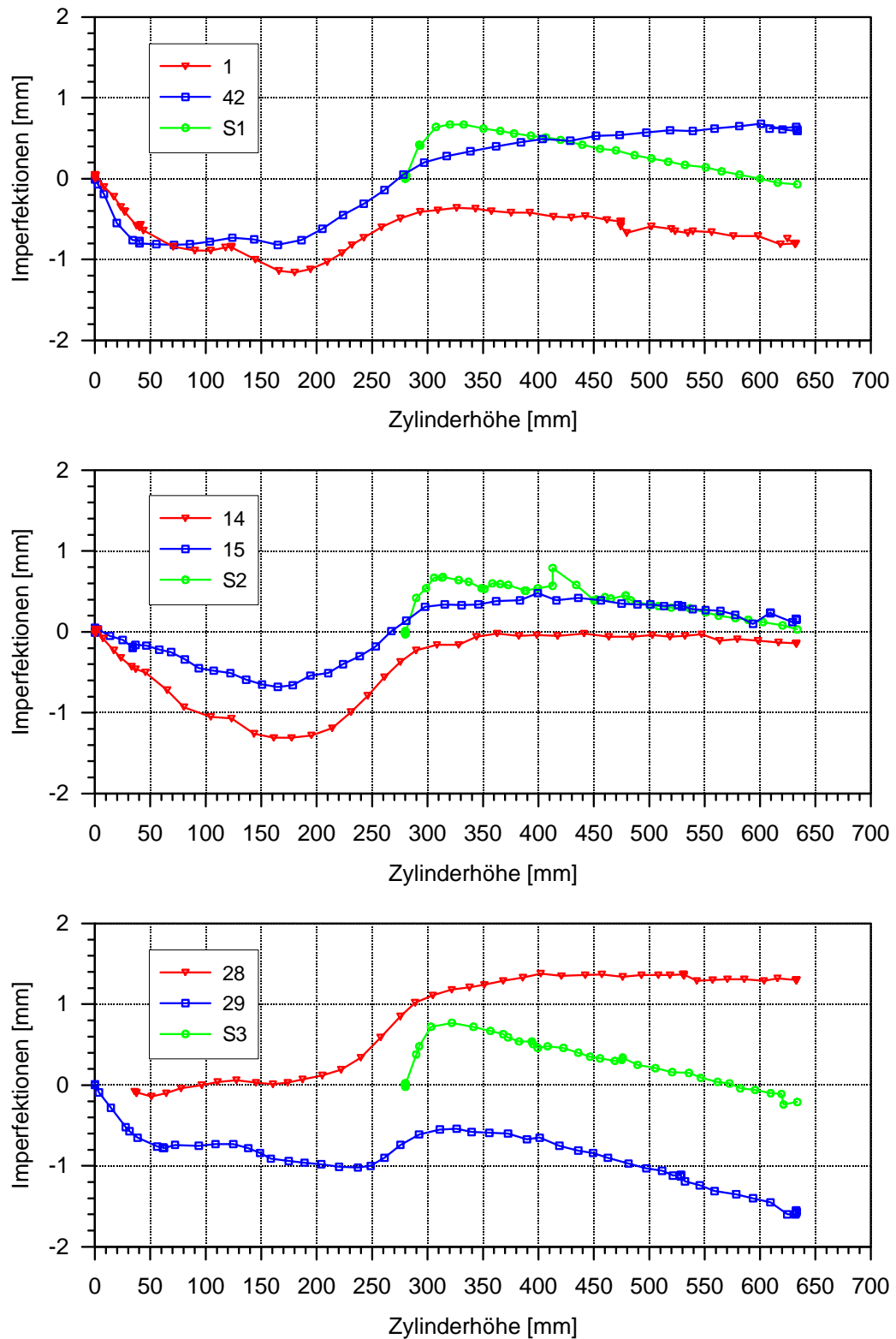
*Bild C.5 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-30-1*



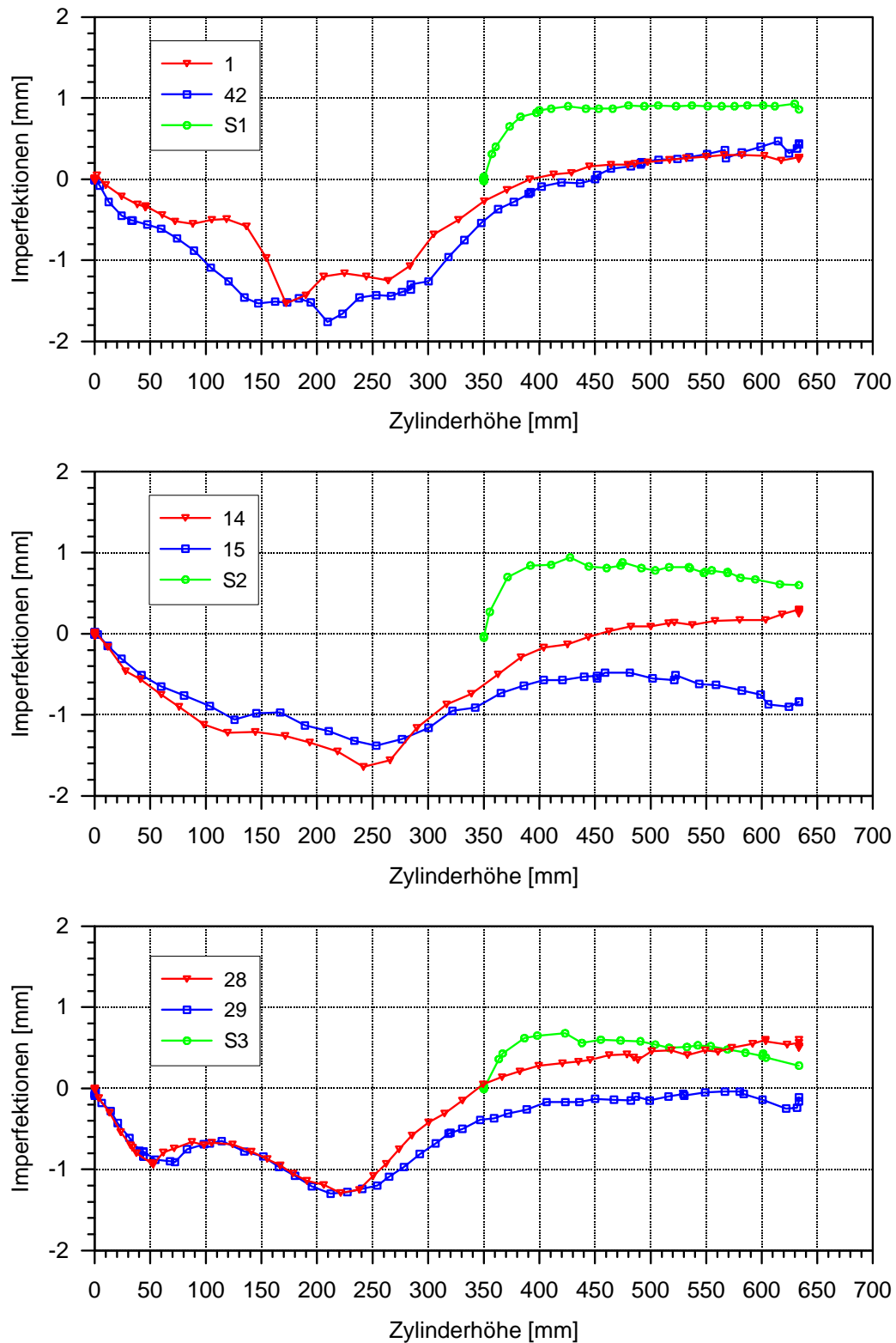
**Bild C.6** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-30-2



*Bild C.7 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-40-1*



**Bild C.8** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-40-2



*Bild C.9 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-50-1*

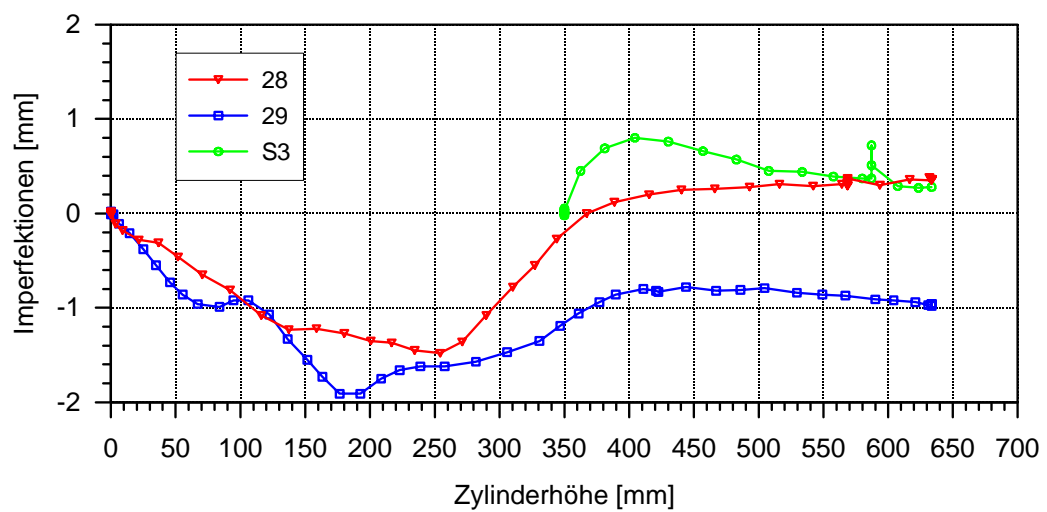
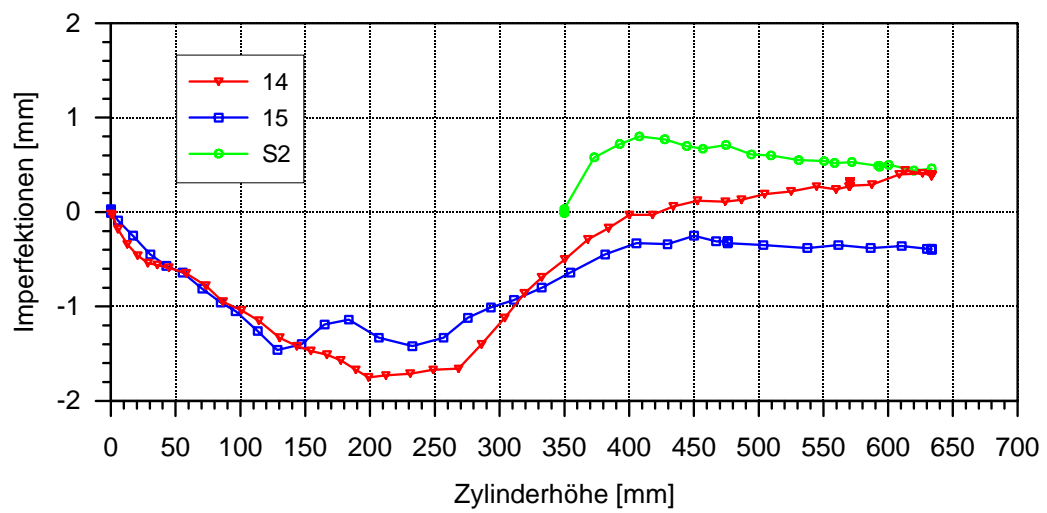
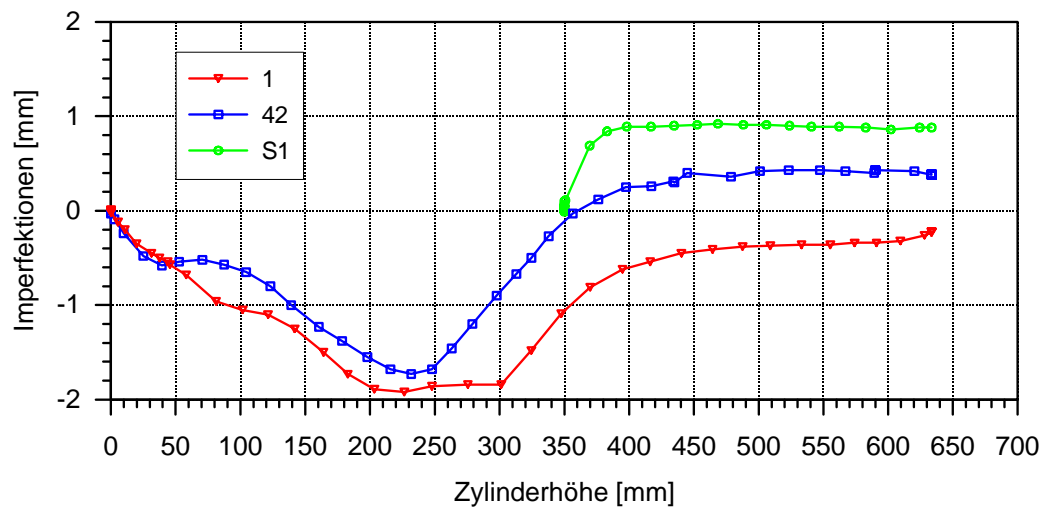
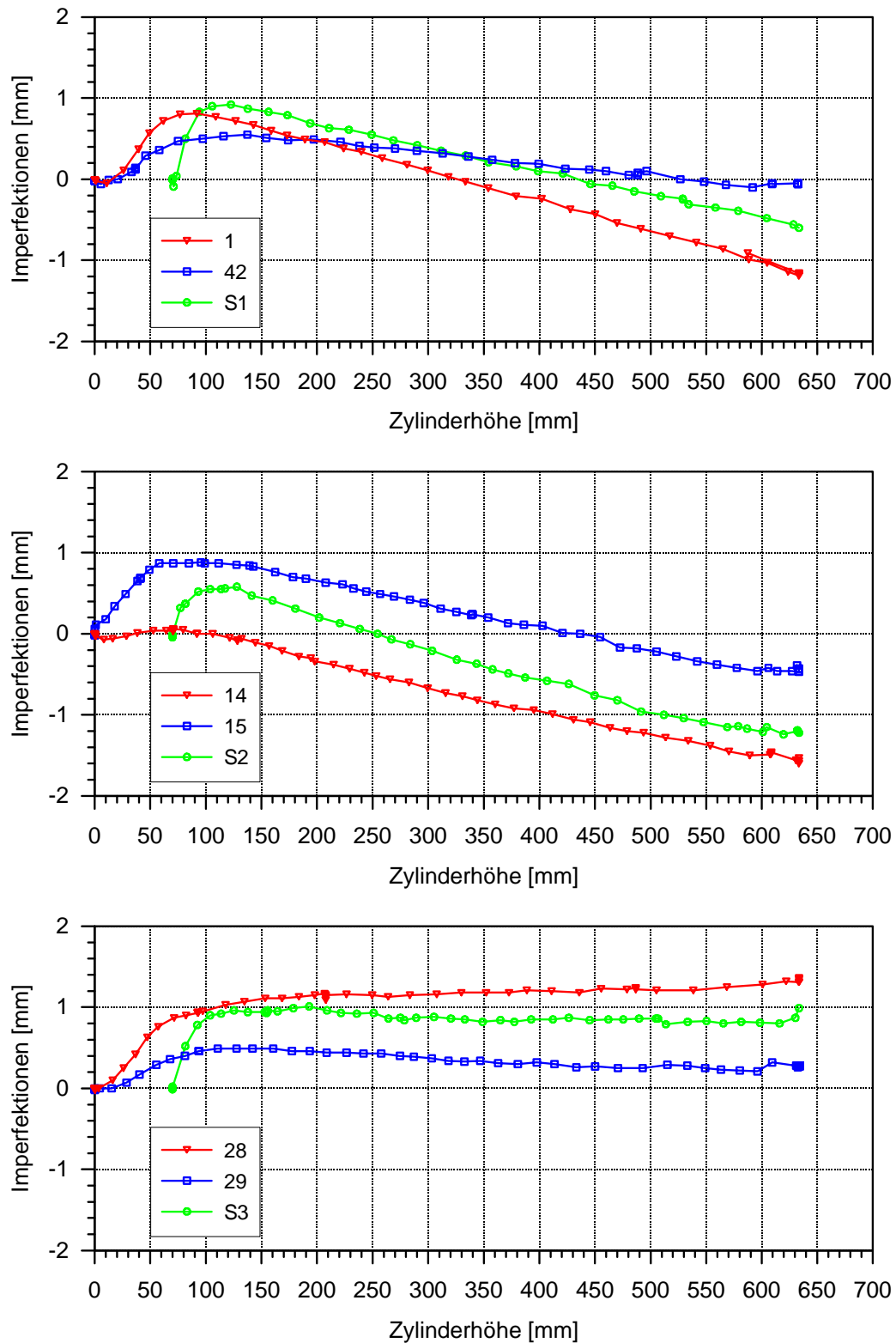
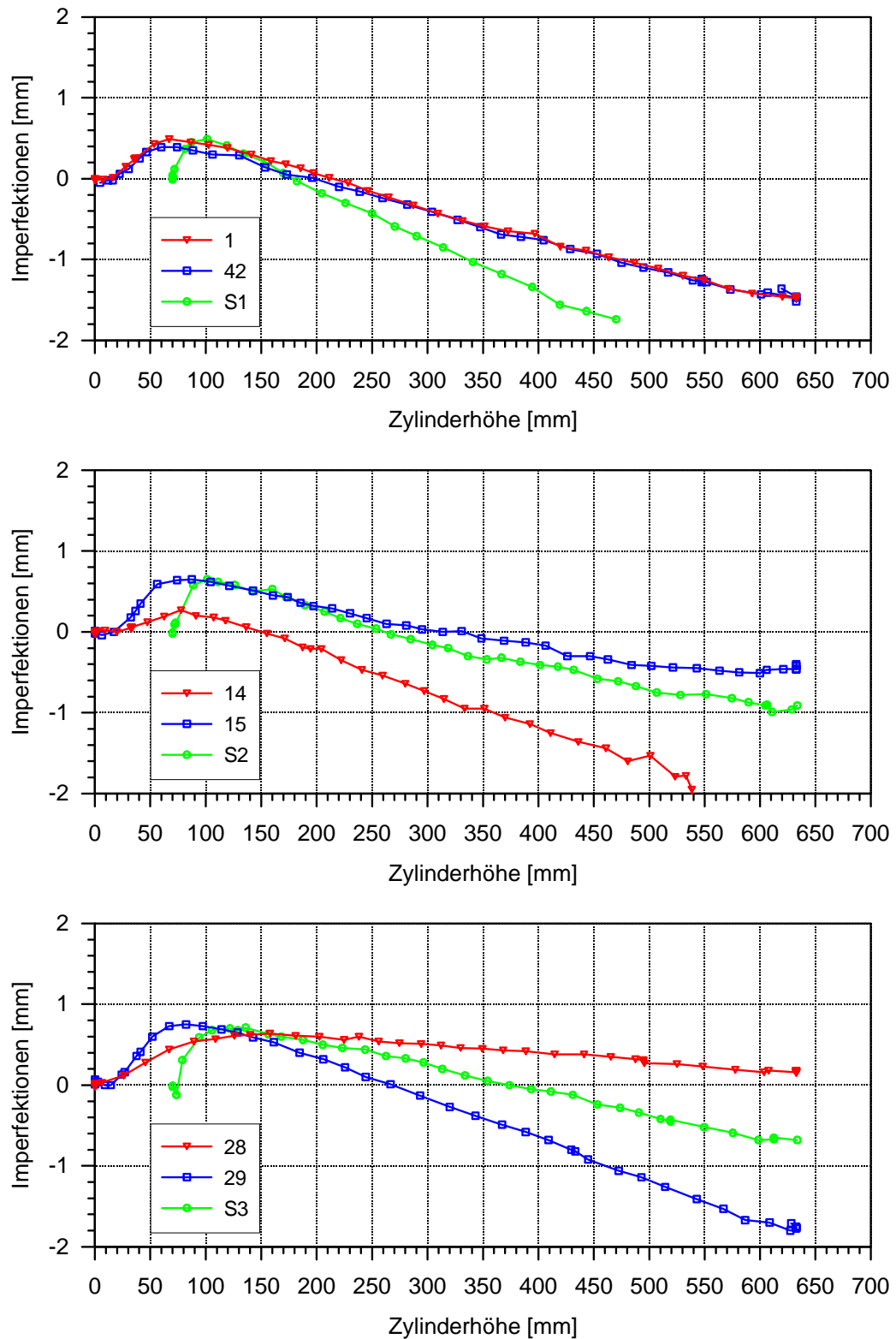


Bild C.10 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS1-50-2

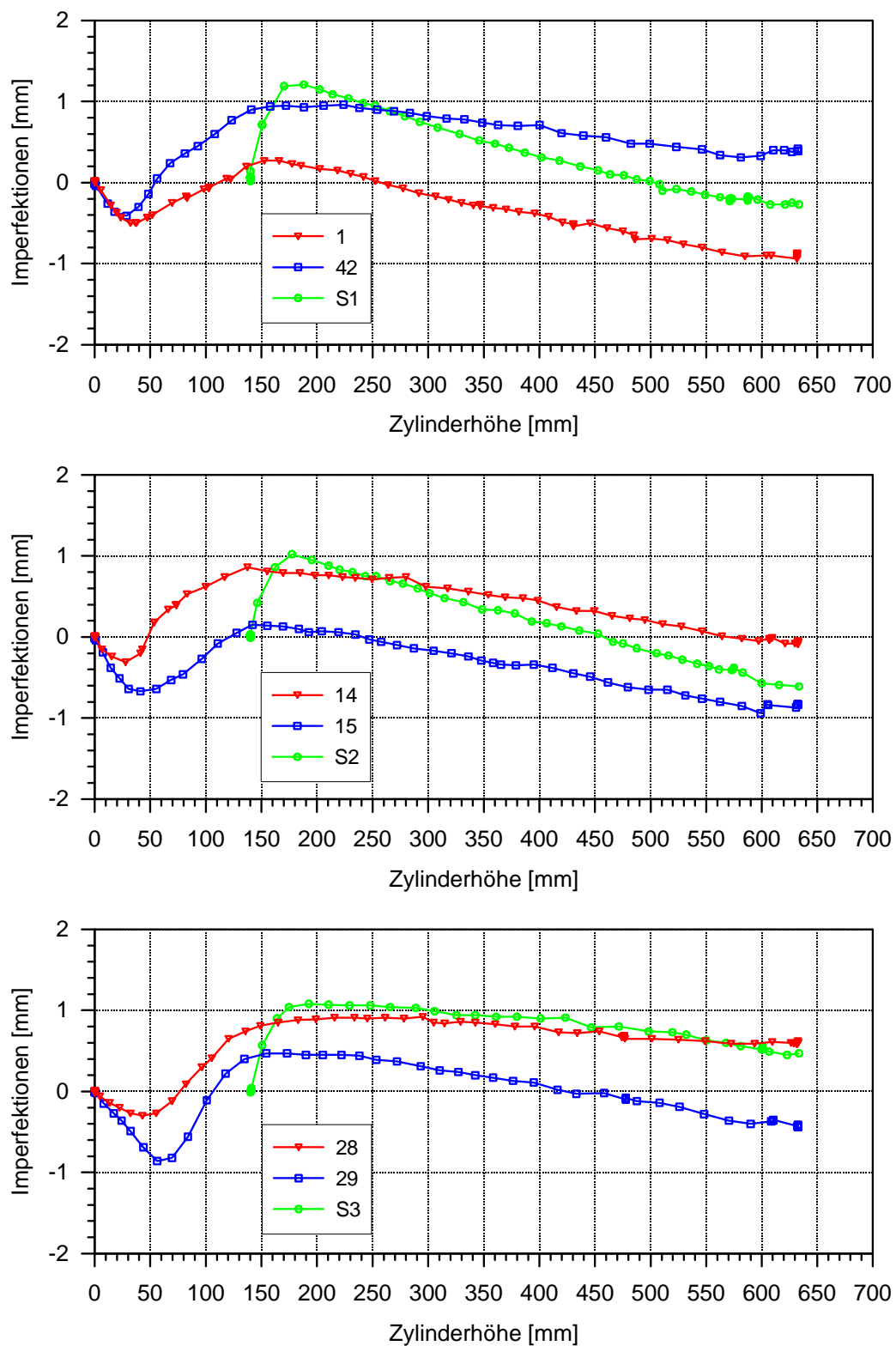


*Bild C.11 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-10-1*

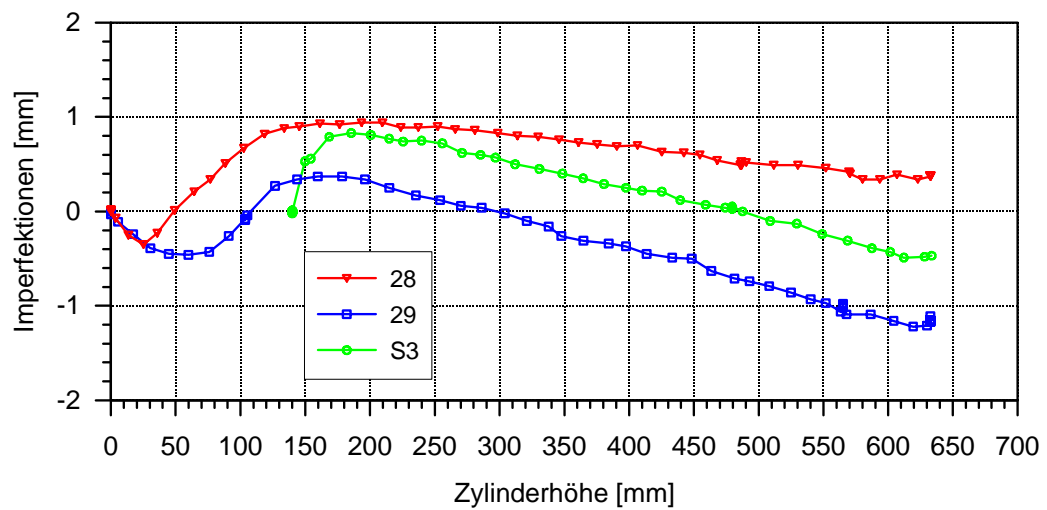
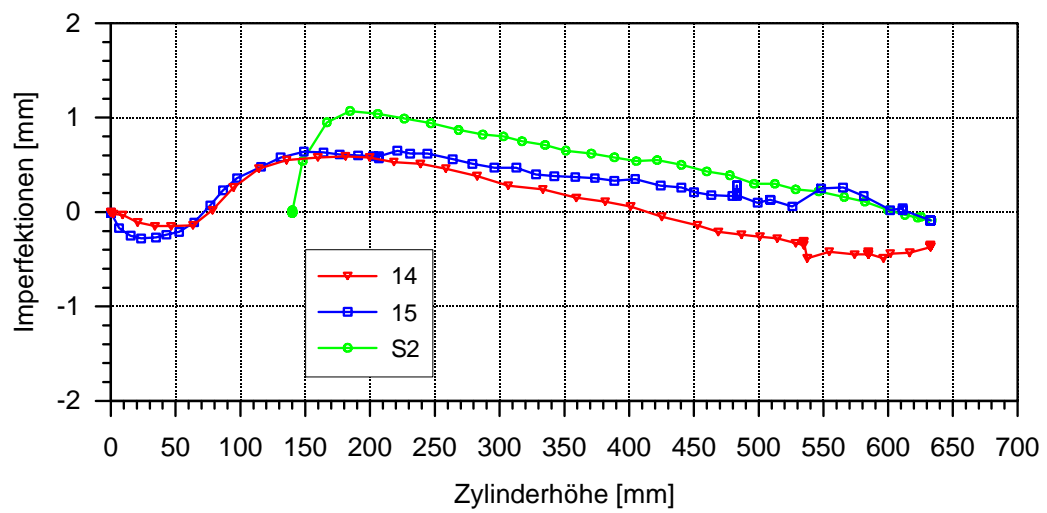
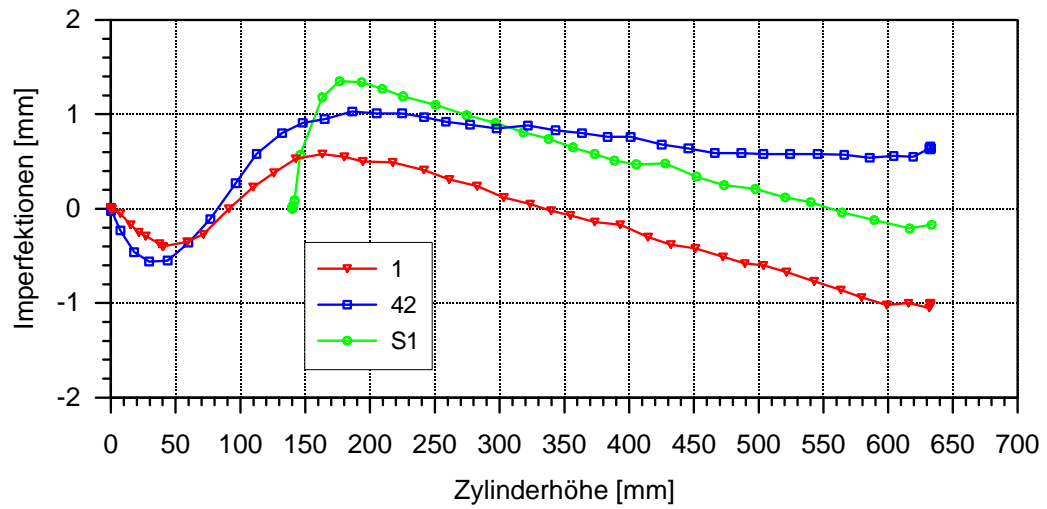


**Bild C.12** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-10-2

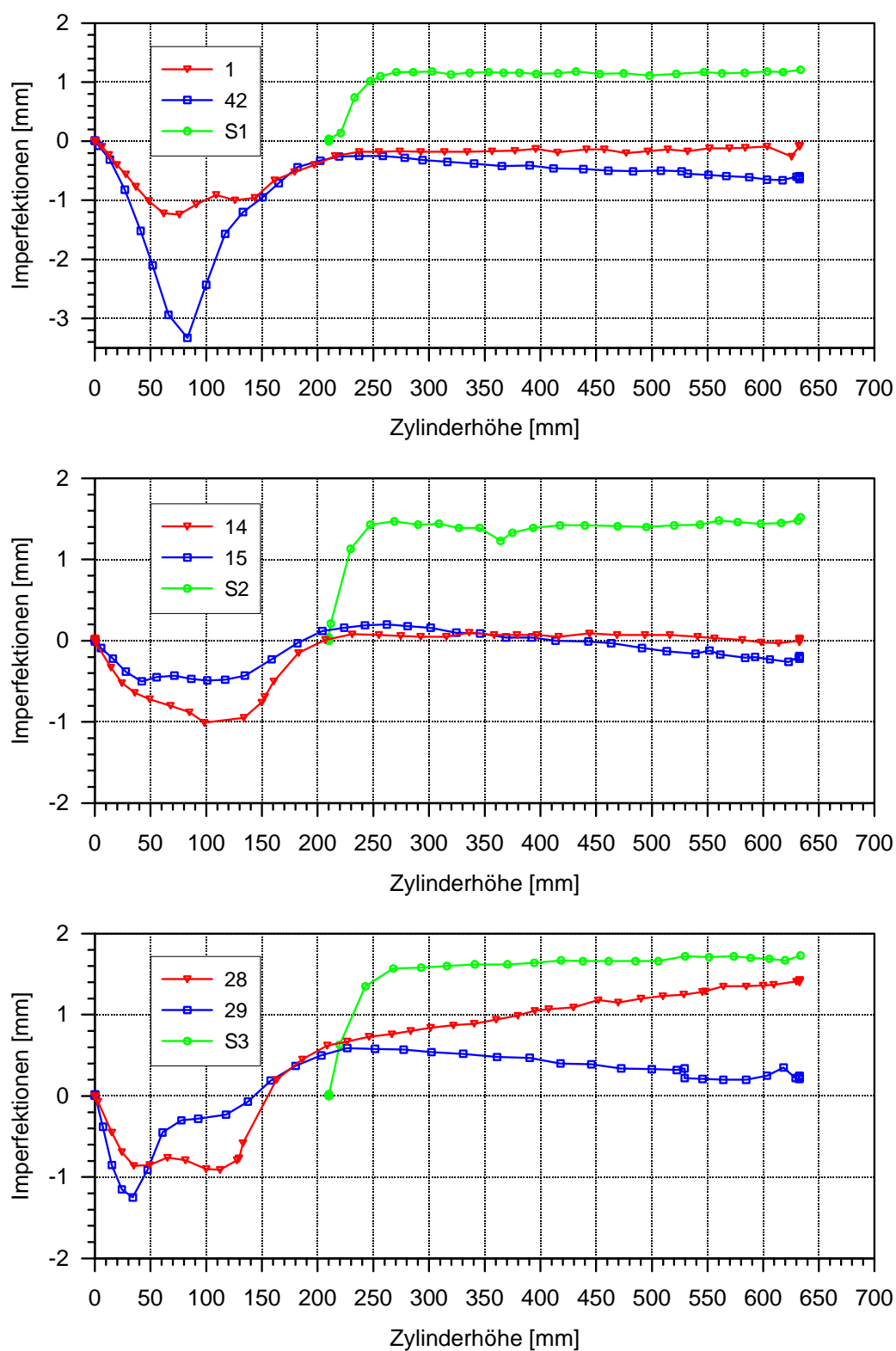




*Bild C.13 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-20-1*



**Bild C.14** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-20-2



*Bild C.15 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-30-1*

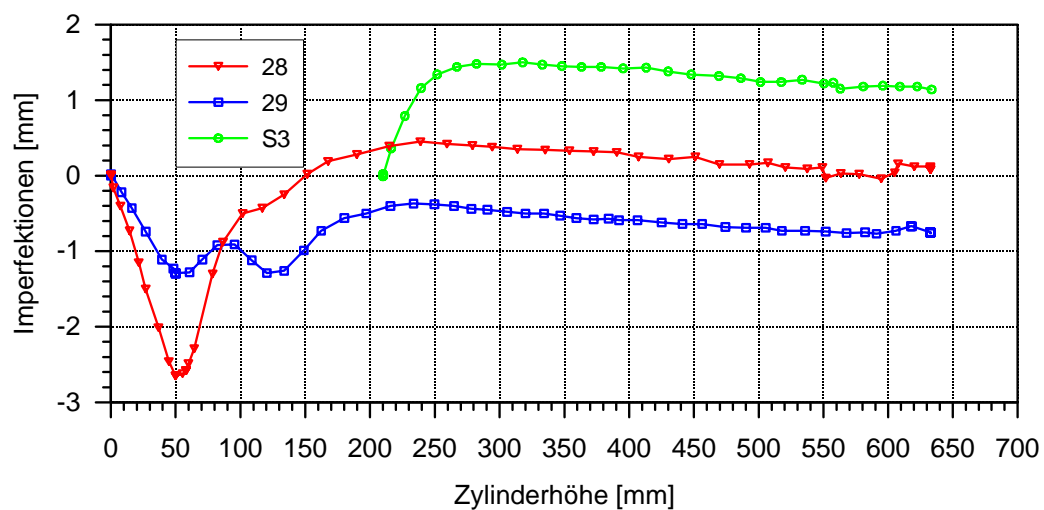
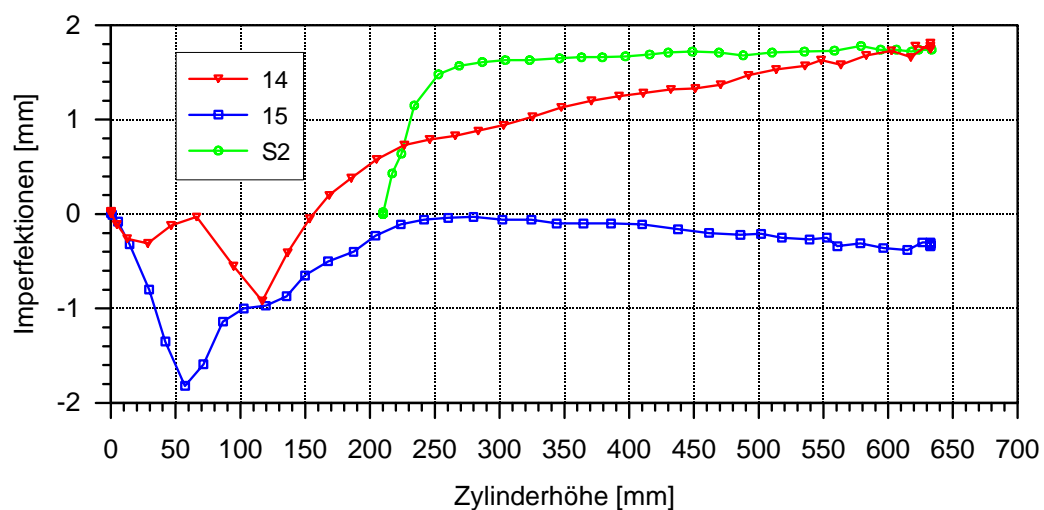
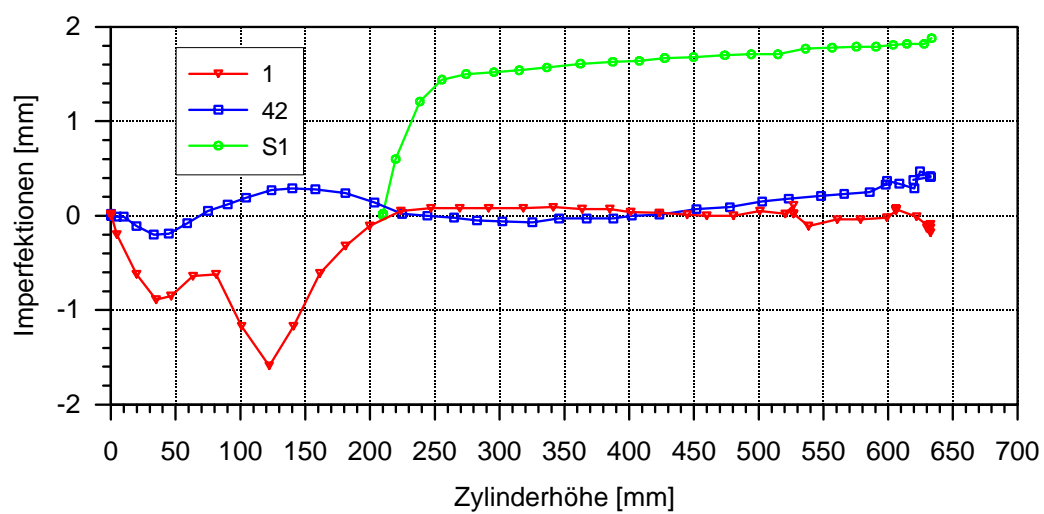
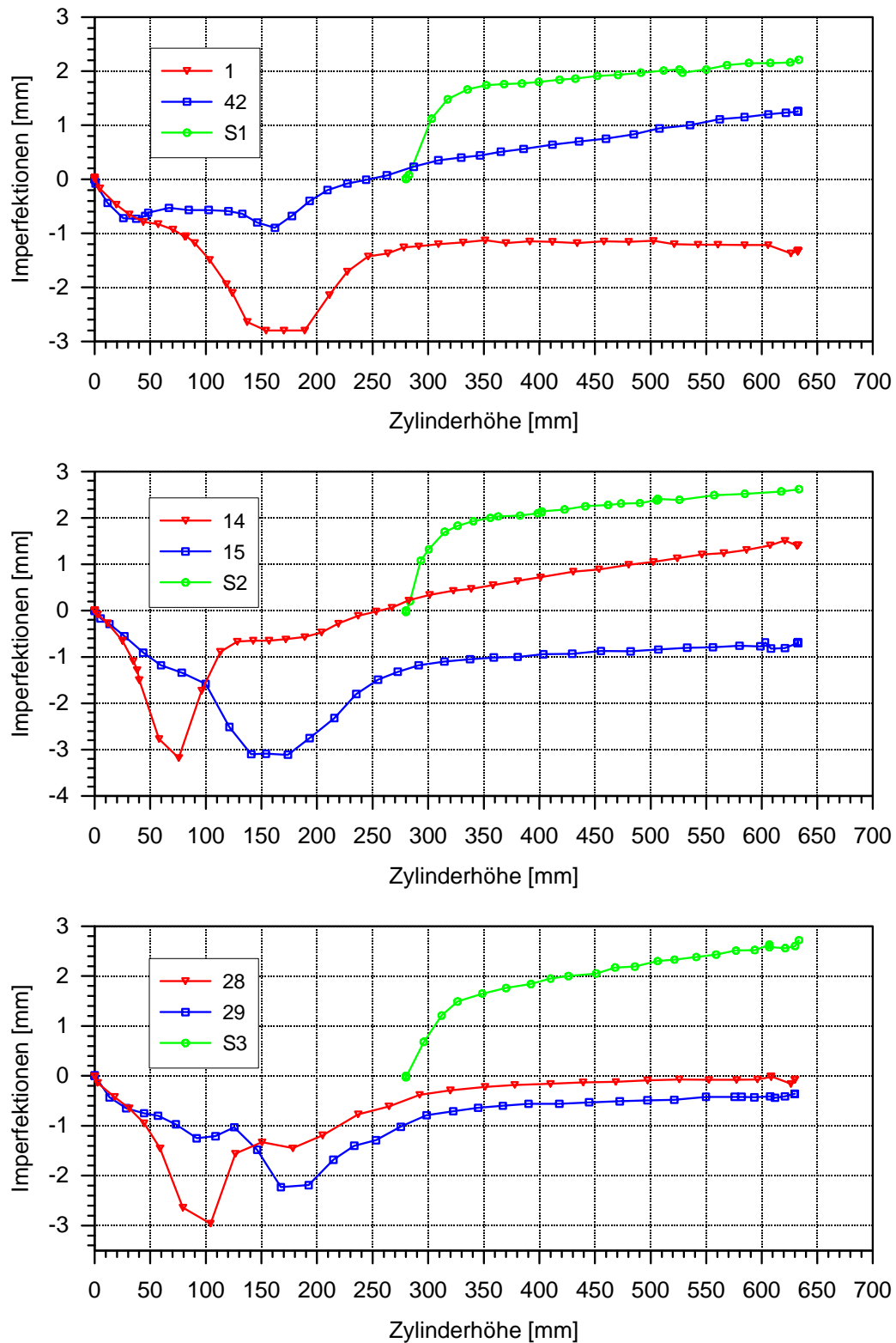
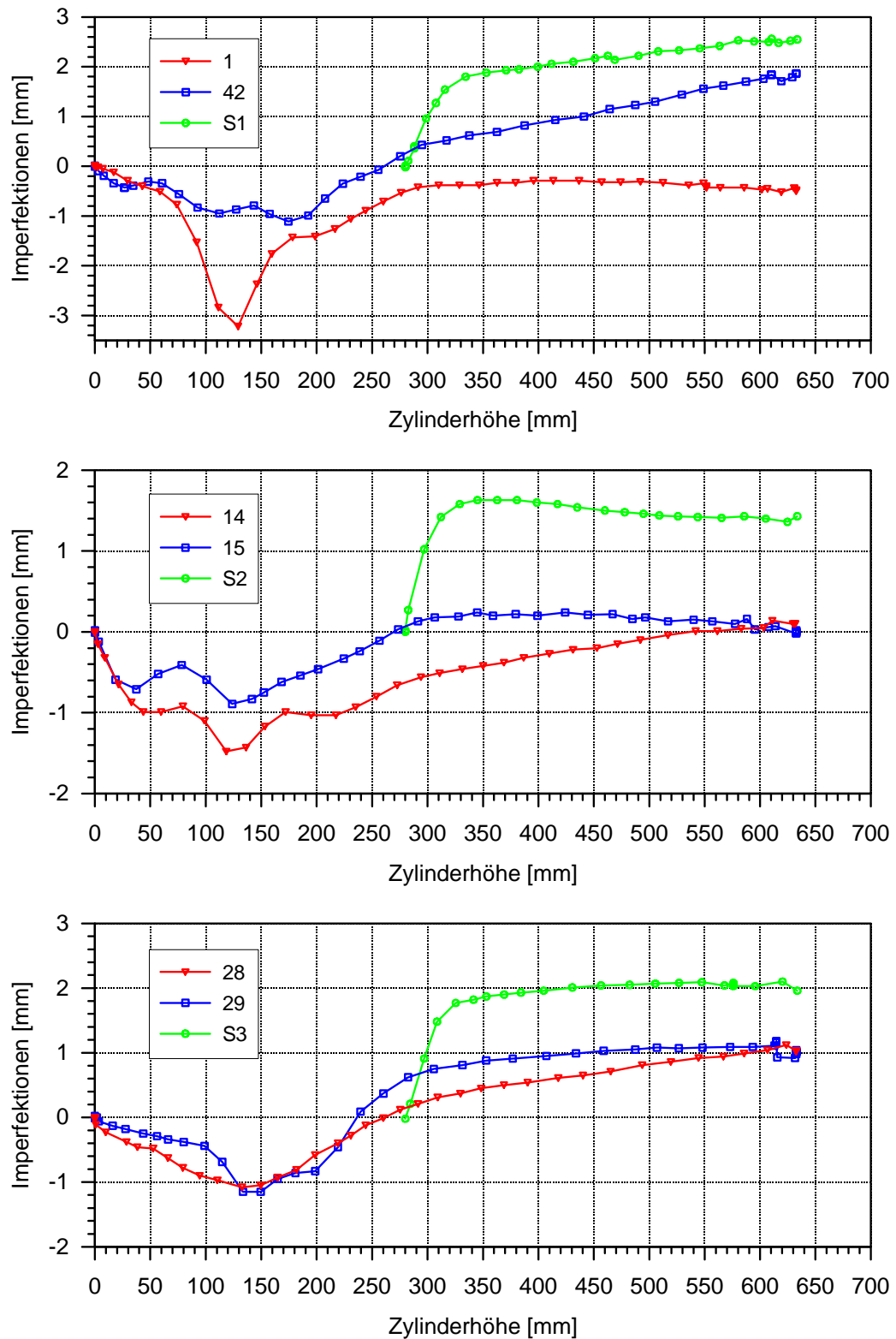


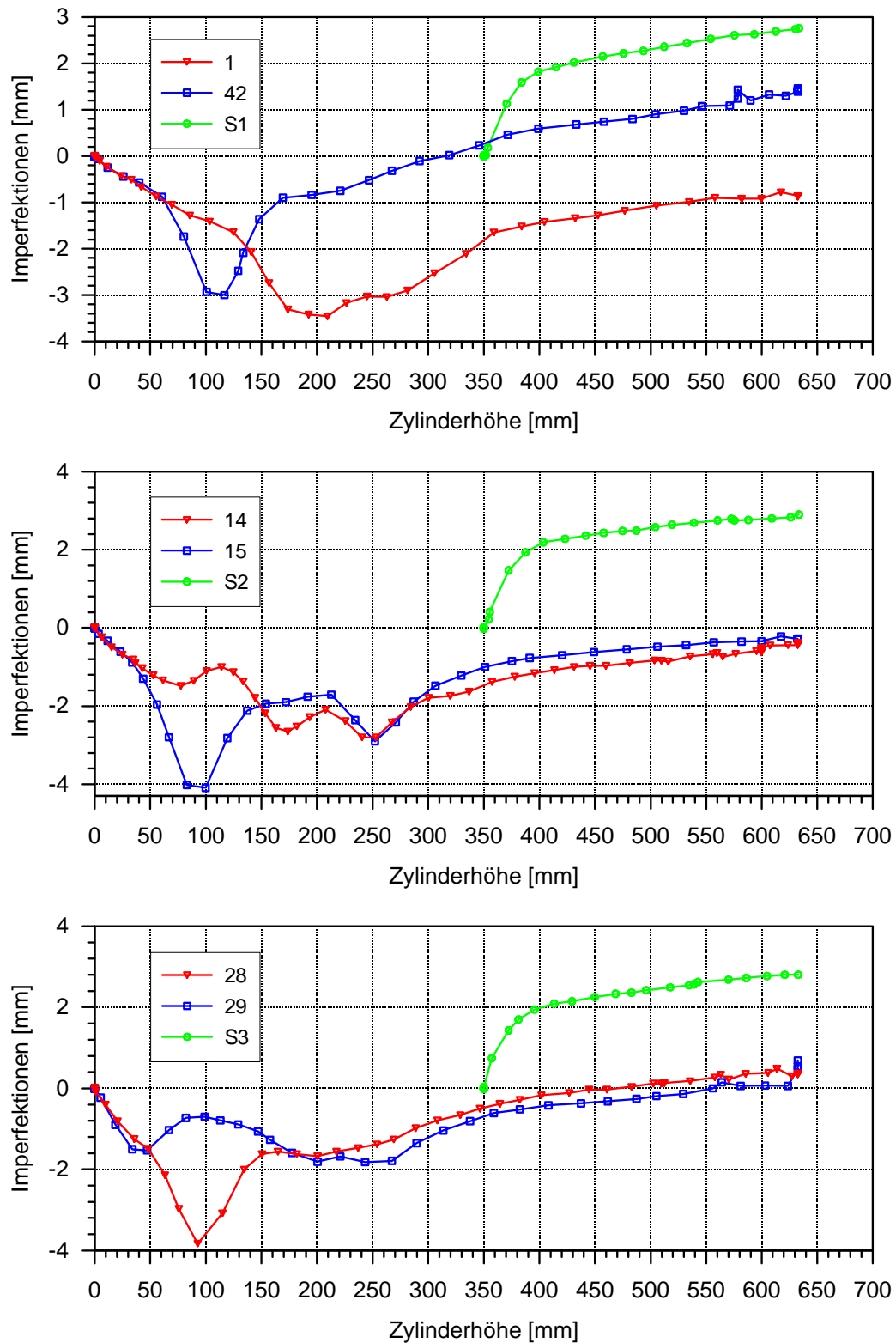
Bild C.16 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-30-2



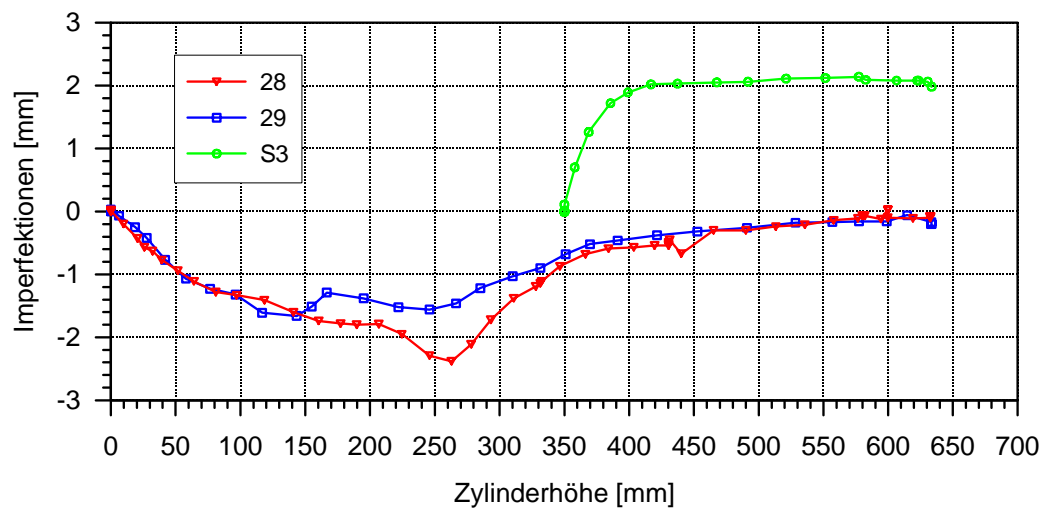
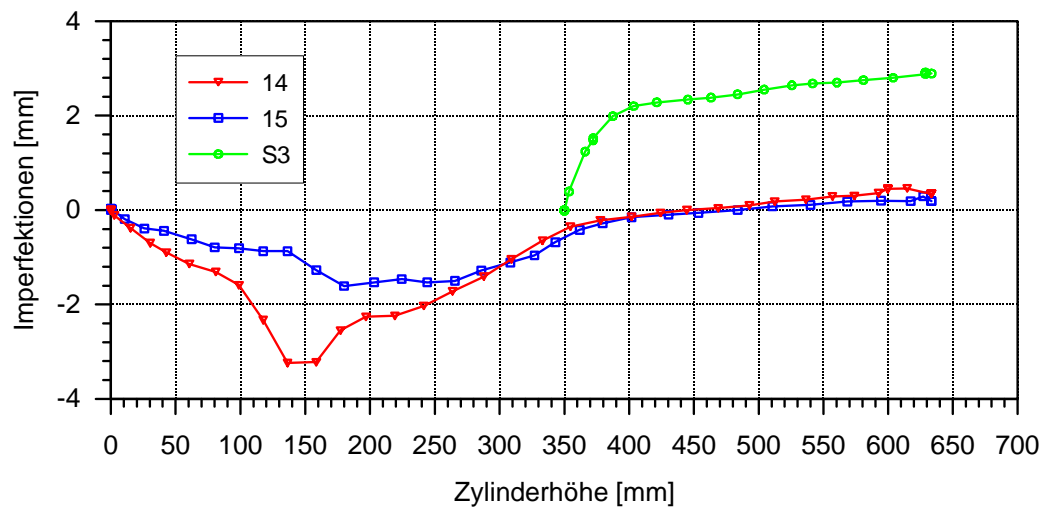
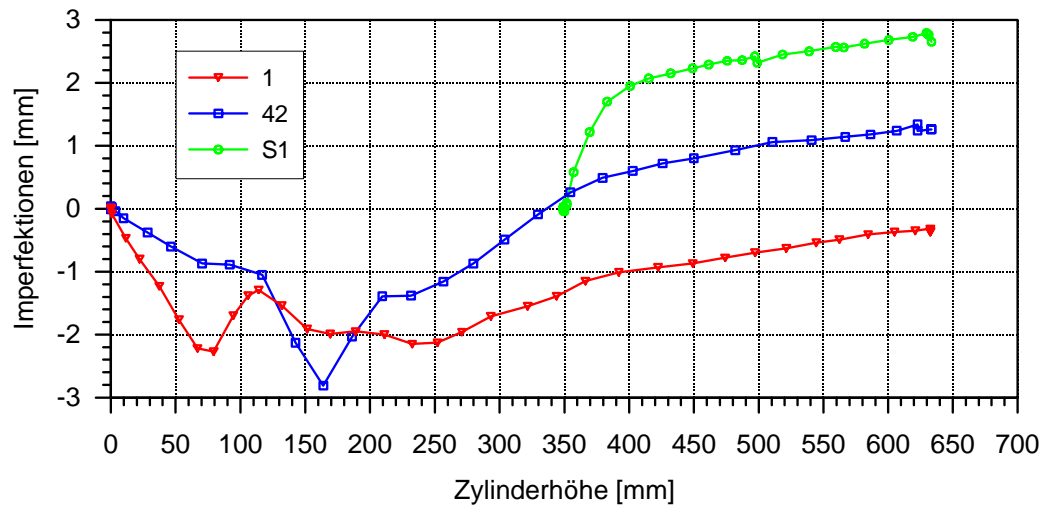
*Bild C.17 Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-40-1*



**Bild C.18** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-40-2



**Bild C.19** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-50-1



**Bild C.20** Imperfektionen über den Stützstellen, VS1LS2-50-2



# Anhang D

## Imperfektionen

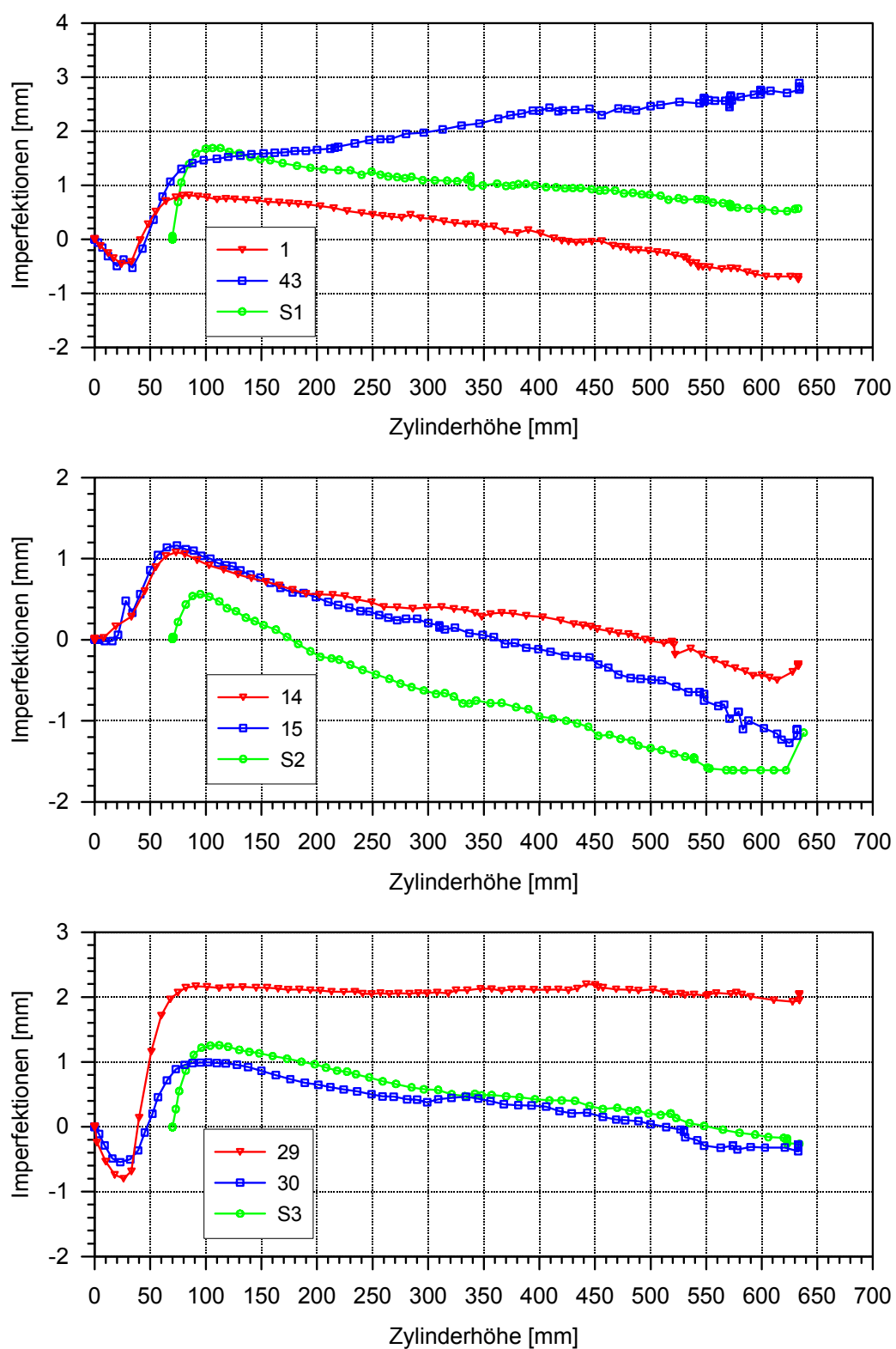
Gemessene Imperfektionen über den Stützstellen der Modellschalen der Versuchsserie 2

Zuordnung der Messstellen zu den Auflagern:

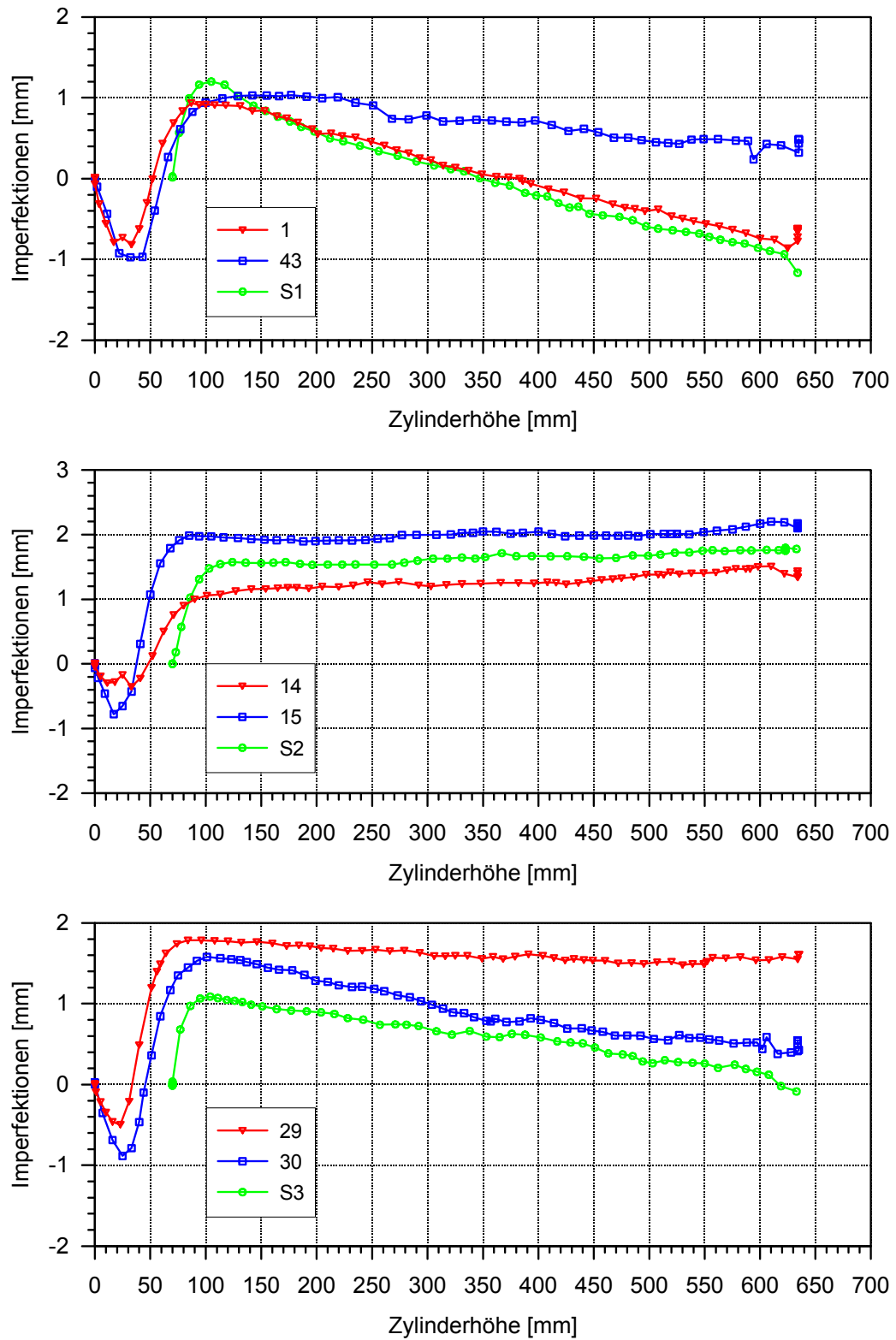
1	}	Auflager 1
43		
S1		

14	}	Auflager 2
15		
S2		

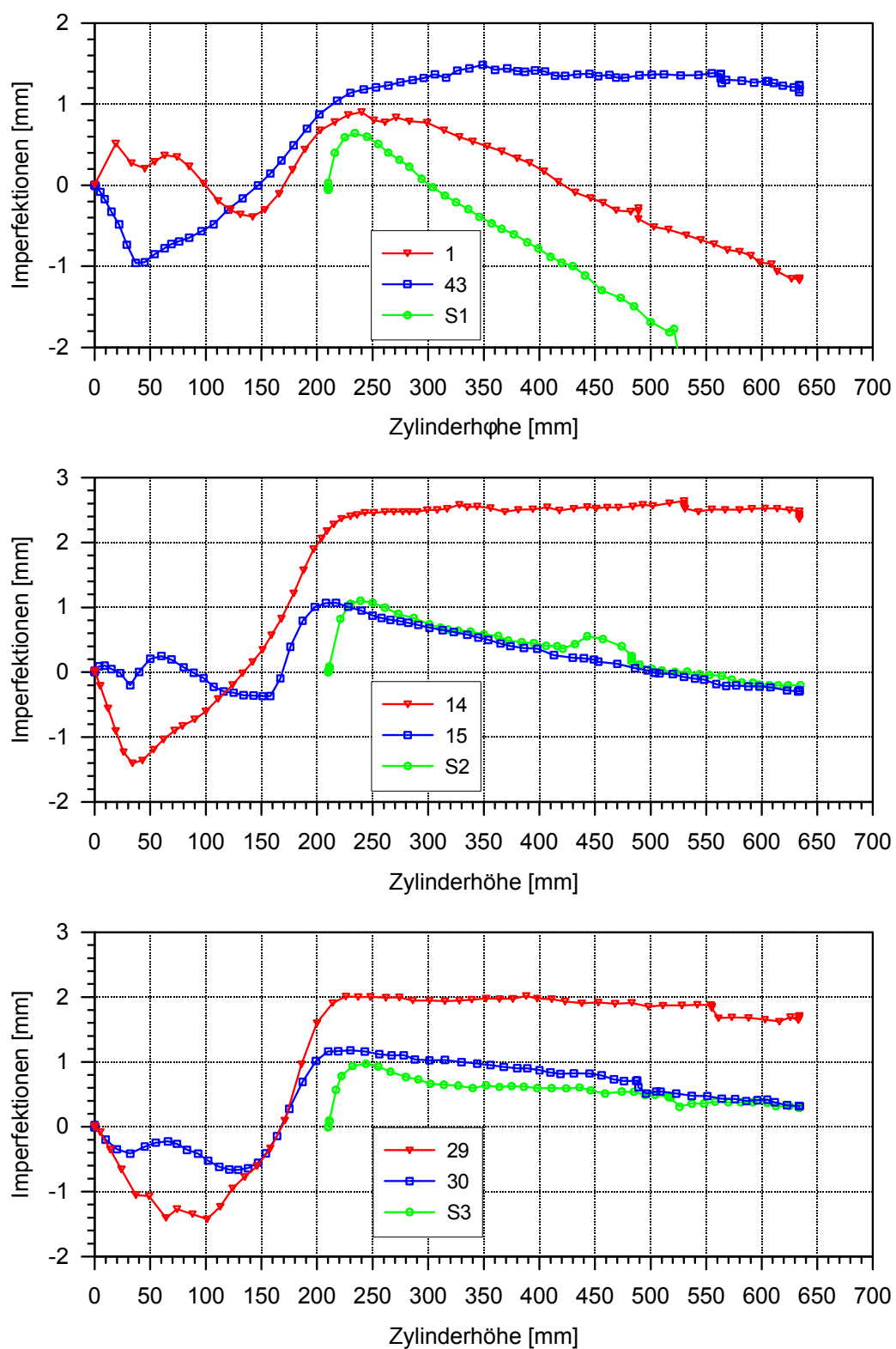
29	}	Auflager 3
30		
S3		



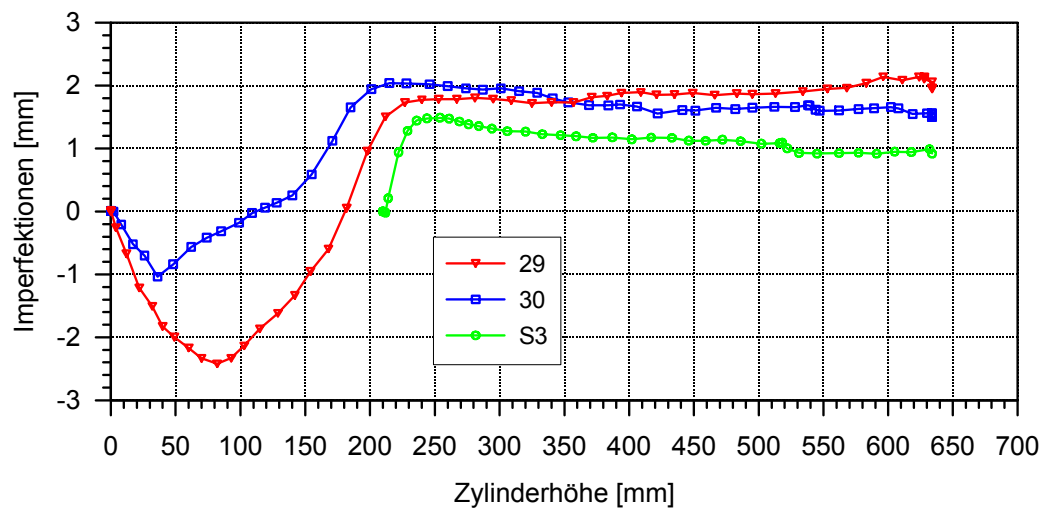
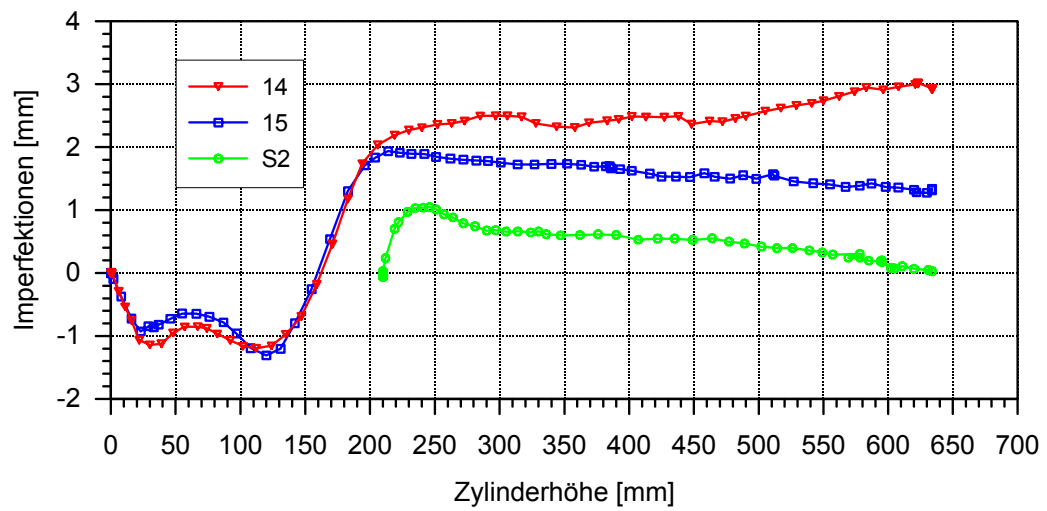
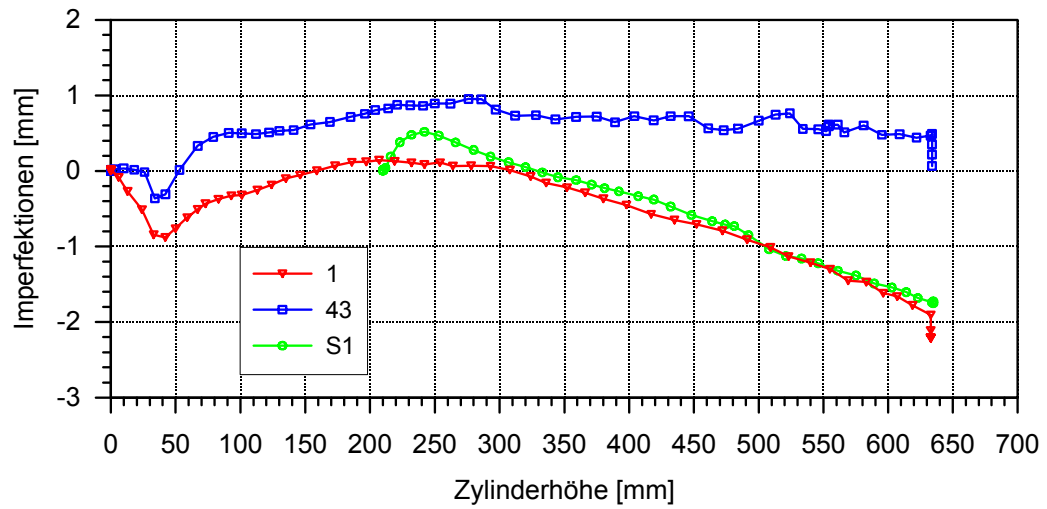
**Bild D.1** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-10-1



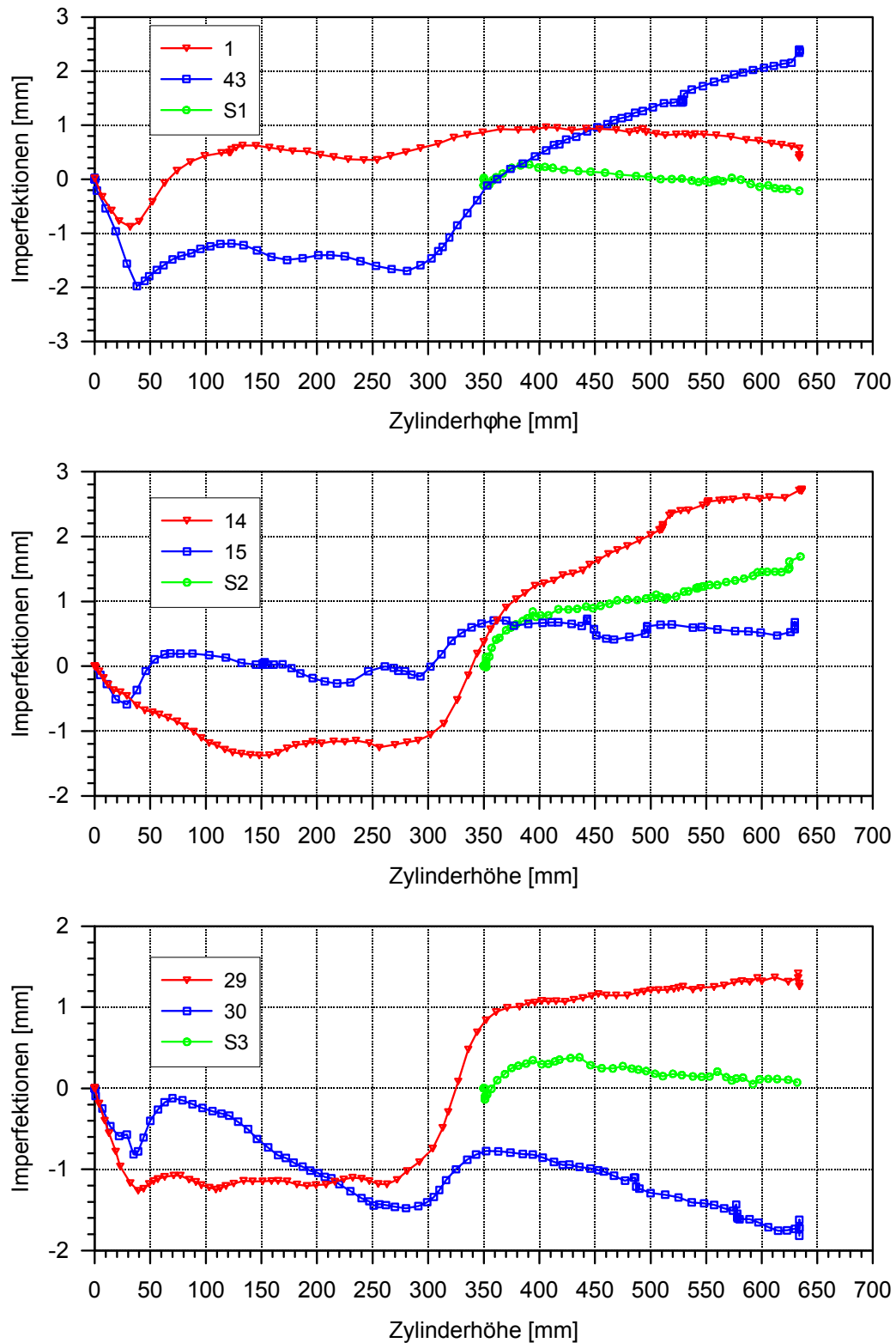
**Bild D.2** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-10-2



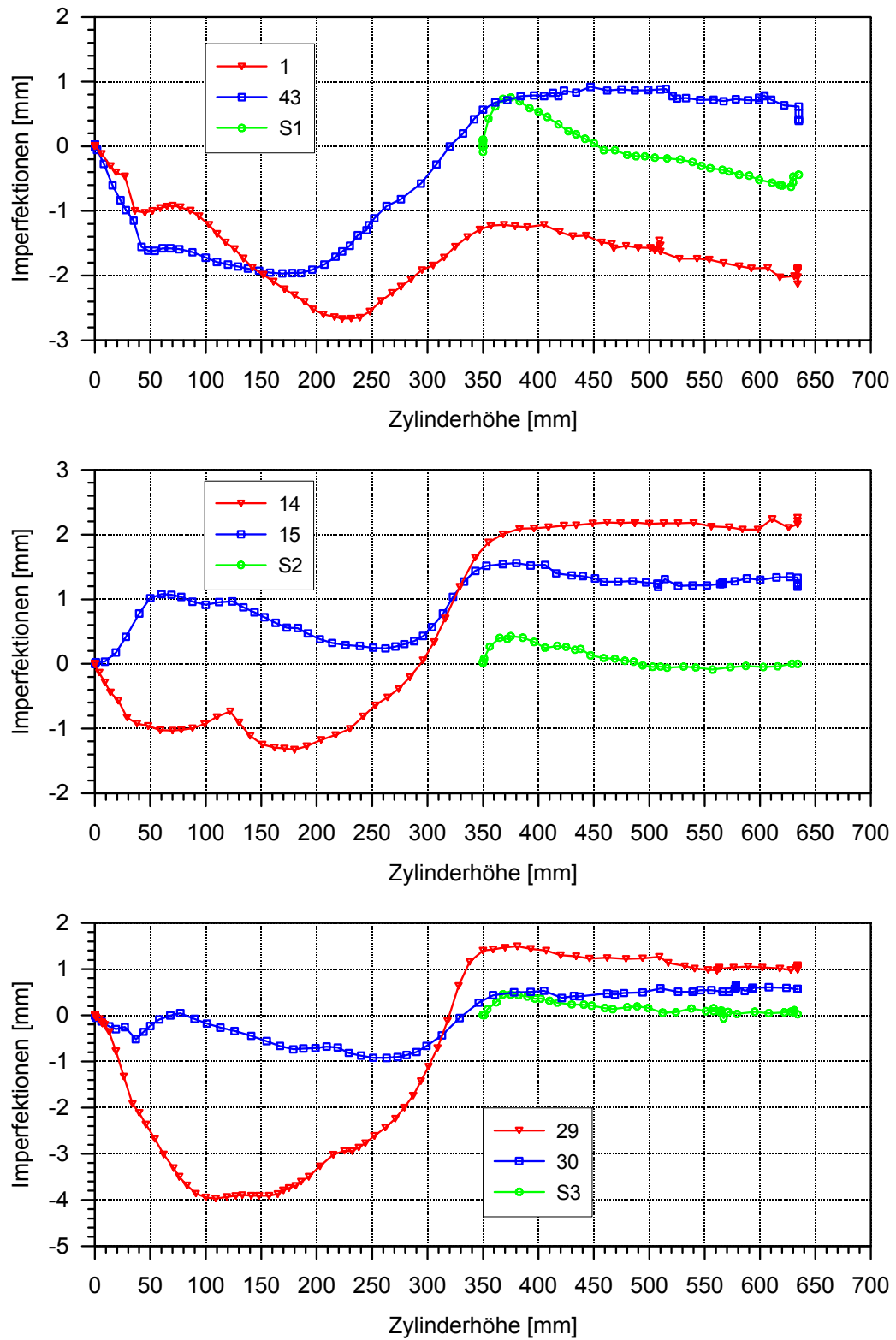
**Bild D.3** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-30-1



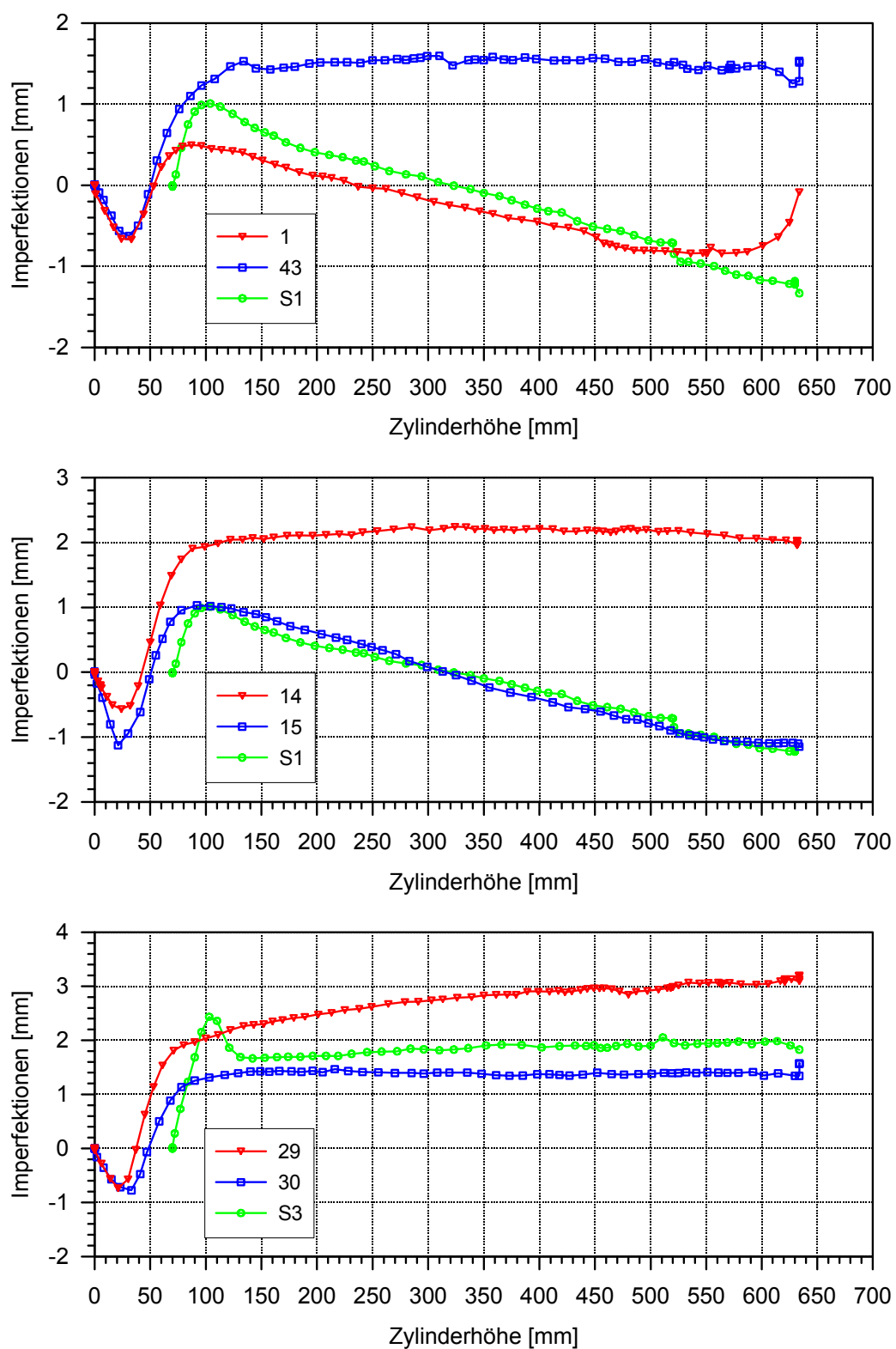
**Bild D.4** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-30-2



**Bild D.5** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-50-1

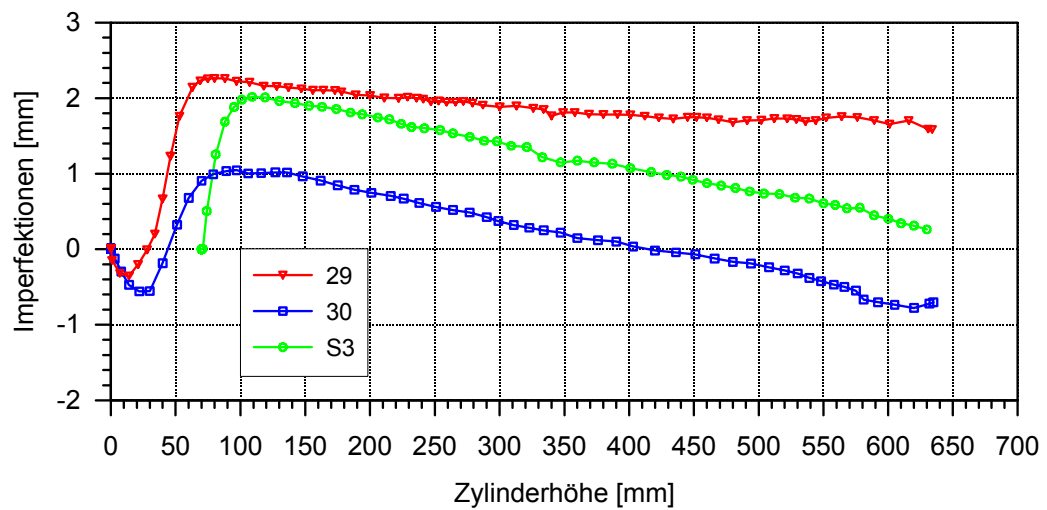
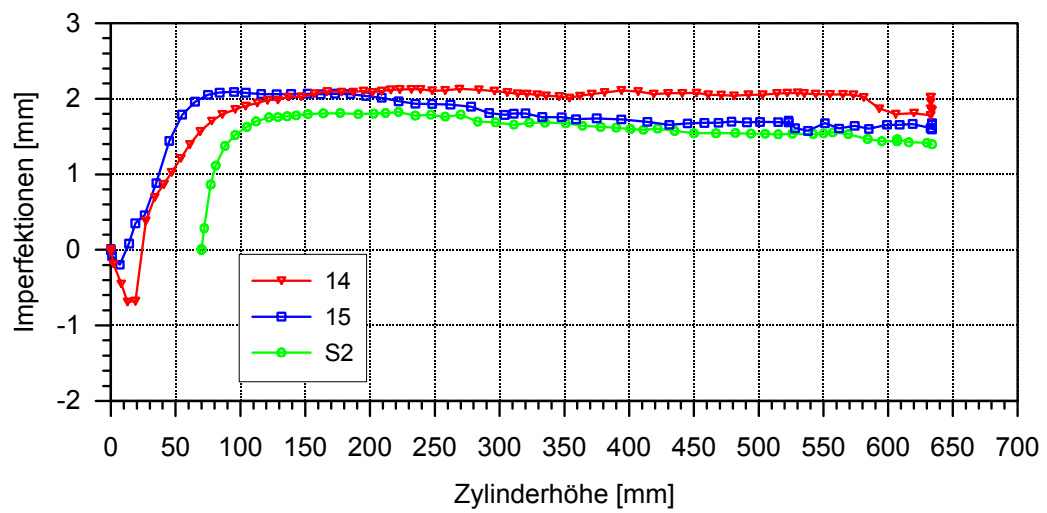
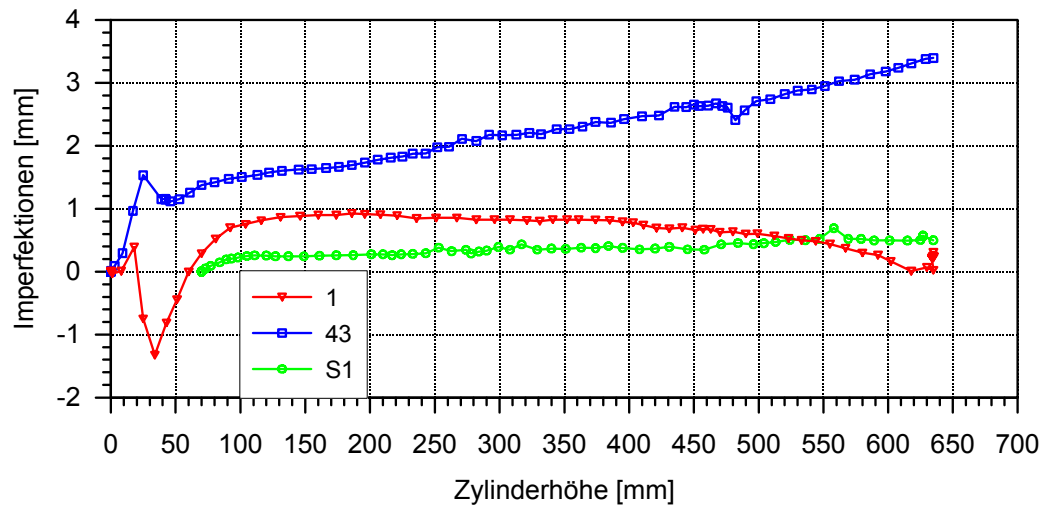


**Bild D.6** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-50-2



*Bild D.7 Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-10S-1*





**Bild D.8** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-10S-2

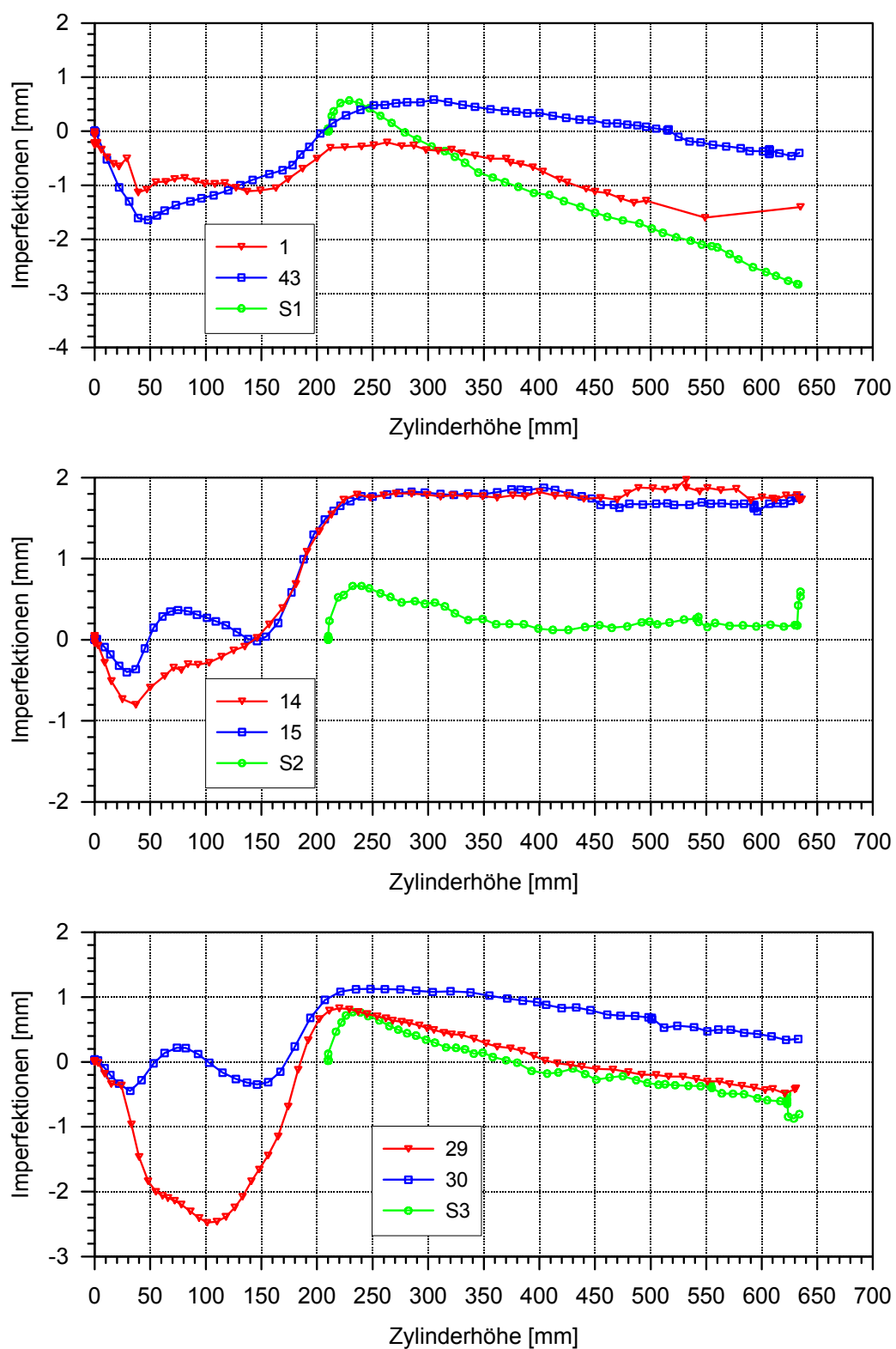
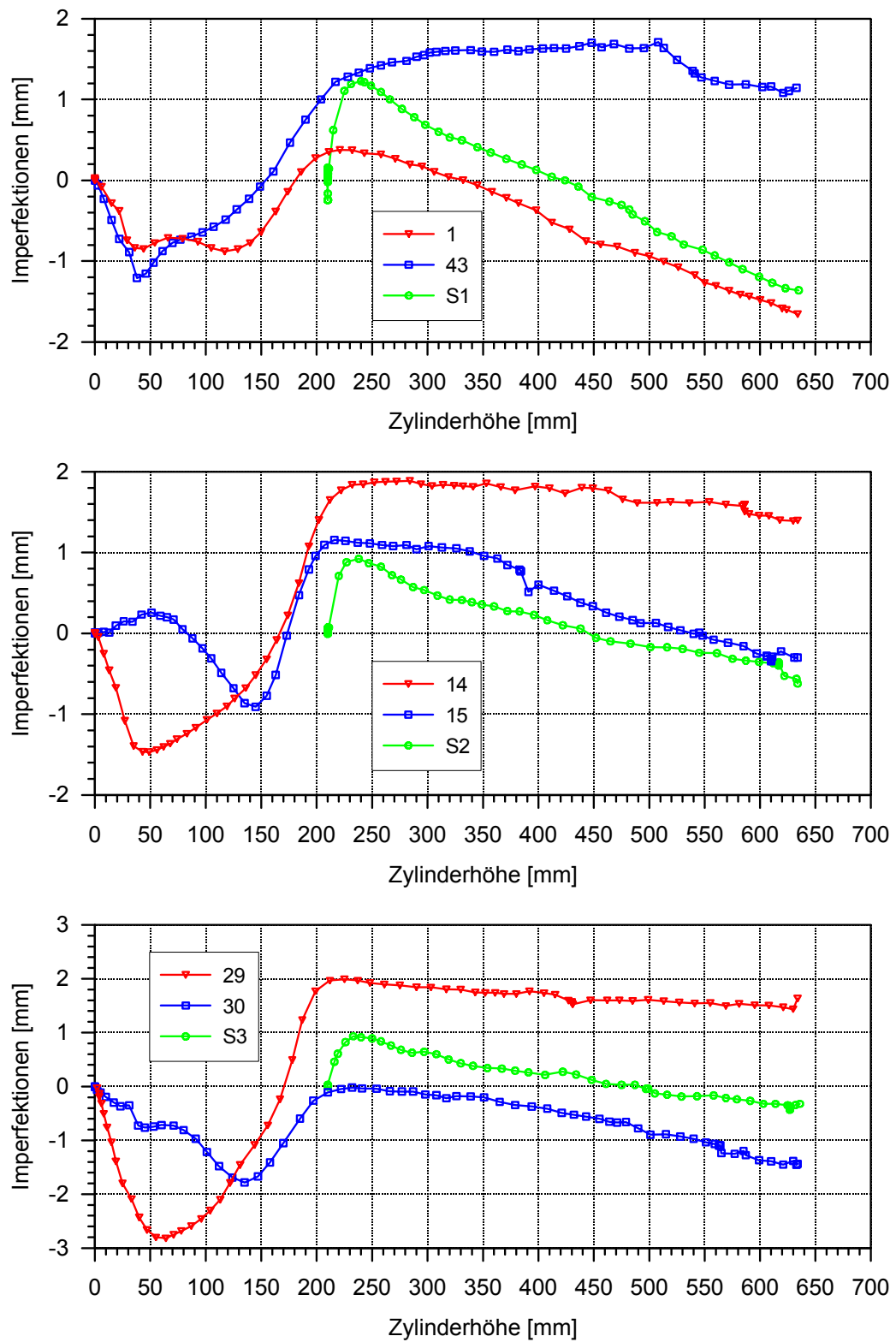
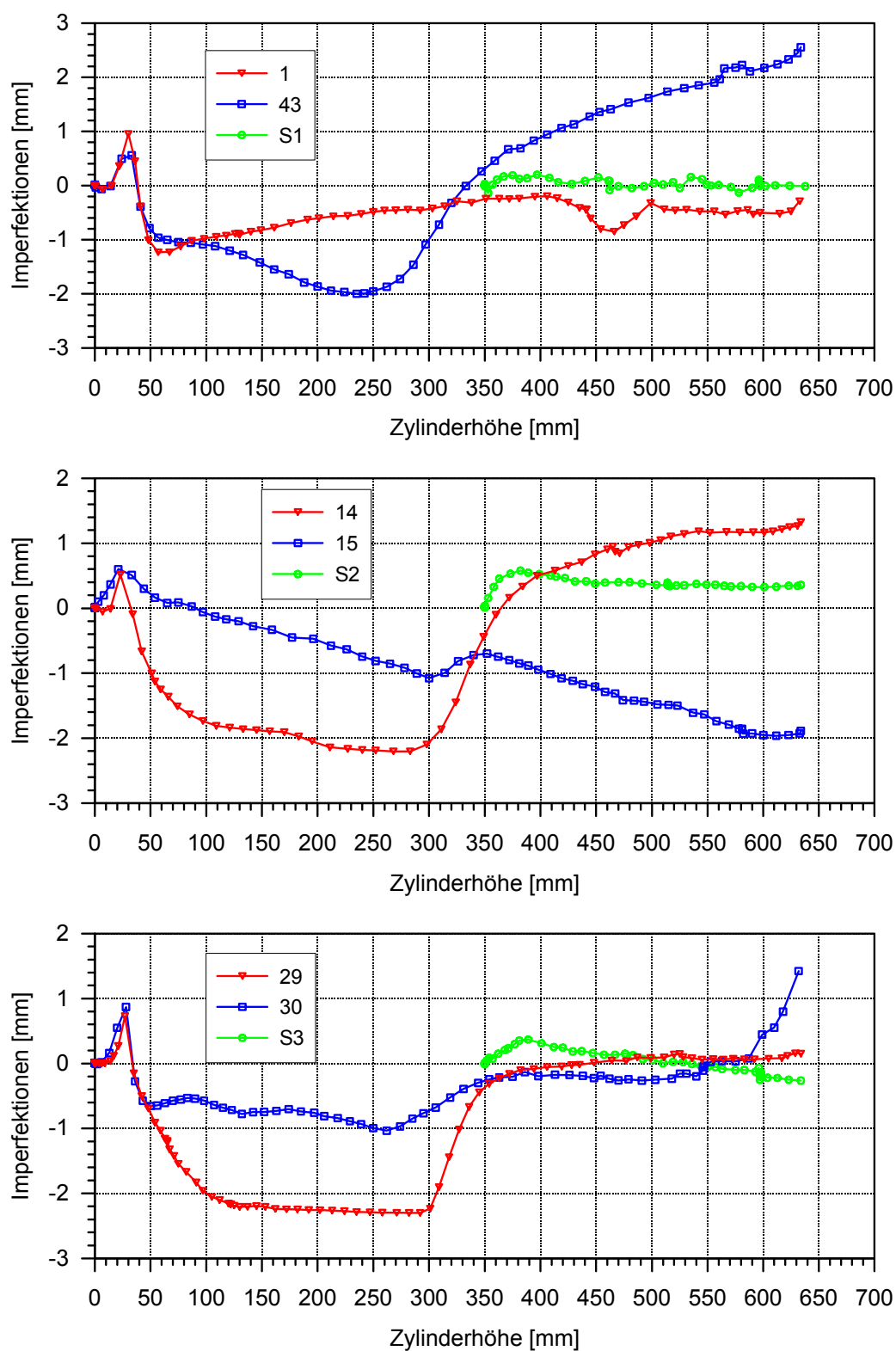


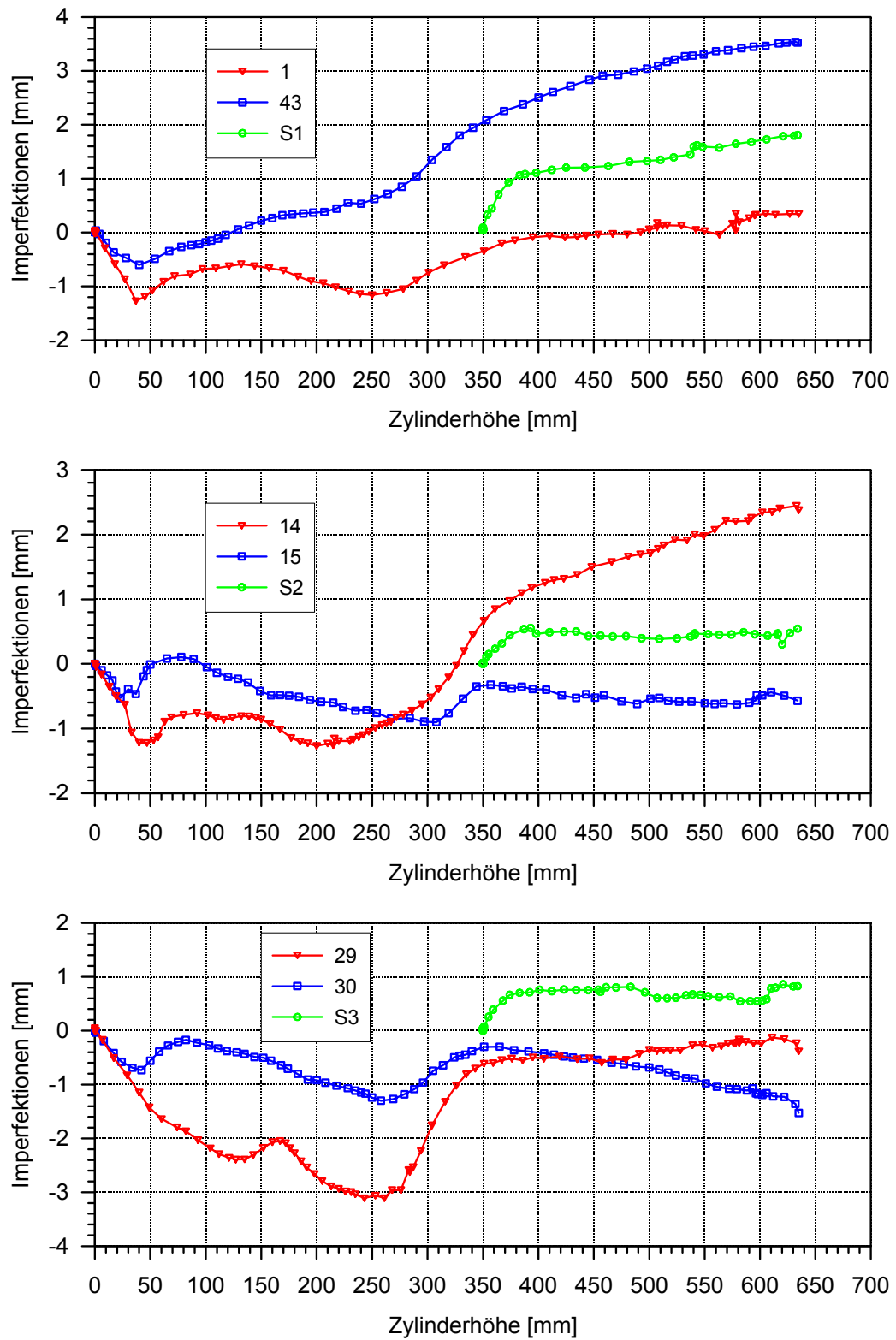
Bild D.9 Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-30S-I



**Bild D.10** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-30S-2



**Bild D.11** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-50S-1

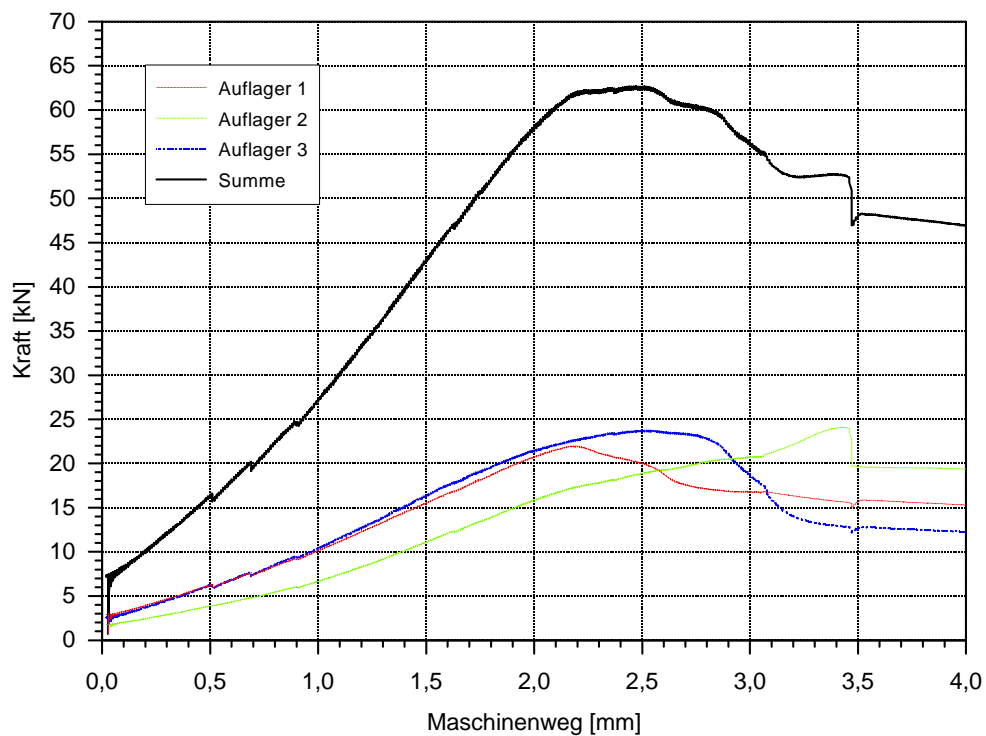
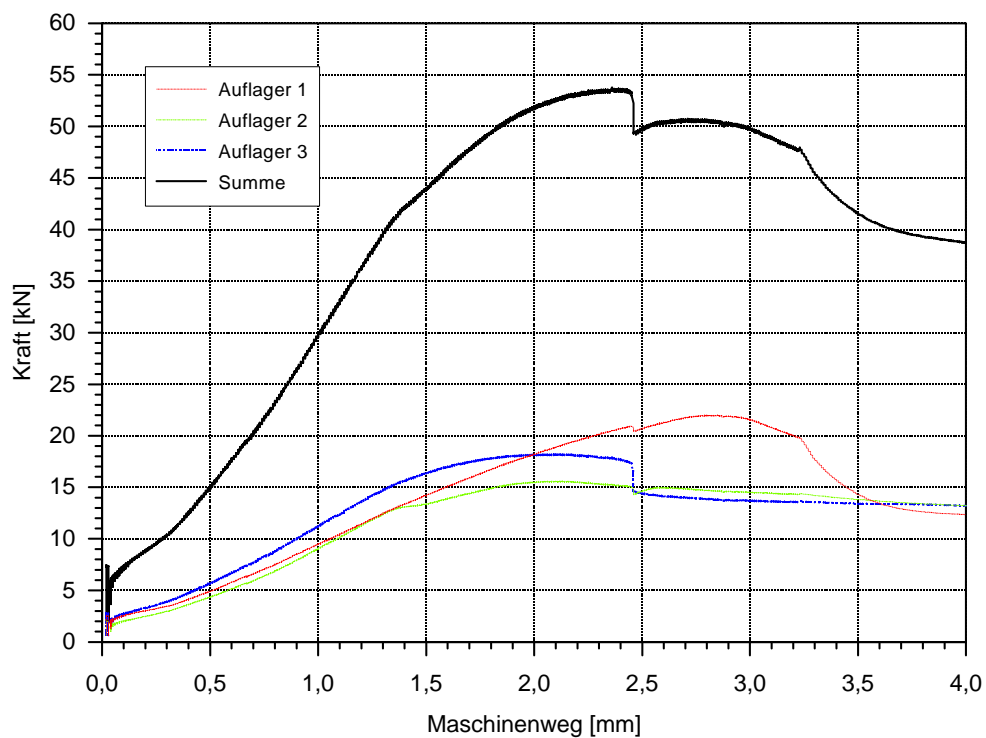


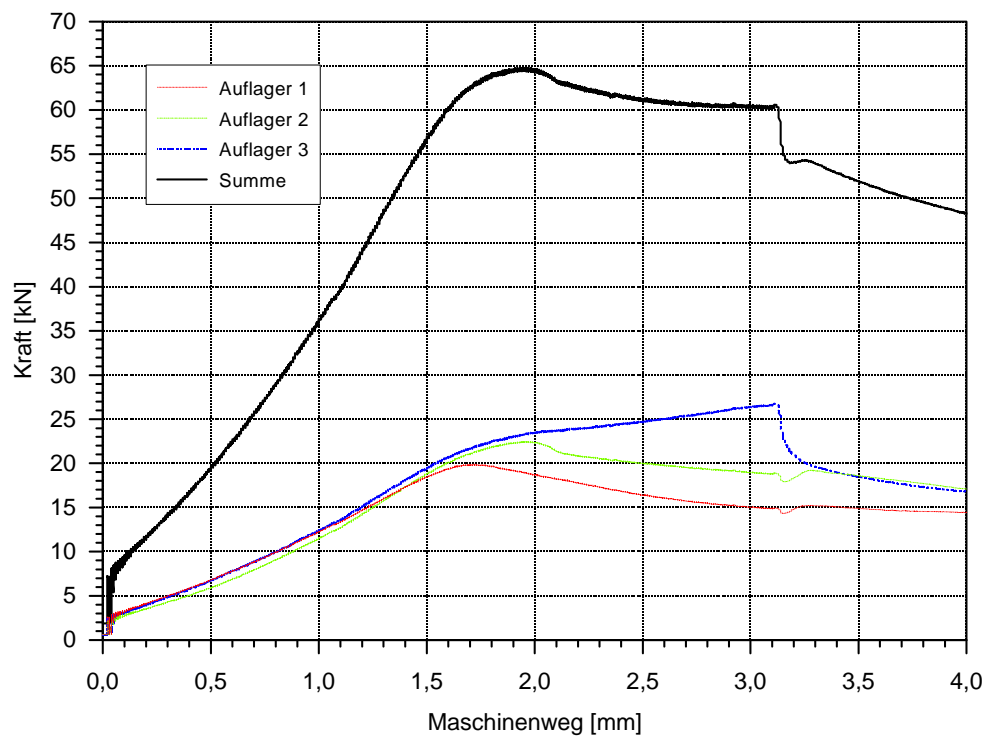
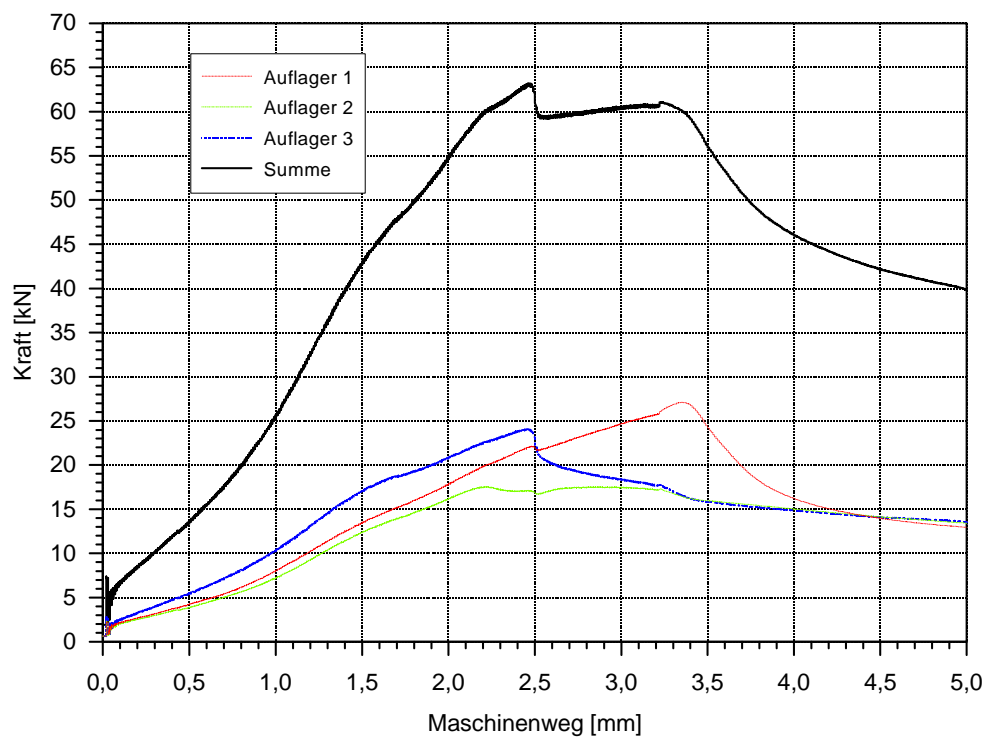
**Bild D.12** Imperfektionen über den Stützstellen, VS2LS1-50S-2

# **Anhang E**

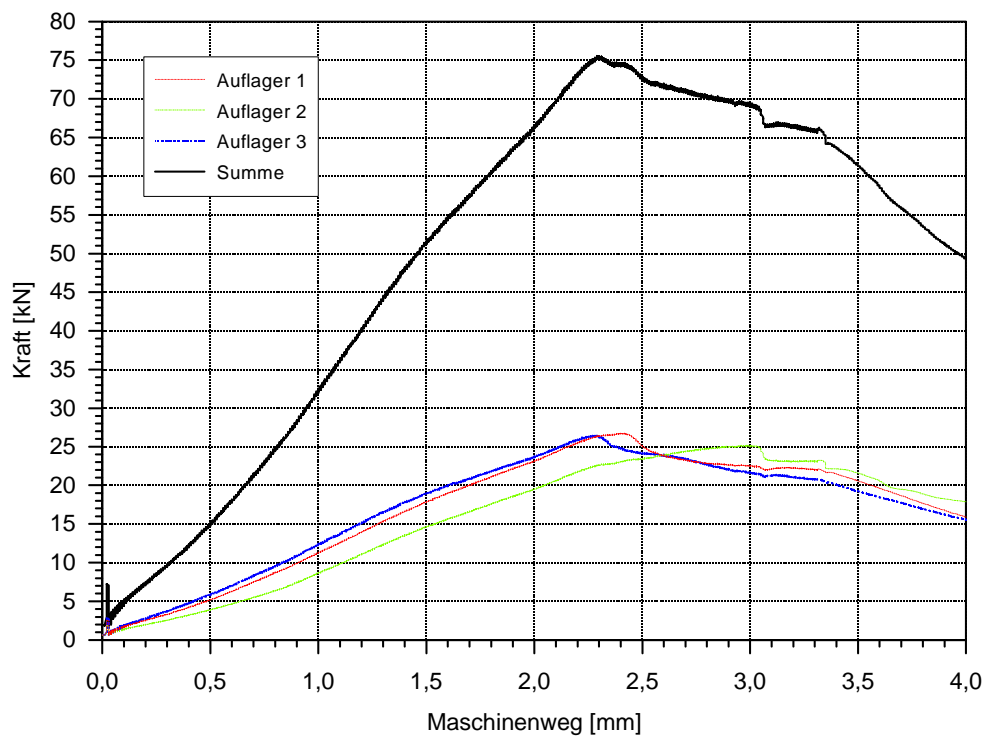
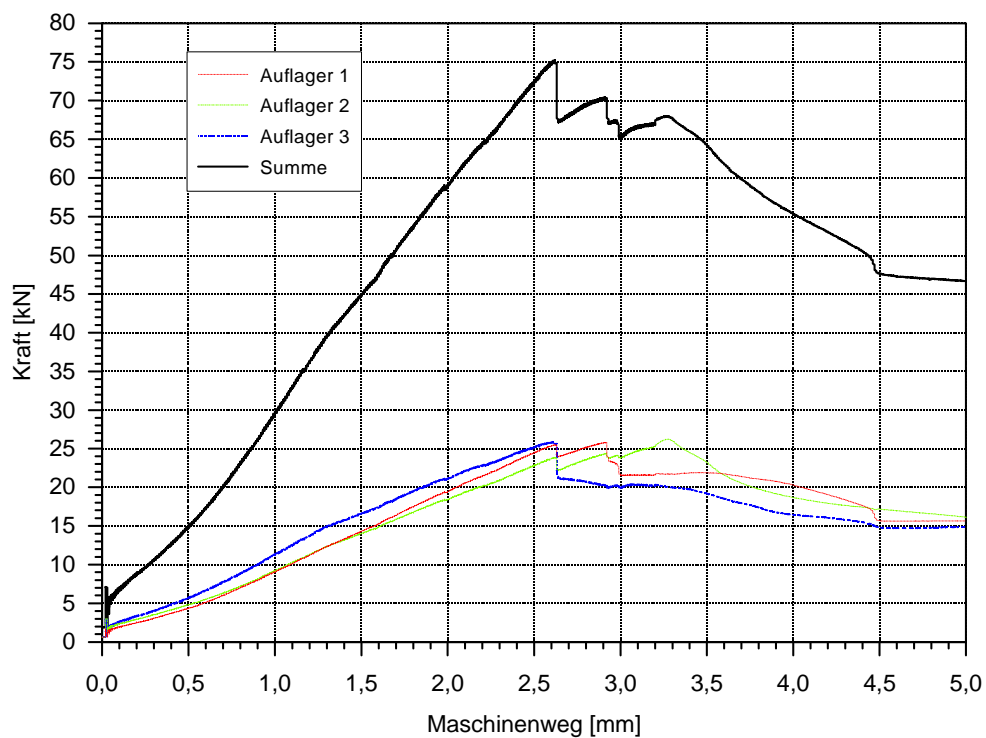
## **Kraft-Maschinenweg/Zeit-Diagramme der Versuchsserie 2**

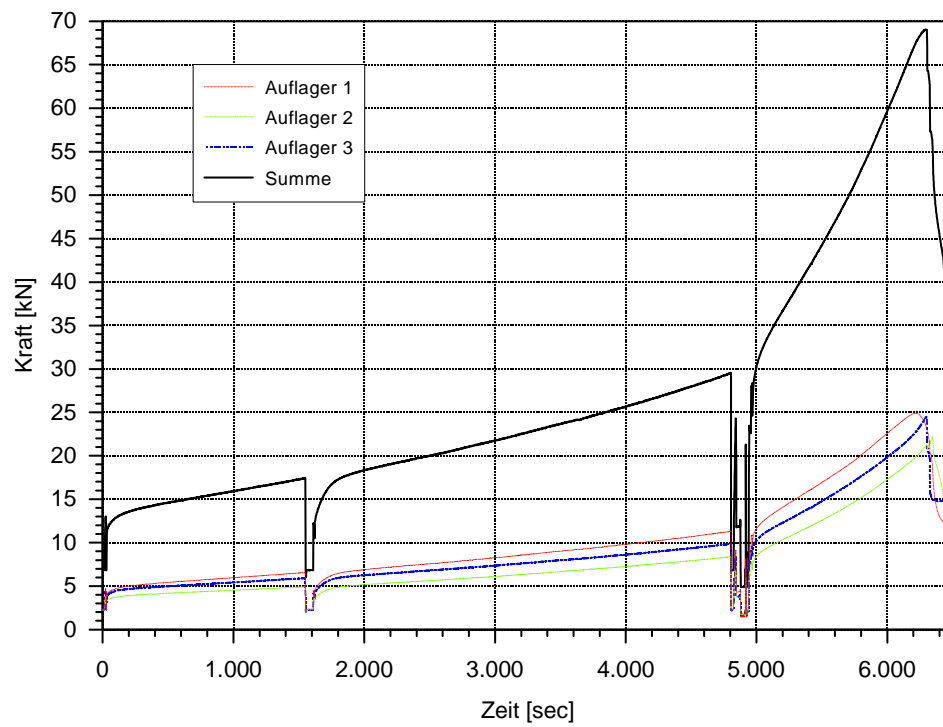
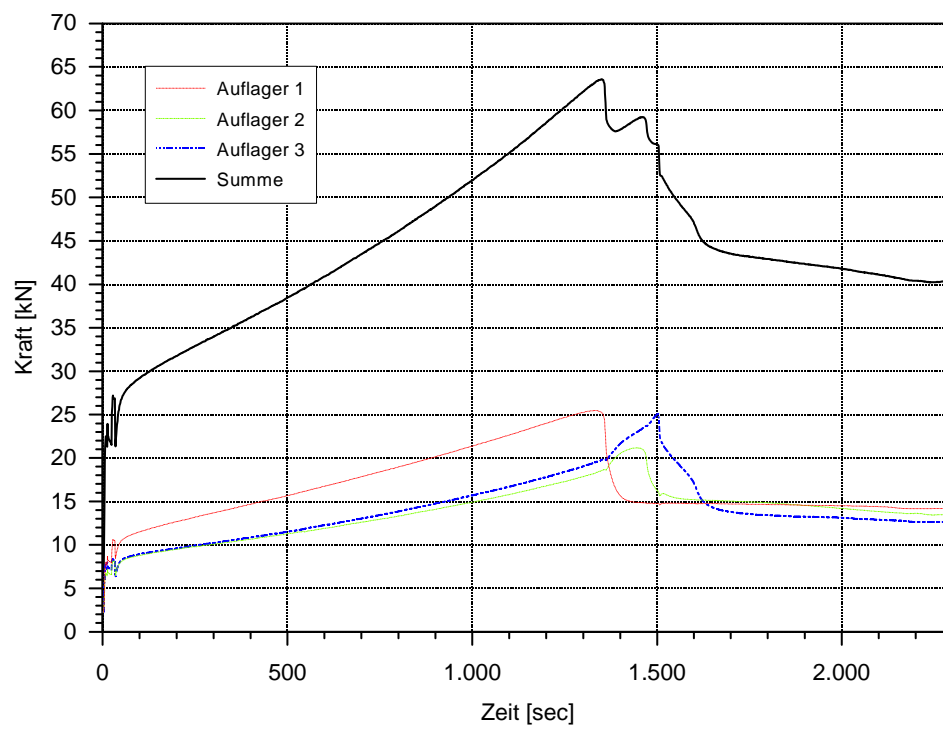
1. Kraft-Maschinenweg-Diagramme der Versuchsserie 2  
(Modellschalen mit Auslauftrichter und Belastung am oberen Schalenrand)
2. Kraft-Zeit-Diagramme der Versuchsserie 2  
(Modellschalen mit Auslauftrichter und Lasteinleitung über das Schüttgut)

- Versuch VS2LS1-10-1**Bild E.1** Kraft-Maschinenweg-Diagramm- Versuch VS2LS1-10-2**Bild E.2** Kraft-Maschinenweg-Diagramm

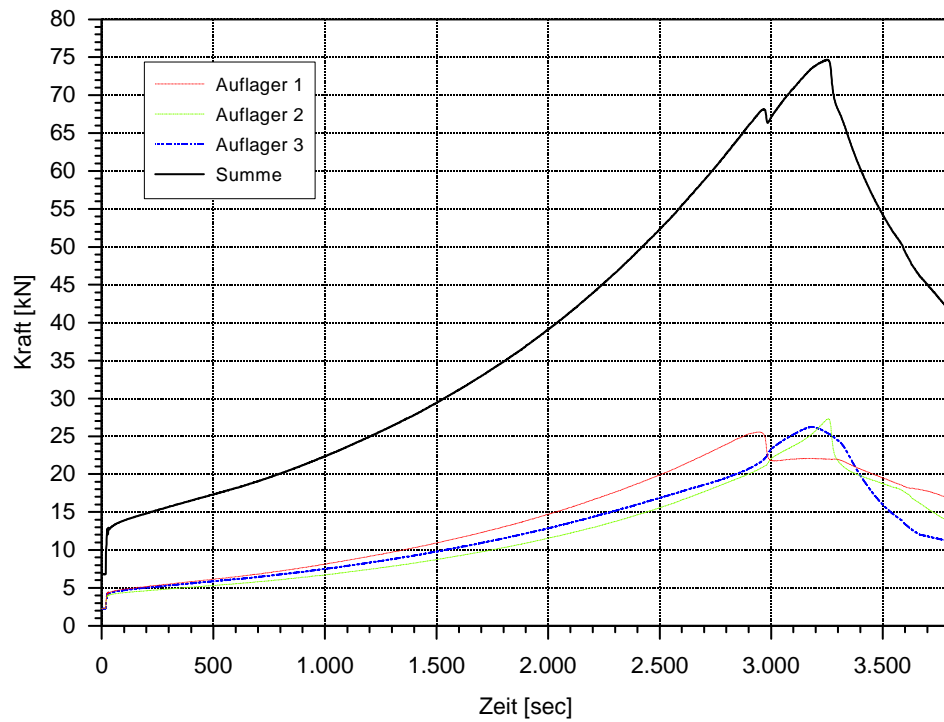
- Versuch VS2LS1-30-1**Bild E.3** Kraft-Maschinenweg-Diagramm- Versuch VS2LS1-30-2**Bild E.4** Kraft-Maschinenweg-Diagramm



- Versuch VS2LS1-50-1**Bild E.5** Kraft-Maschinenweg-Diagramm- Versuch VS2LS1-50-2**Bild E.6** Kraft-Maschinenweg-Diagramm

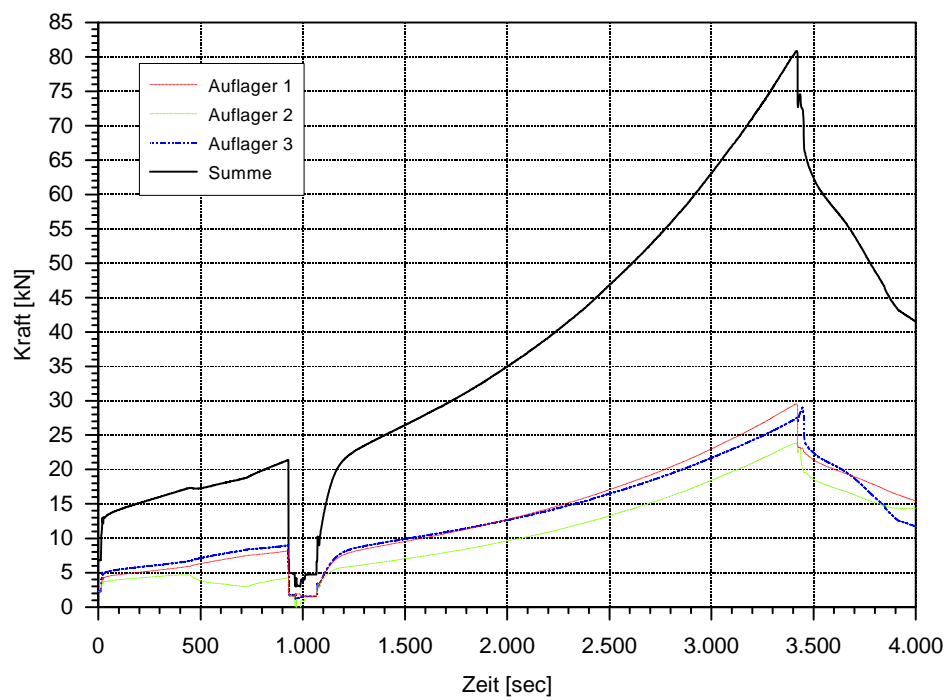
- Versuch VS2LS1-10S-1*Bild E.7 Kraft-Zeit-Diagramm*- Versuch VS2LS1-10S-2*Bild E.8 Kraft-Zeit-Diagramm*

### - Versuch VS2LS1-30S-1

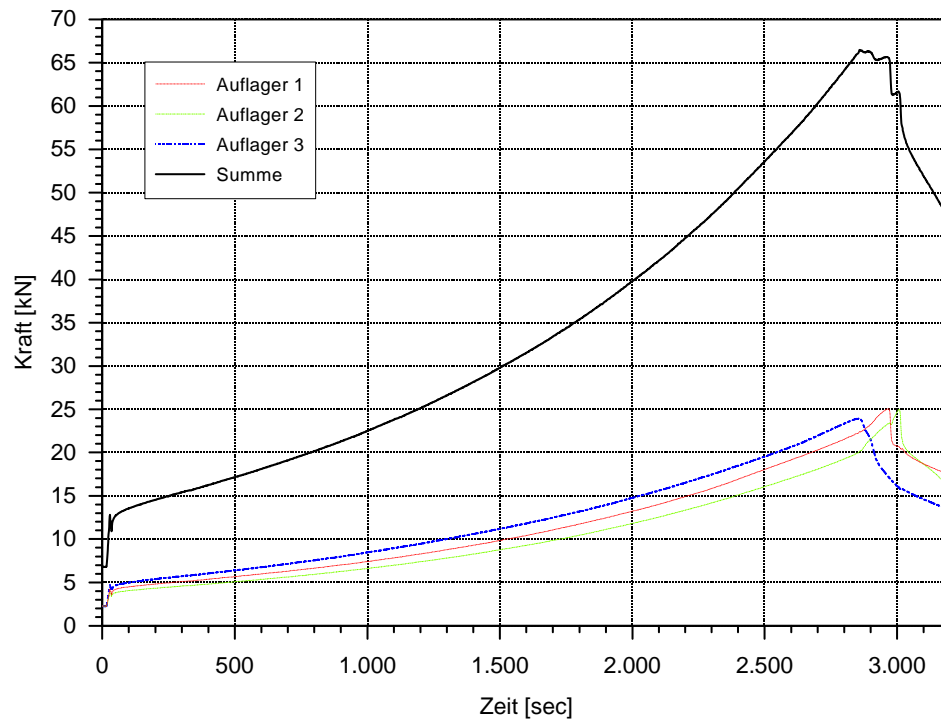
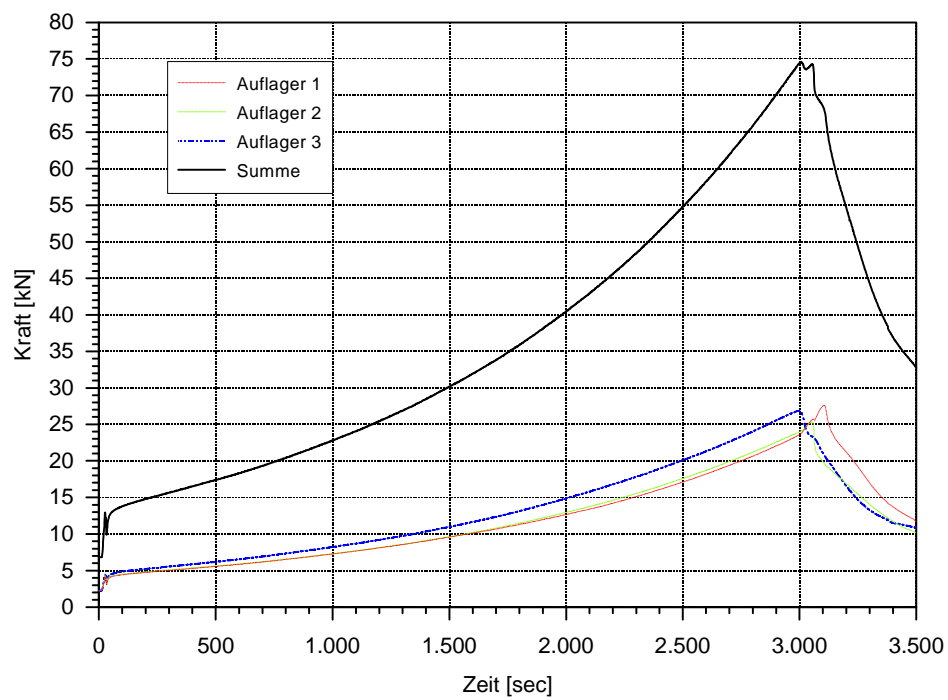


**Bild E.9** Kraft-Zeit-Diagramm

### - Versuch VS2LS1-30S-2



**Bild E.10** Kraft-Zeit-Diagramm

- Versuch VS2LS1-50S-1*Bild E.11 Kraft-Zeit-Diagramm*- Versuch VS2LS1-50S-2*Bild E.12 Kraft-Zeit-Diagramm*

## **Anhang F**

### **Bilddokumentation der Versuchsserie 1**

- Versuch VS1LS1-10-1

**Bild F.1** Verformungen im Nachbeulbereich (Auflager 2)

- Versuch VS1LS1-20-1

**Bild F.2** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1)

- Versuch VS1LS1-20-1



**Bild F.3** Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 1)

- Versuch VS1LS1-30-1



**Bild F.4** Verformungen im Nachbeulbereich (Auflager 2 und 3)

- Versuch VS1LS1-40-1

**Bild F.5** Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 1)

- Versuch VS1LS1-50-1

**Bild F.6** Stabilitätsversagen der Längssteife am Auflager 3



- Versuch VS1LS2-10-1



**Bild F.7** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 3)

- Versuch VS1LS2-10-1



**Bild F.8** Verformungen im Nachbeulbereich (Auflager 1)

- Versuch VS1LS2-20-1

**Bild F.9** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 3)

- Versuch VS1LS2-20-1

**Bild F.10** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2)

- Versuch VS1LS2-30-1



*Bild F.11 Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)*

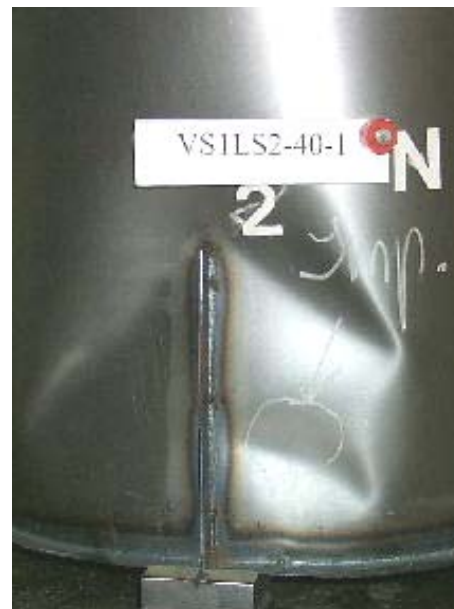
- Versuch VS1LS2-30-1



*Bild F.12 Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 2 und 3)*

- Versuch VS1LS2-40-1

**Bild F.13** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 3)

- Versuch VS1LS2-40-1

**Bild F.14** Verformungen im Traglastzustand (links) und im Nachbeulzustand (rechts) am Auflager 2



- Versuch VS1LS2-40-1



**Bild F.15** Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 1 und 3)

- Versuch VS1LS2-50-1



**Bild F.16** Vorverformungen (Auflager 1 und 2)

- Versuch VS1LS2-50-1



**Bild F.17** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)

- Versuch VS1LS2-50-1



**Bild F.18** Verformungen im Nachbeulzustand (Auflager 1 und 3)

# **Anhang G**

## **Bilddokumentation der Versuchsserie 2**

- Versuch VS2LS1-10-1



**Bild G.1** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1 und 2)

- Versuch VS2LS1-10-1



**Bild G.2** Verformungen nach Erreichen des Traglastzustandes (Auflager 1 und 3)



- Versuch VS2LS1-30-1



**Bild G.3** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1 und 2)

- Versuch VS2LS1-30-1



**Bild G.4** Verformungen im Traglastzustand und im Nachbeulbereich (Auflager 3)

- Versuch VS2LS1-30-2

**Bild G.5** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)

- Versuch VS2LS1-30-2

**Bild G.6** Fließen des Auflagerbereiches (Auflager 1)

- Versuch VS2LS1-50-1



**Bild G.7** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 3 und 1)

- Versuch VS2LS1-50-1



**Bild G.8** Verformungen im Traglastzustand und im Nachbeulbereich (Auflager 2)



- Versuch VS2LS1-50-2

**Bild G.9** Verformungen im und nach Erreichen des Traglastzustandes (Auflager 1)

- Versuch VS2LS1-50-2

**Bild G.10** Verformungen im und nach Erreichen des Traglastzustandes (Auflager 3)

- Versuch VS2LS1-10S-1



*Bild G.11 Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1 und 2)*

- Versuch VS2LS1-10S-2



*Bild G.12 Verformungen im Traglastzustand (Auflager 1 und 2)*

- Versuch VS2LS1-30S-1

**Bild G.13** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)

- Versuch VS2LS1-30S-2

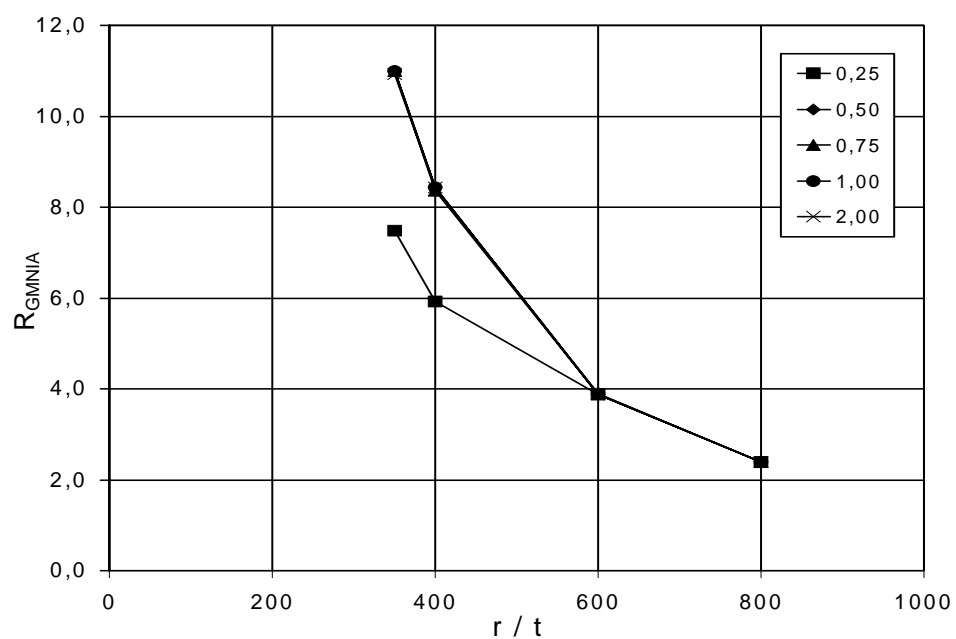
**Bild G.14** Verformungen im Traglastzustand (Auflager 2 und 3)

# Anhang H

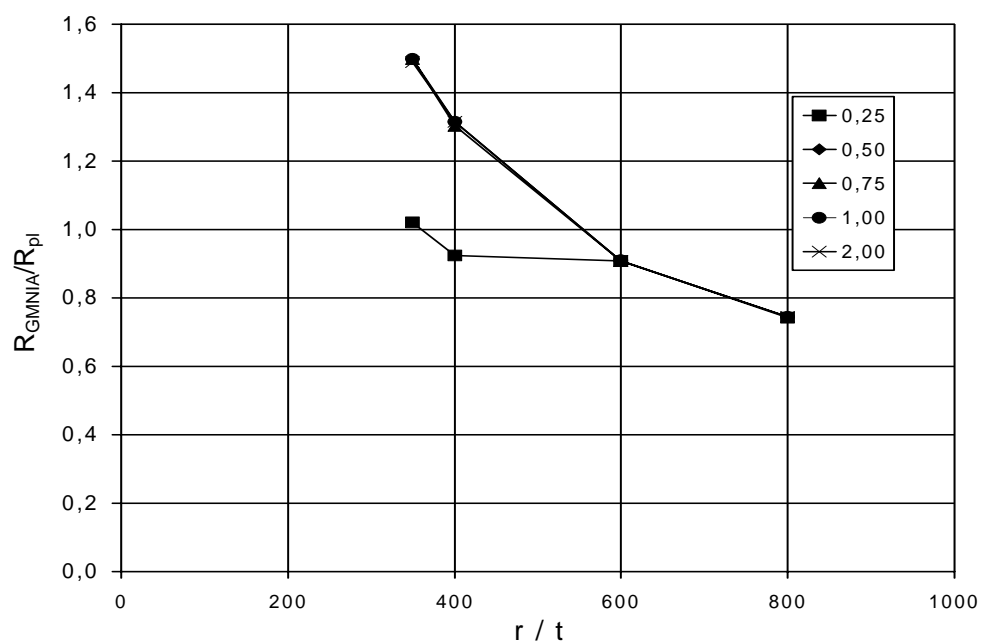
## Diagramme der Parameterstudien

1. Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis ( $R_{GMNIA} - r/t$ )
2. Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis ( $R_{GMNIA}/R_{pl} - r/t$ )

Kurvenparameter:            Steifenstärke  $t_s$  in [mm]

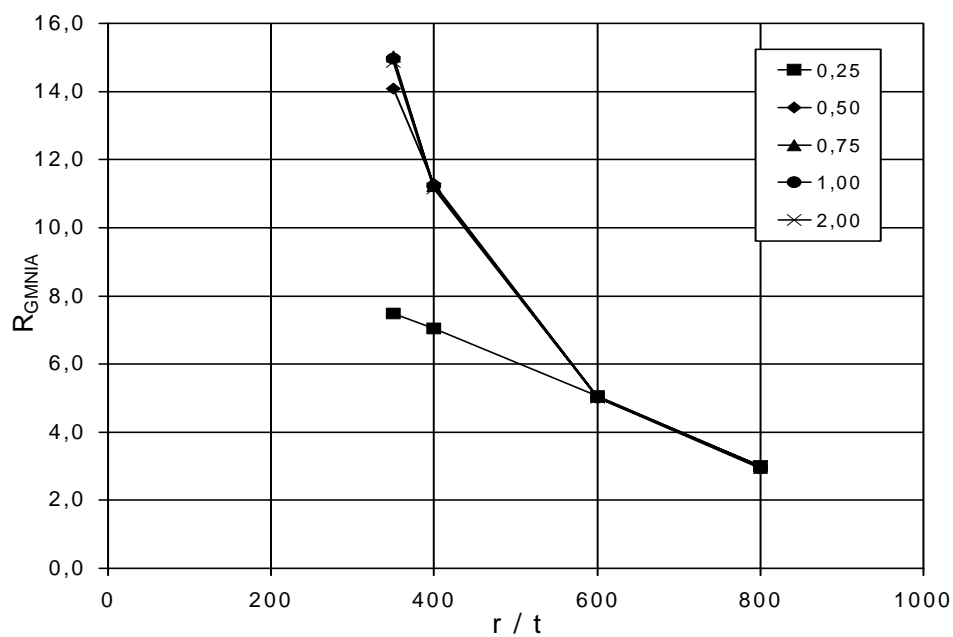


**Bild H.1** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$

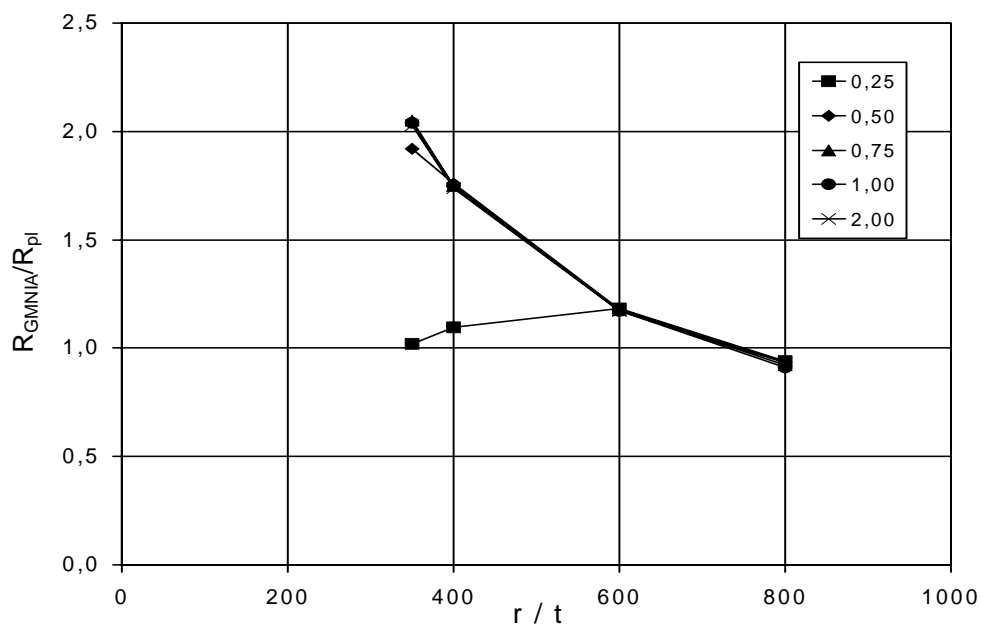


**Bild H.2** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$

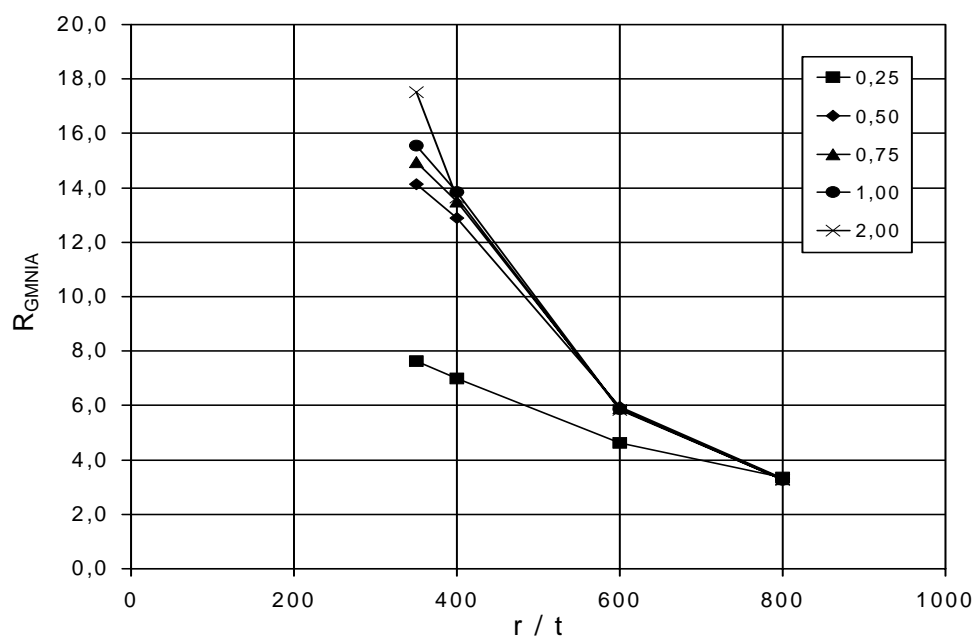




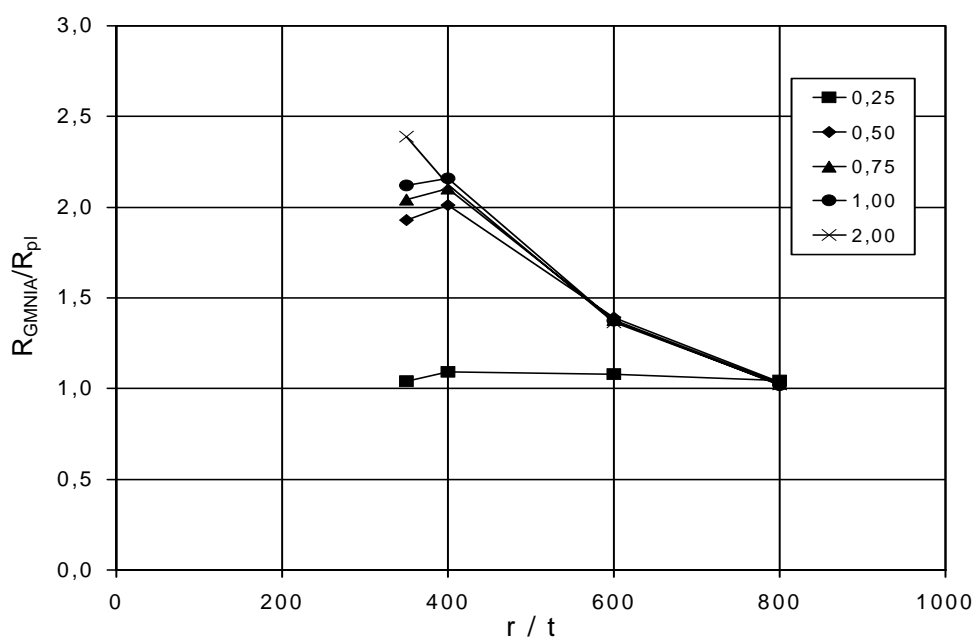
**Bild H.3** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$



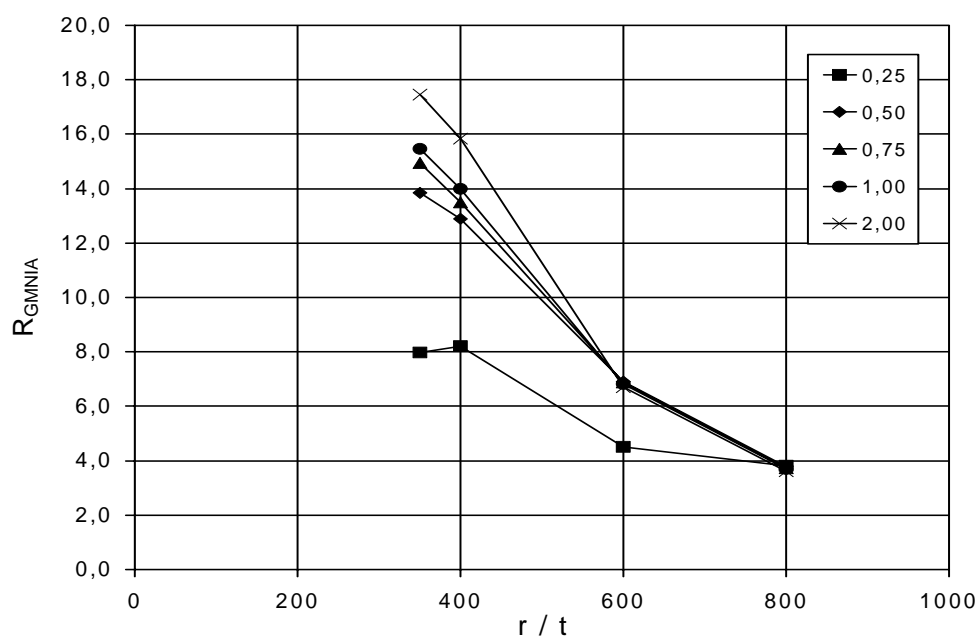
**Bild H.4** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$



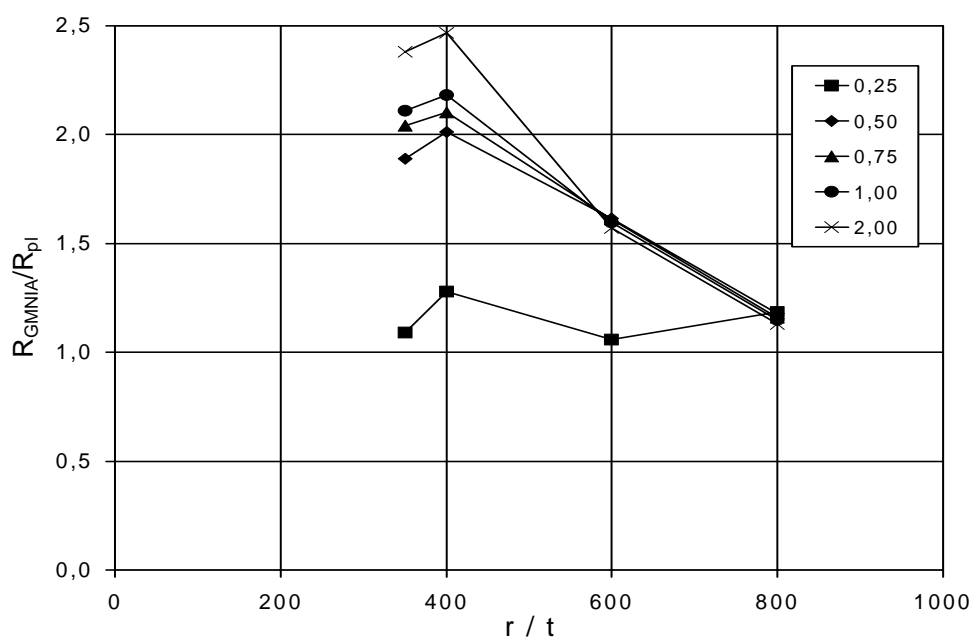
**Bild H.5** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$



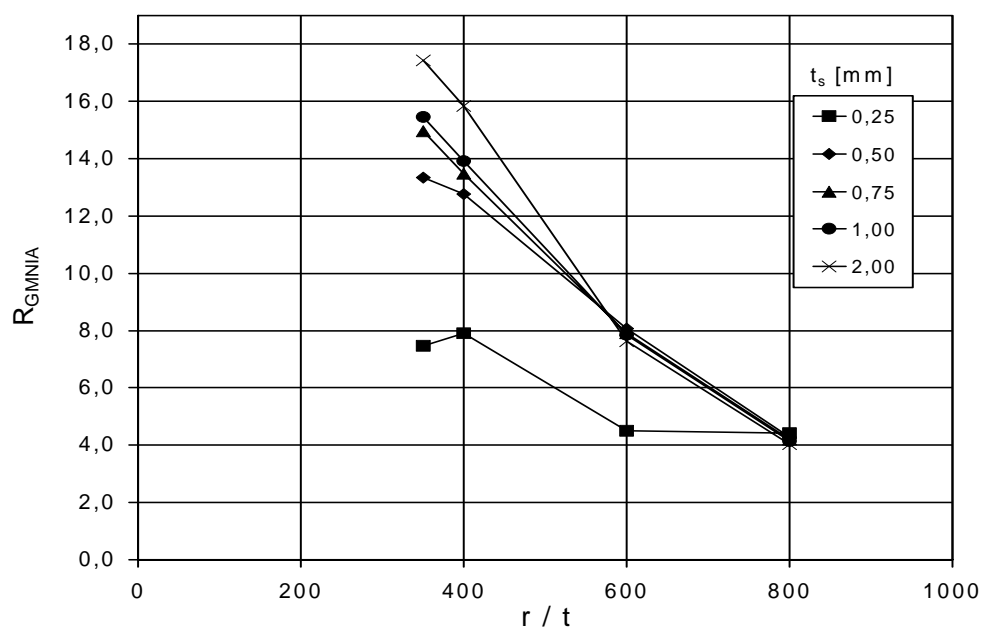
**Bild H.6** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$



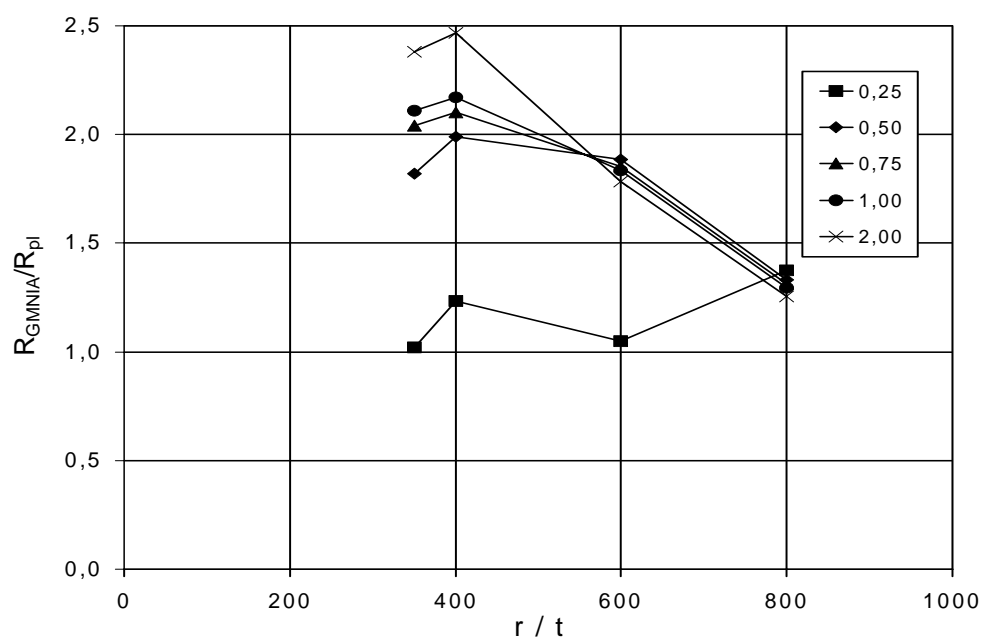
**Bild H.7** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$



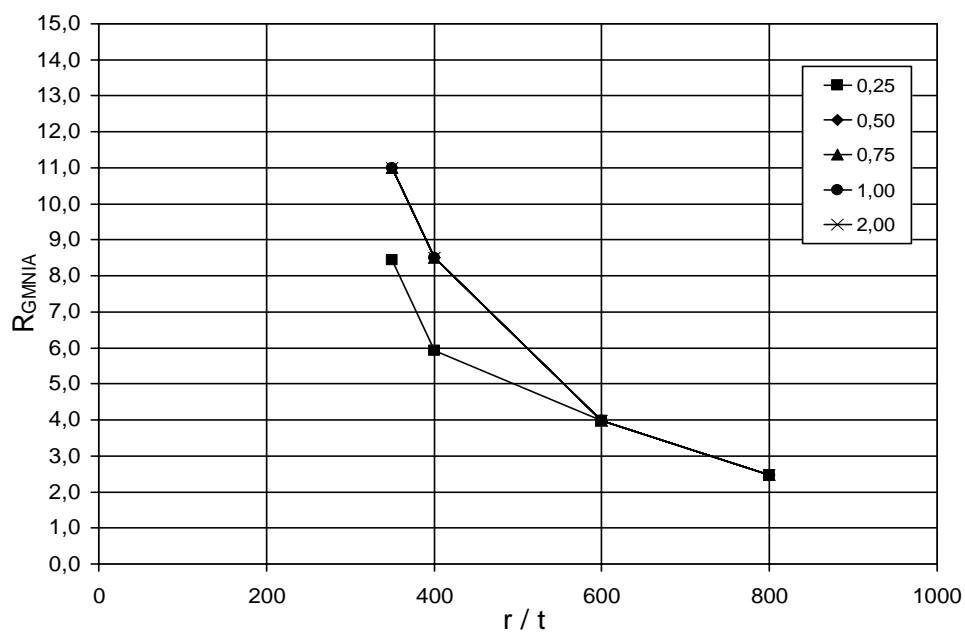
**Bild H.8** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$



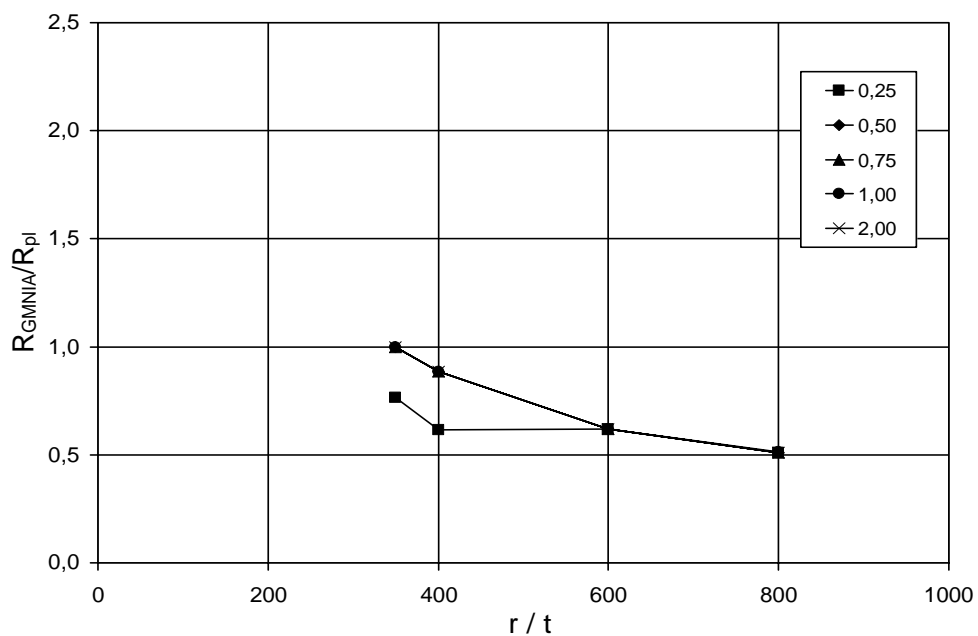
**Bild H.9** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$



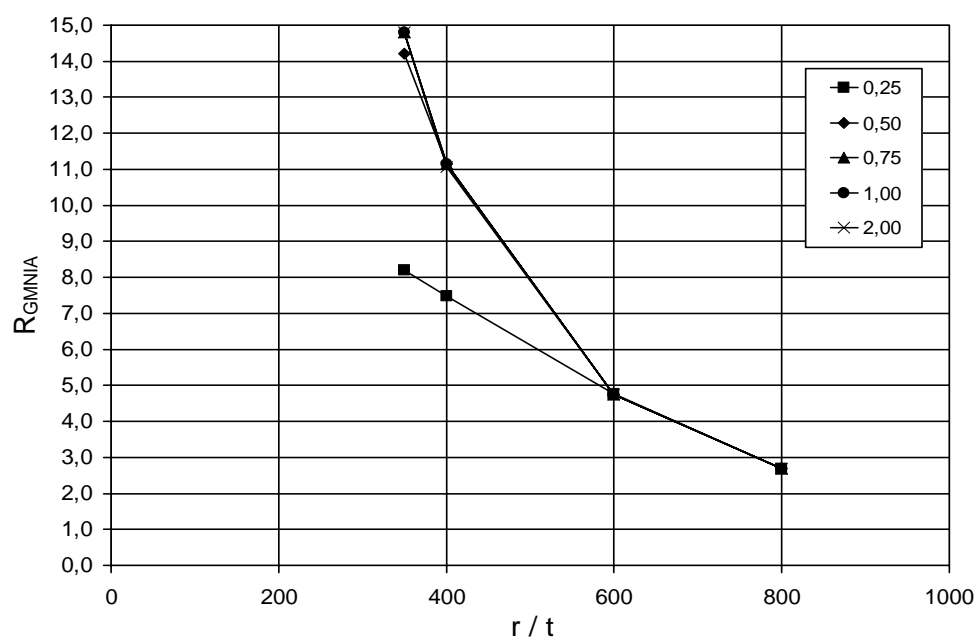
**Bild H.10** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$



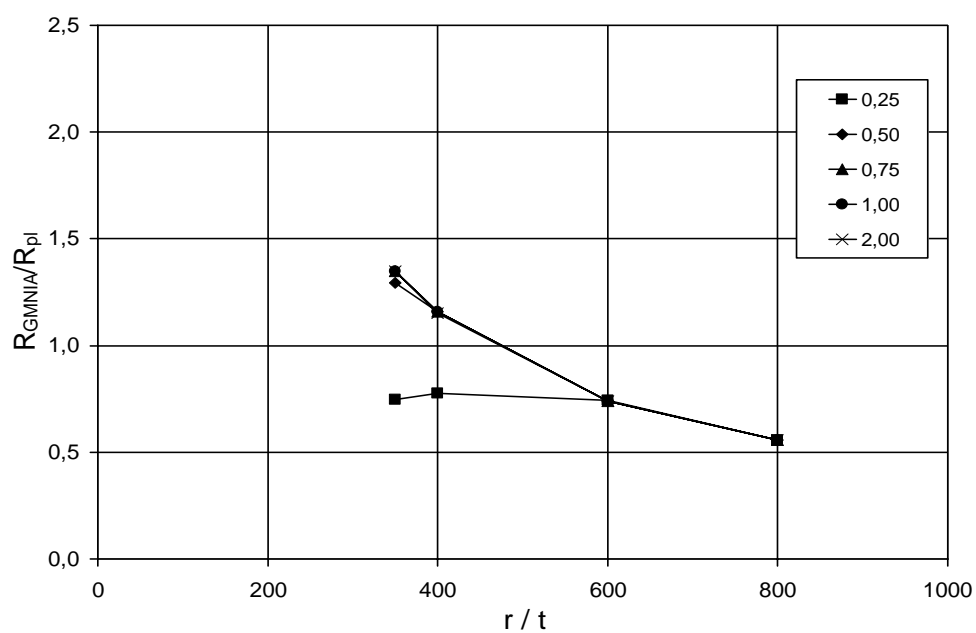
**Bild H.11** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$



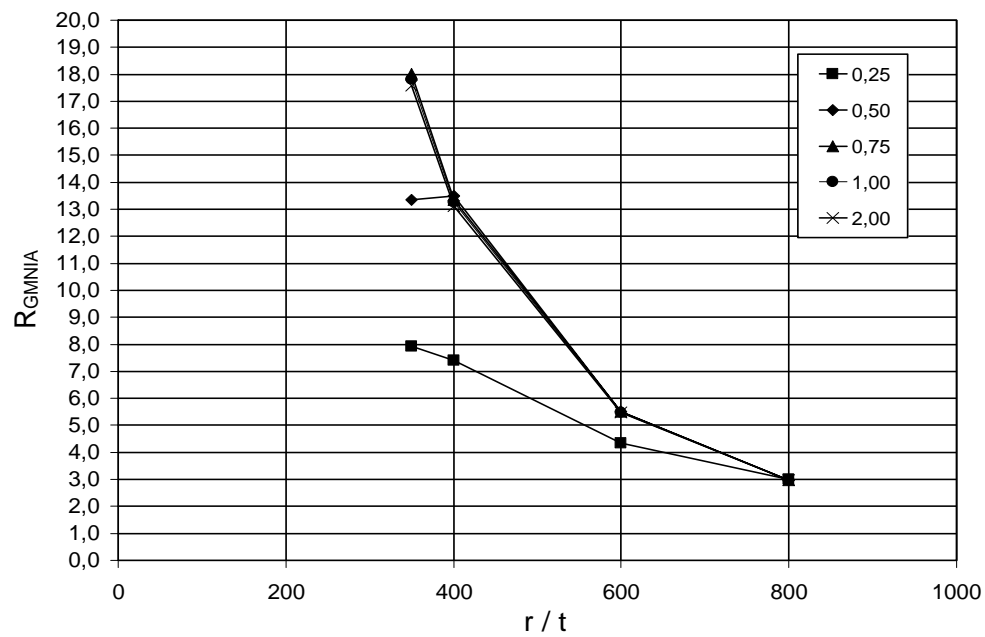
**Bild H.12** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$



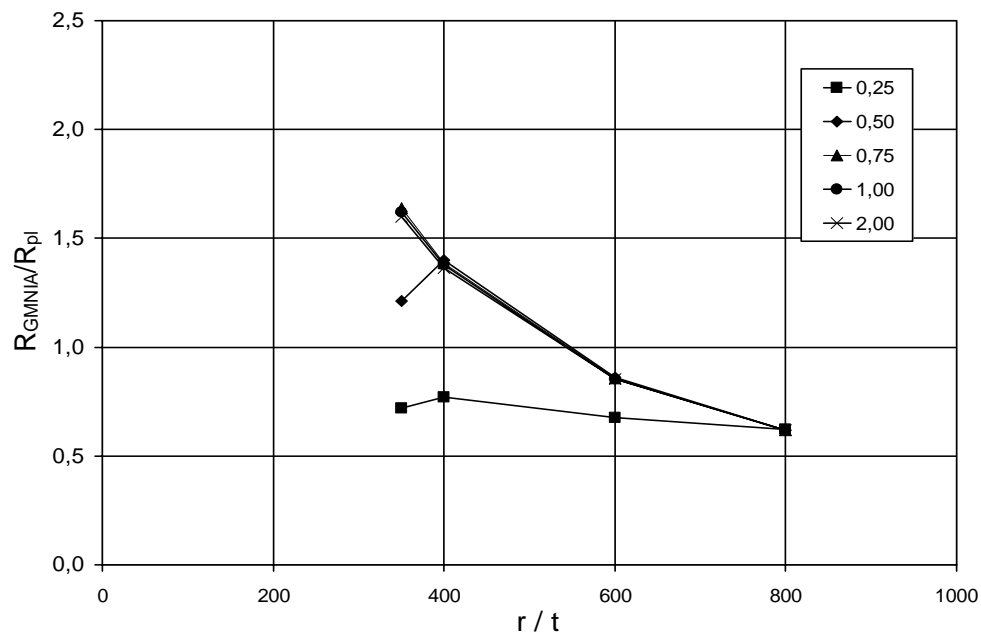
**Bild H.13** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$



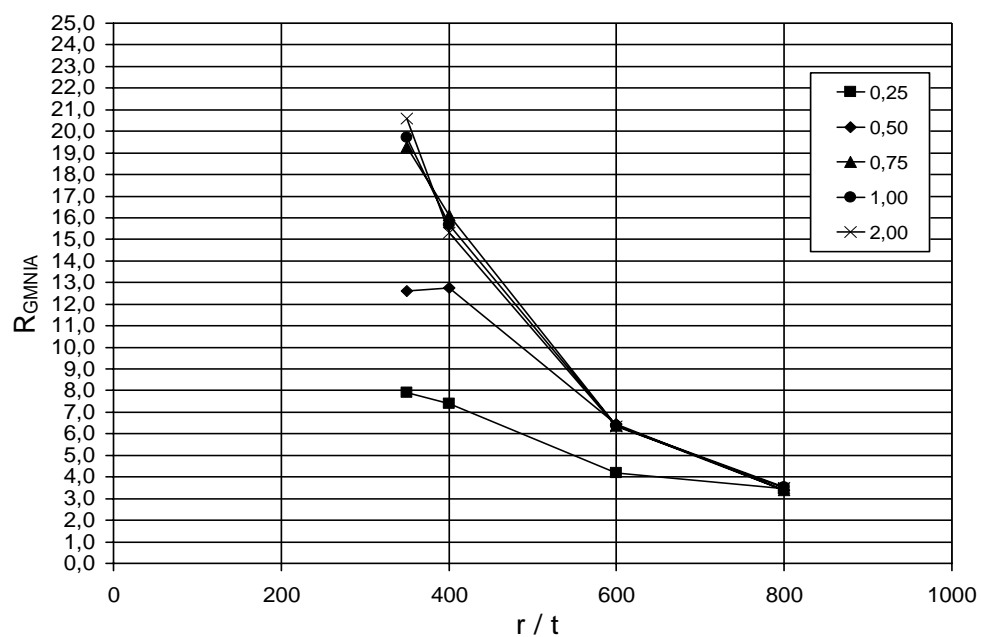
**Bild H.14** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$



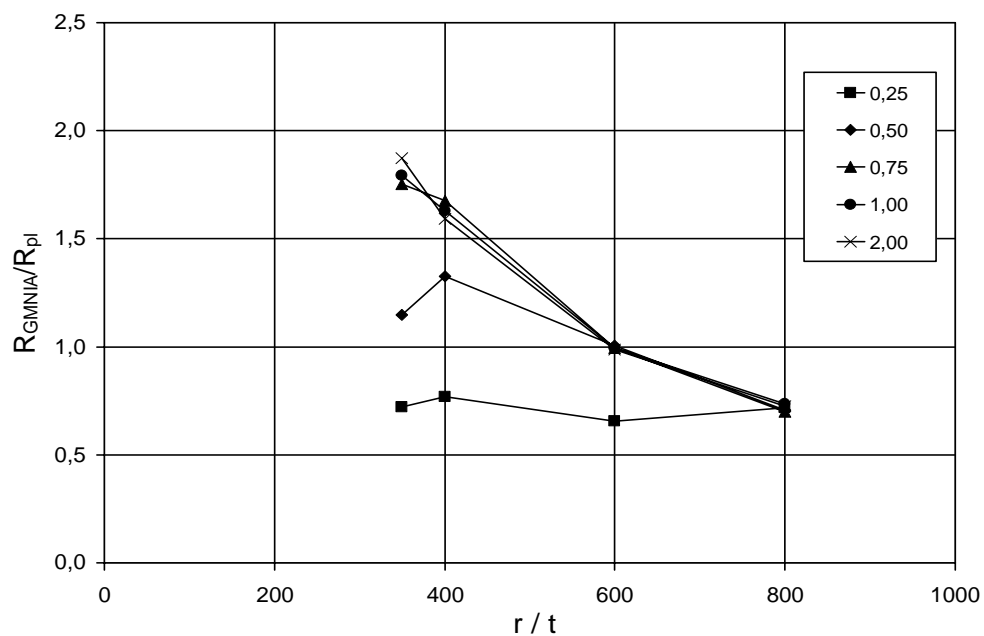
**Bild H.15** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$



**Bild H.16** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$

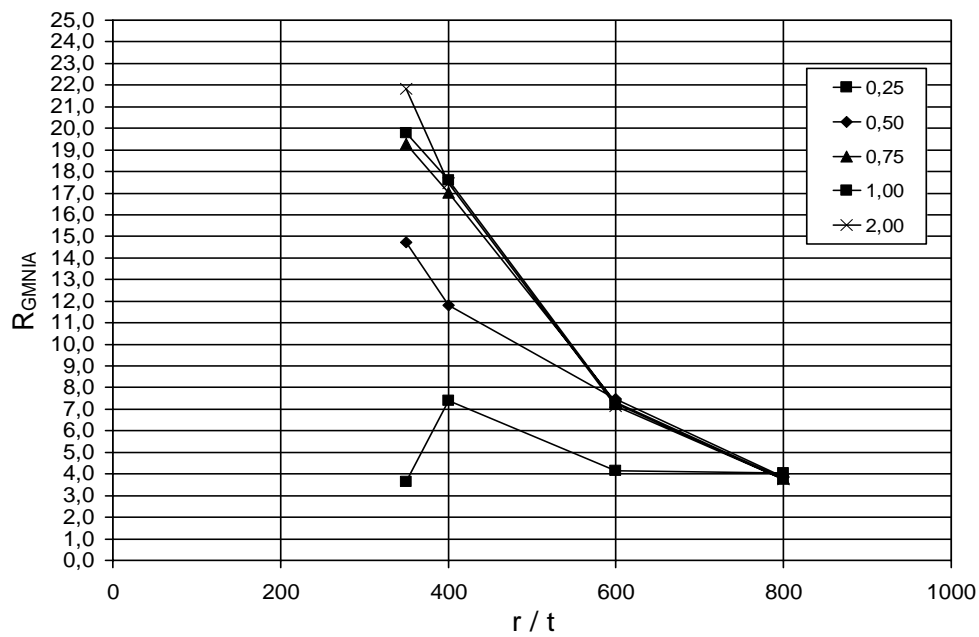


**Bild H.17** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$

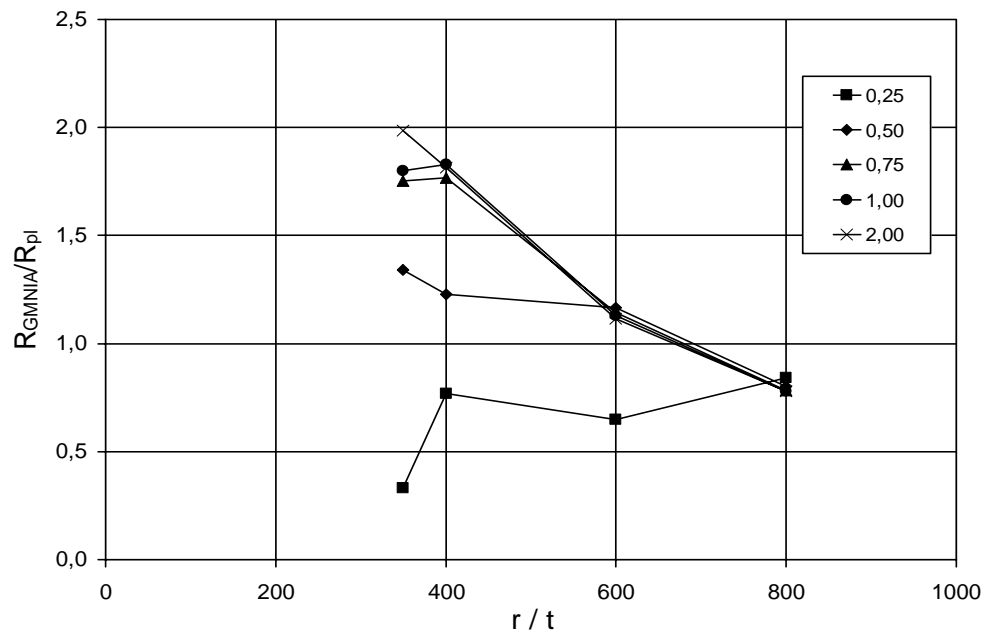


**Bild H.18** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$

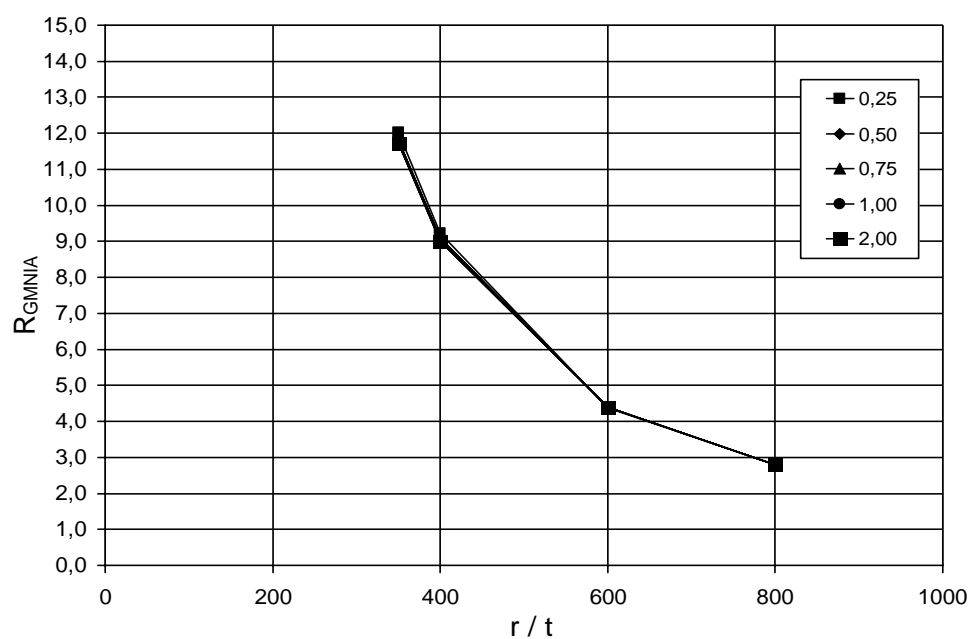




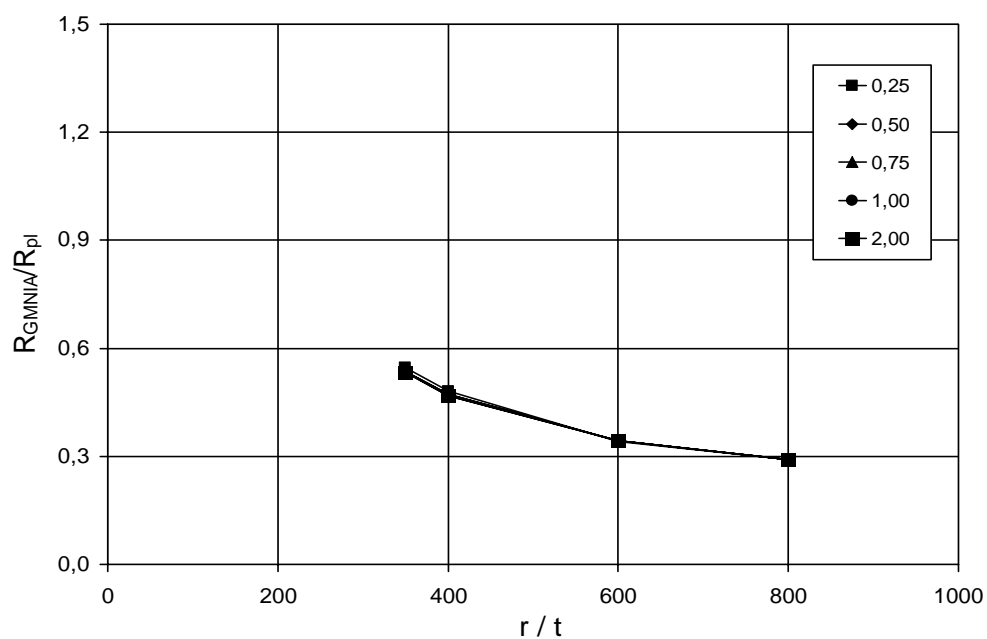
**Bild H.19** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$



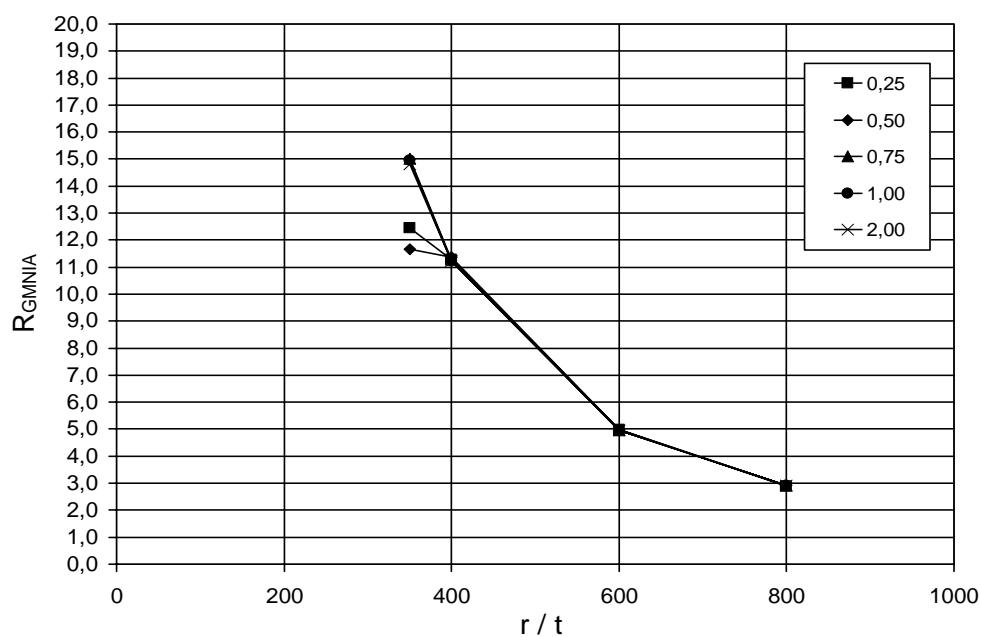
**Bild H.20** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$



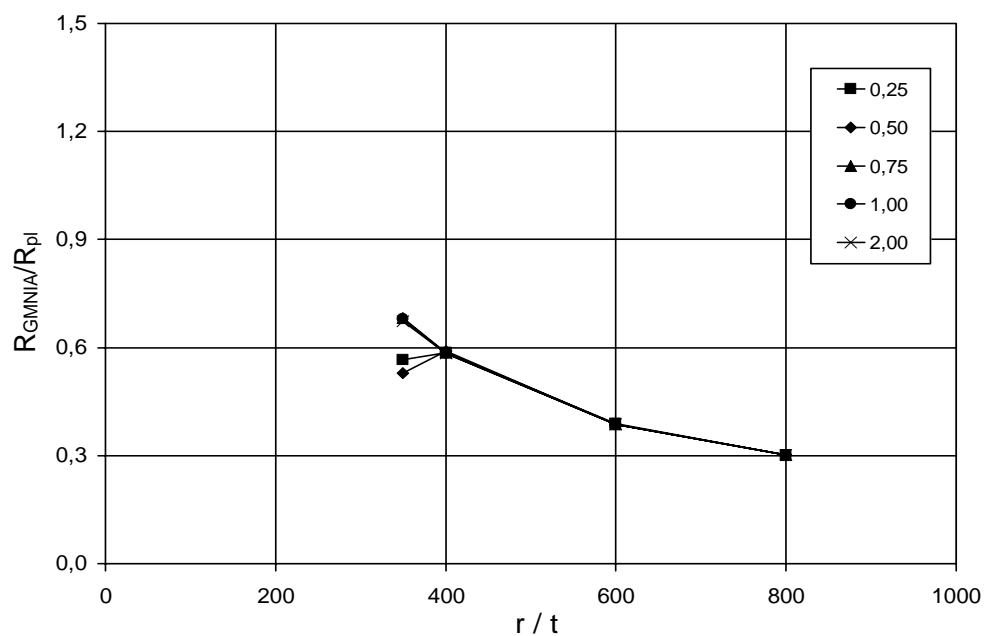
**Bild H.21** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$



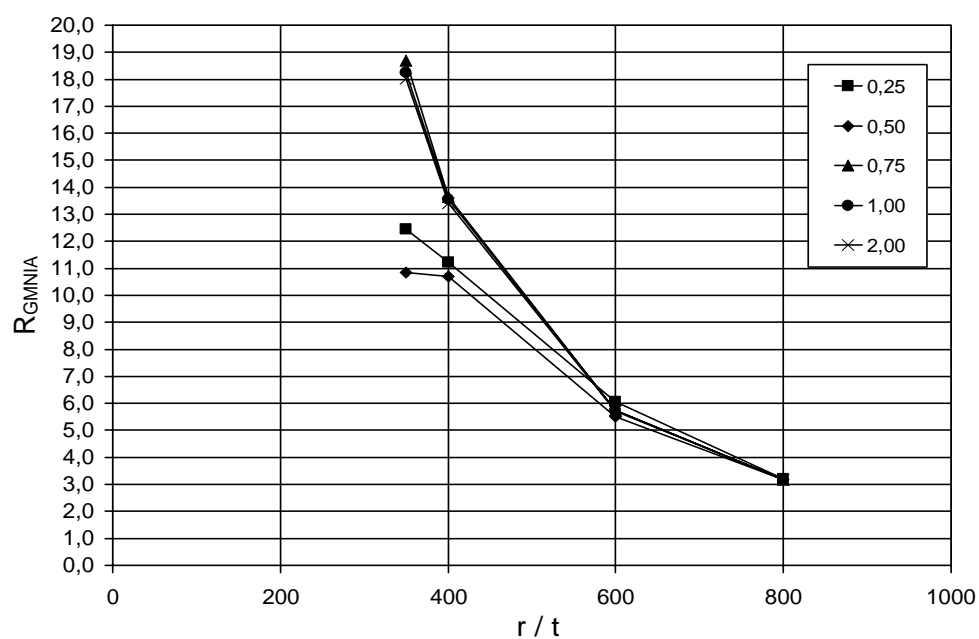
**Bild H.22** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$



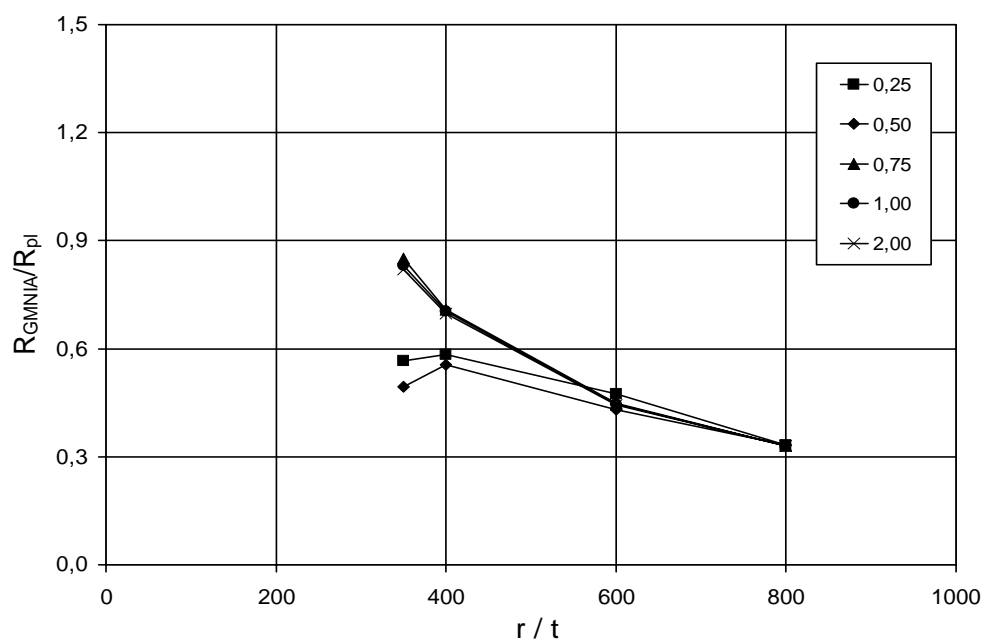
**Bild H.23** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$



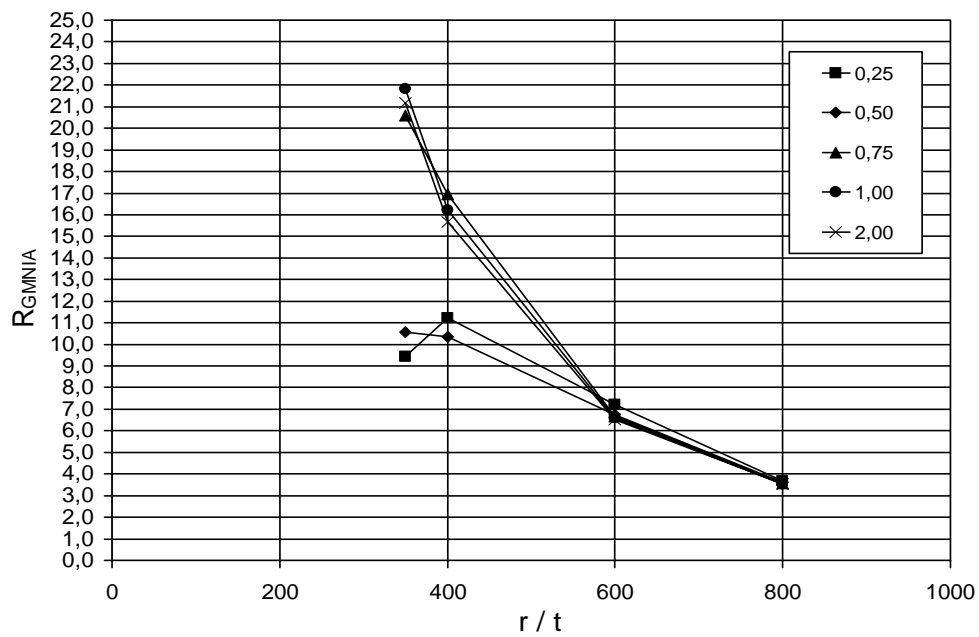
**Bild H.24** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$



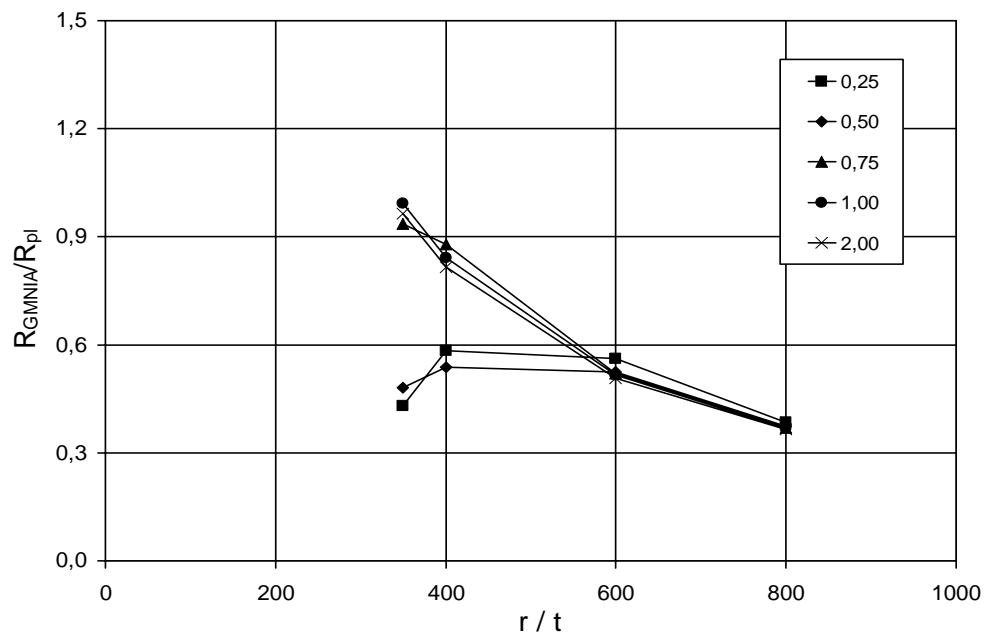
**Bild H.25** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$



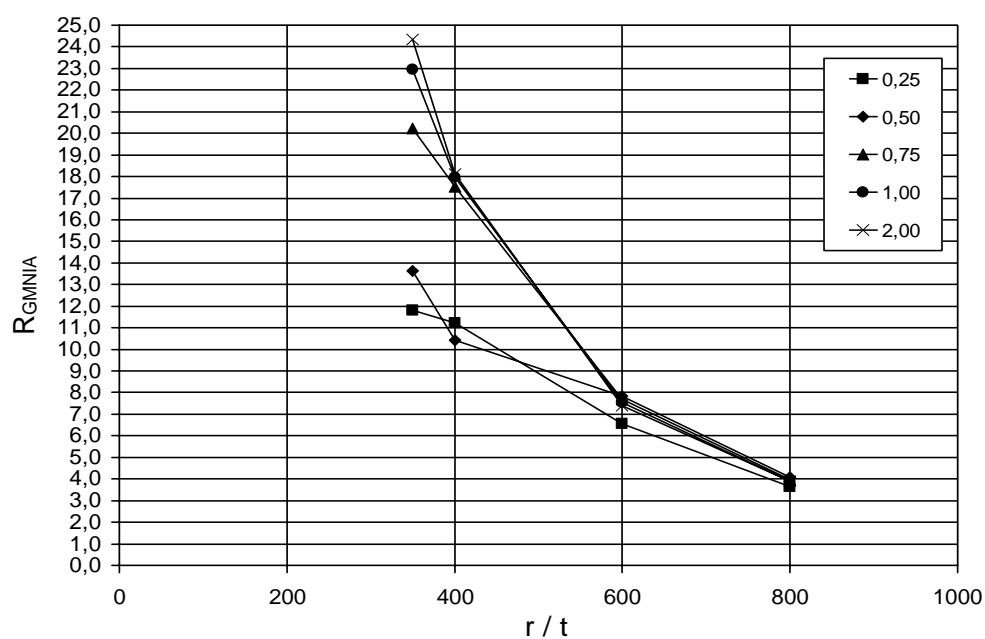
**Bild H.26** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$



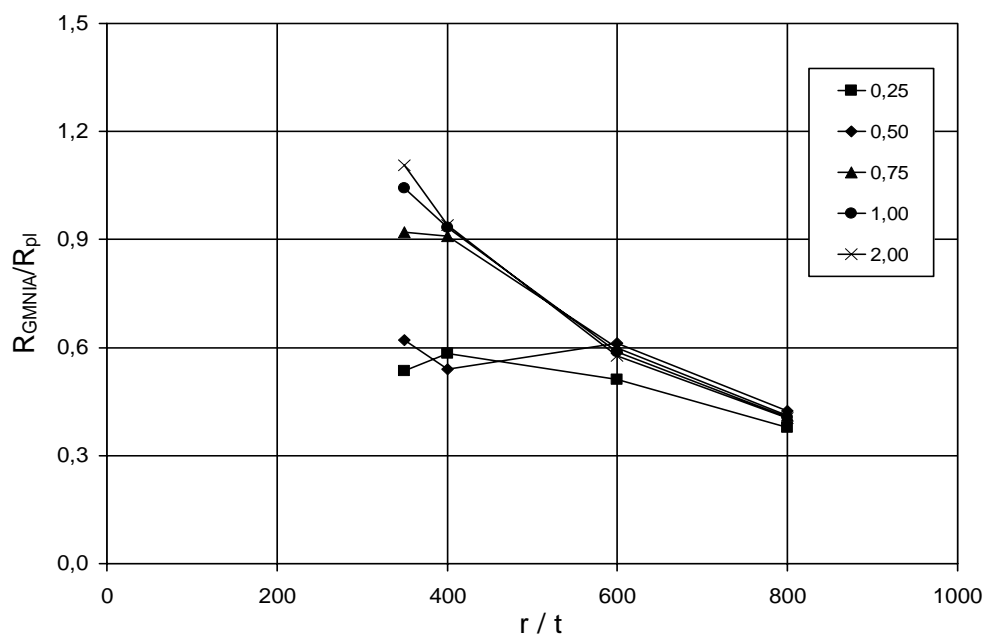
**Bild H.27** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$



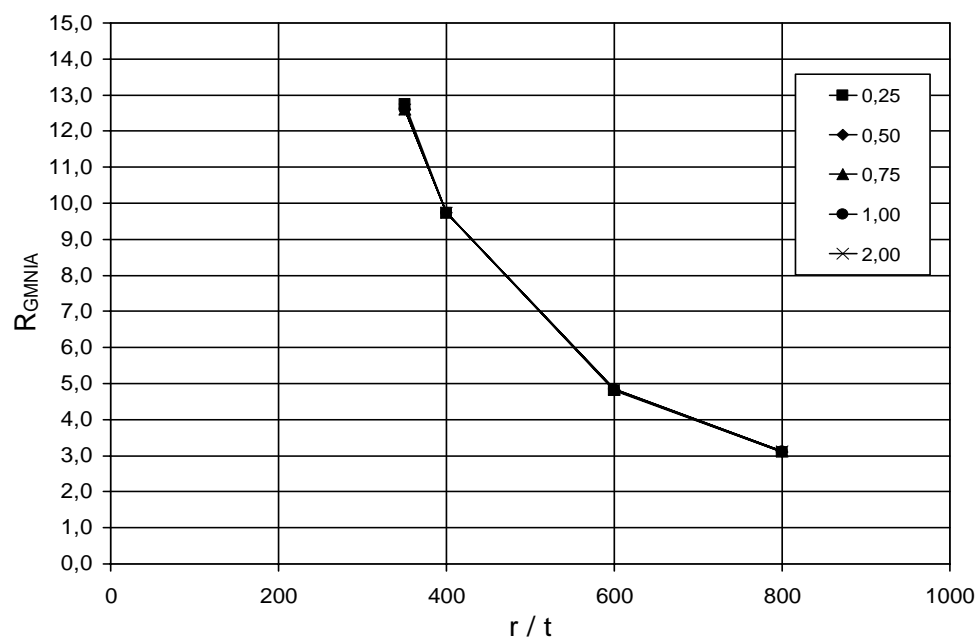
**Bild H.28** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$



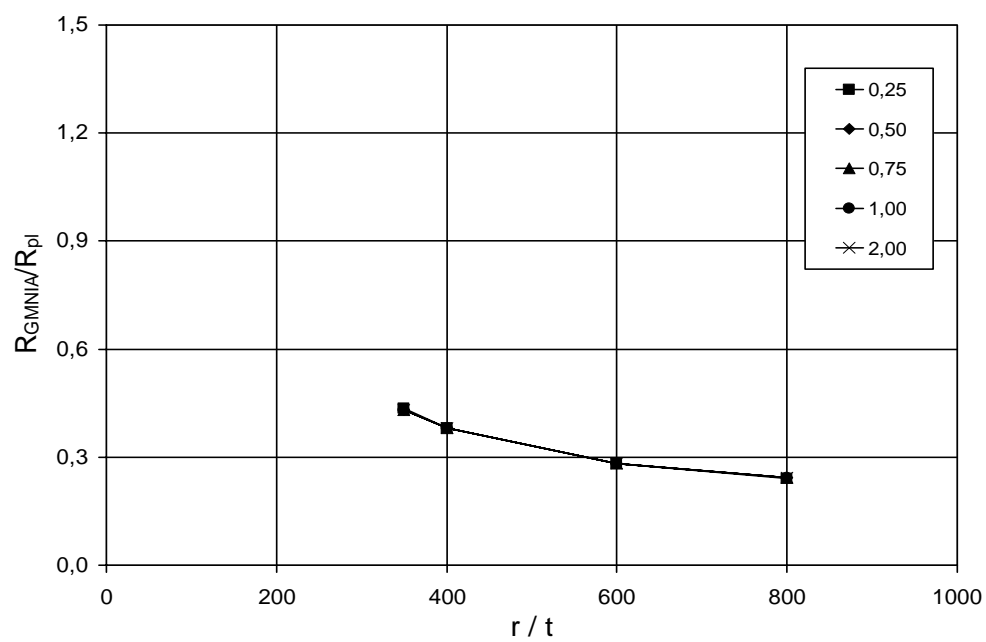
**Bild H.29** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$



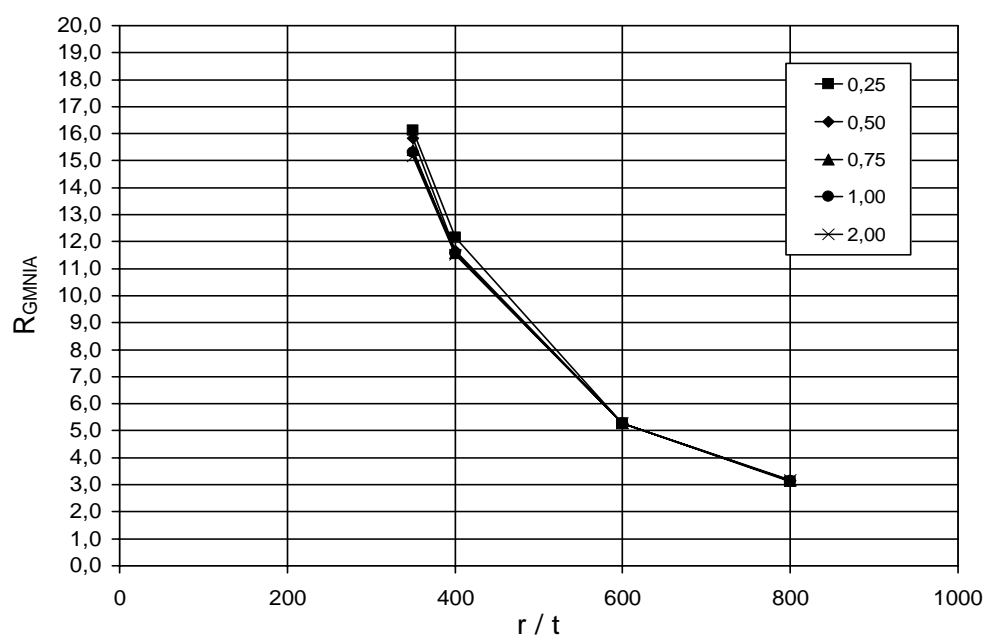
**Bild H.30** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$



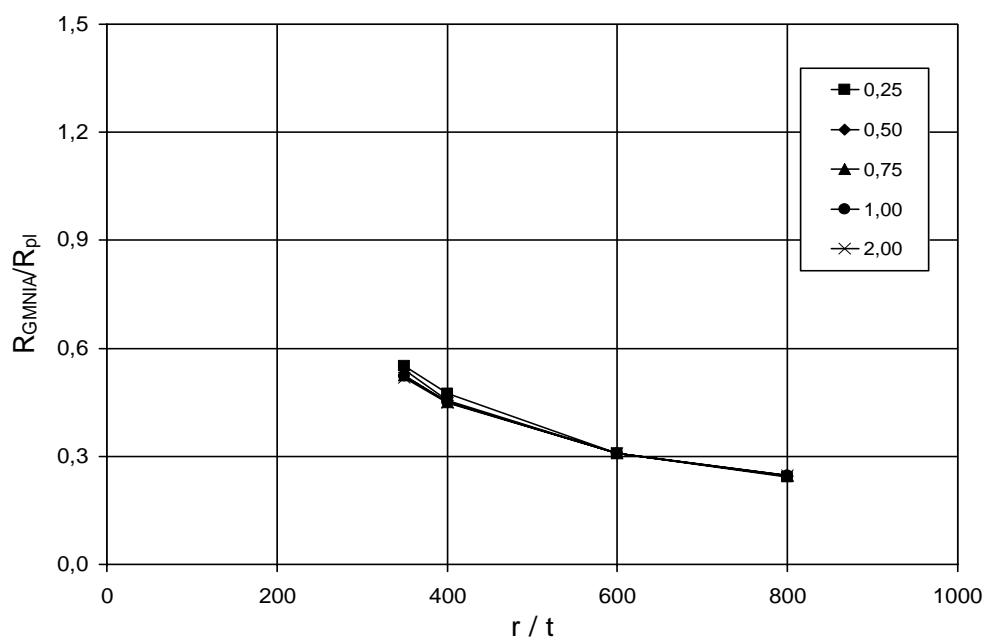
**Bild H.31** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$



**Bild H.32** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$

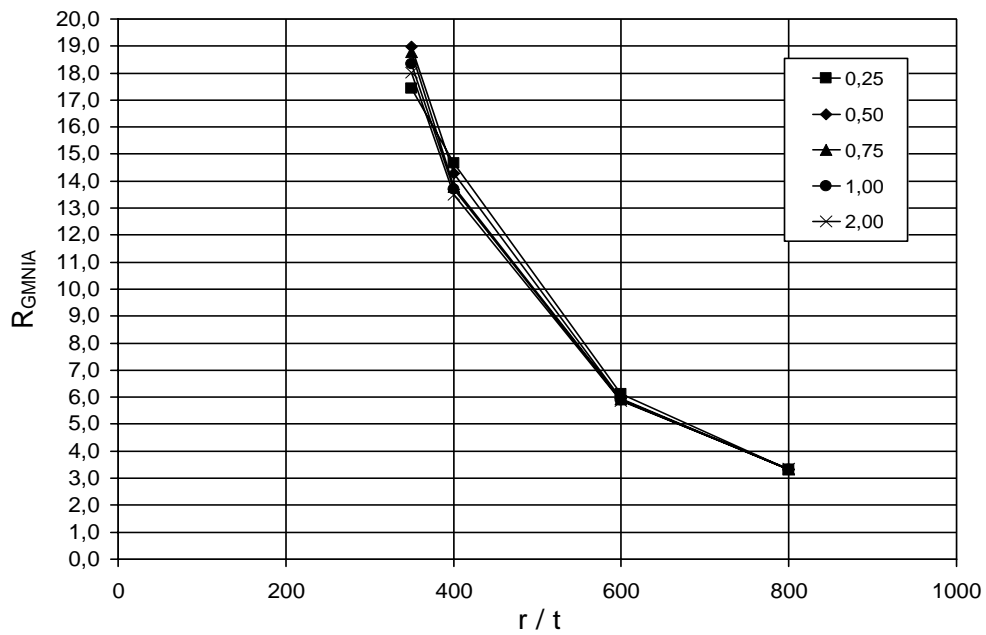


**Bild H.33** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$

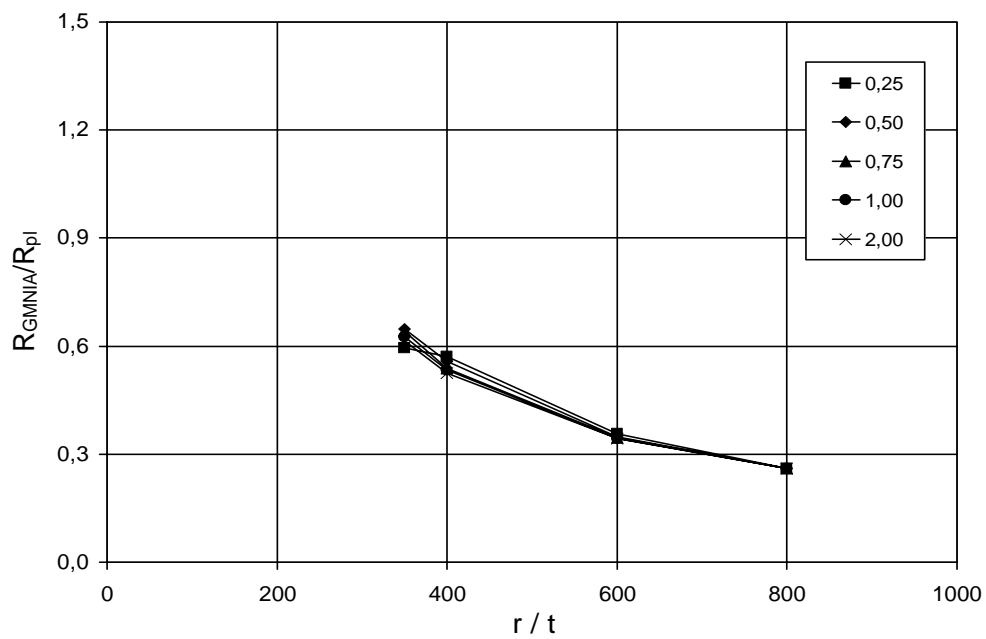


**Bild H.34** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=20\%$  der Zylinderhöhe  $l$

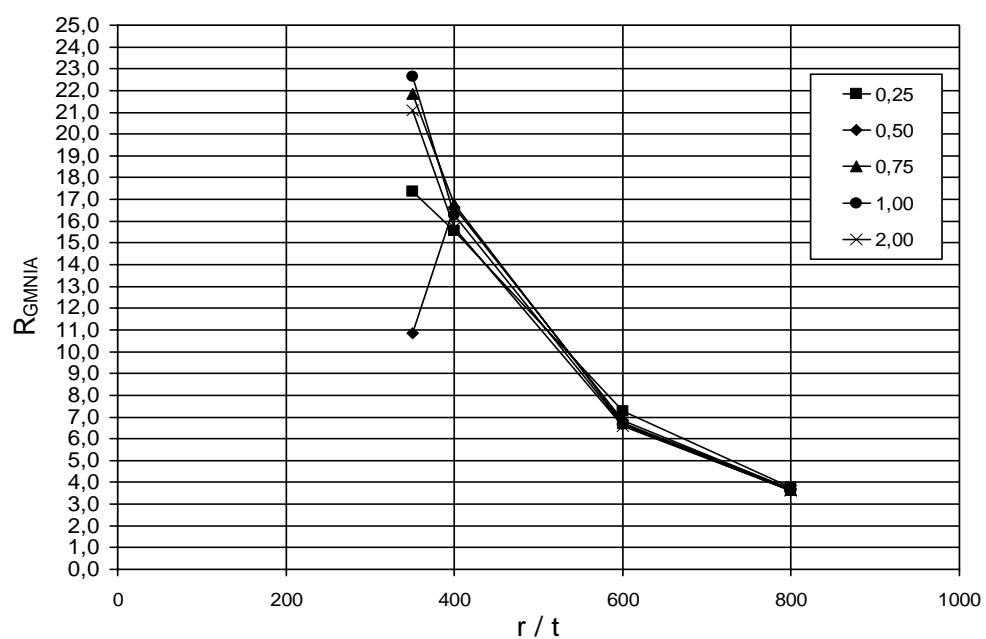




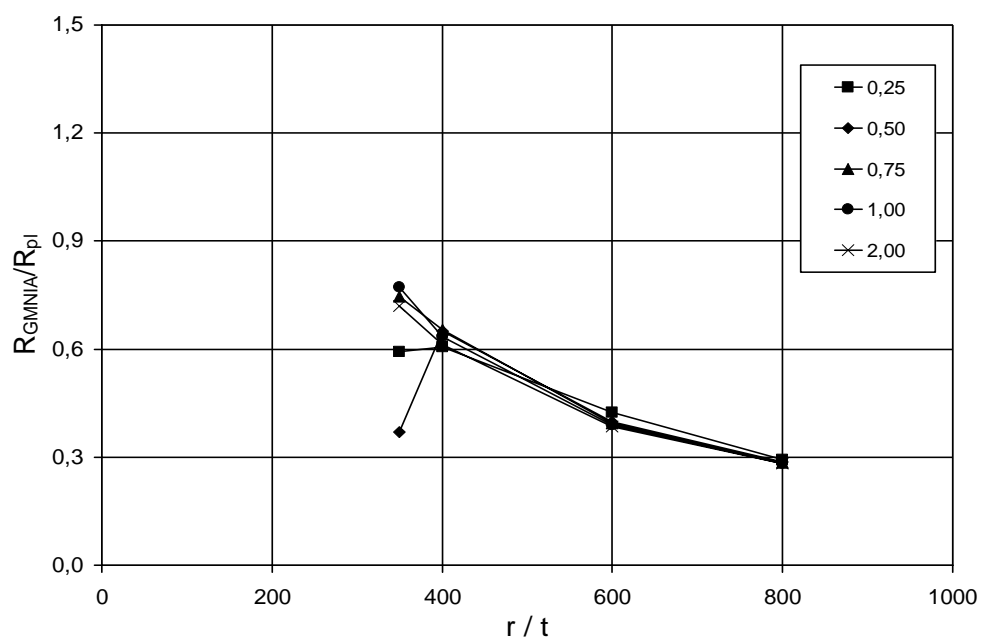
**Bild H.35** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$



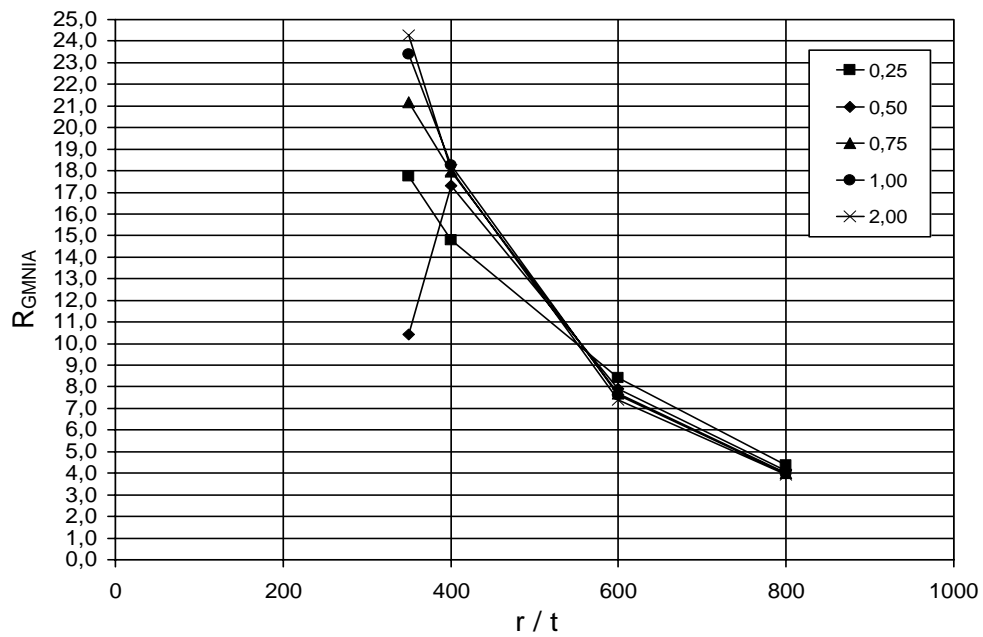
**Bild H.36** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=30\%$  der Zylinderhöhe  $l$



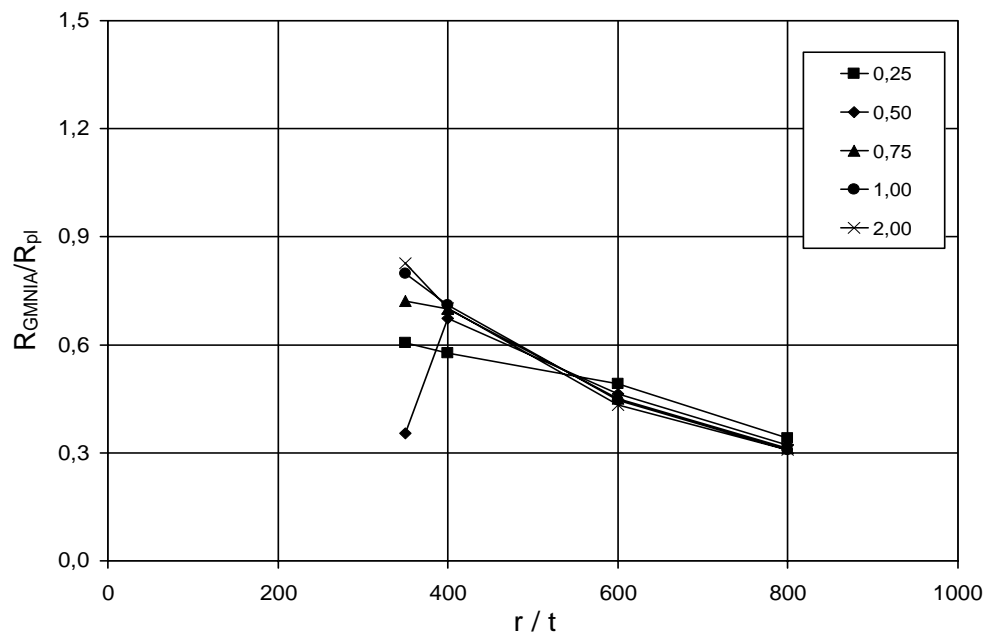
**Bild H.37** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$



**Bild H.38** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=40\%$  der Zylinderhöhe  $l$



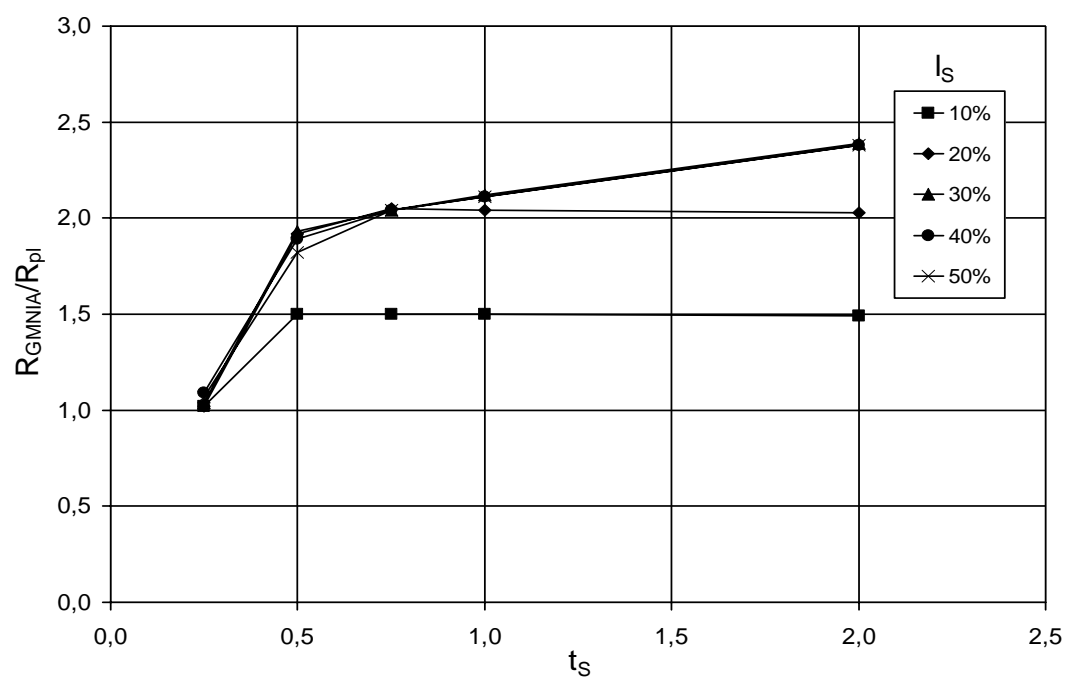
**Bild H.39** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$



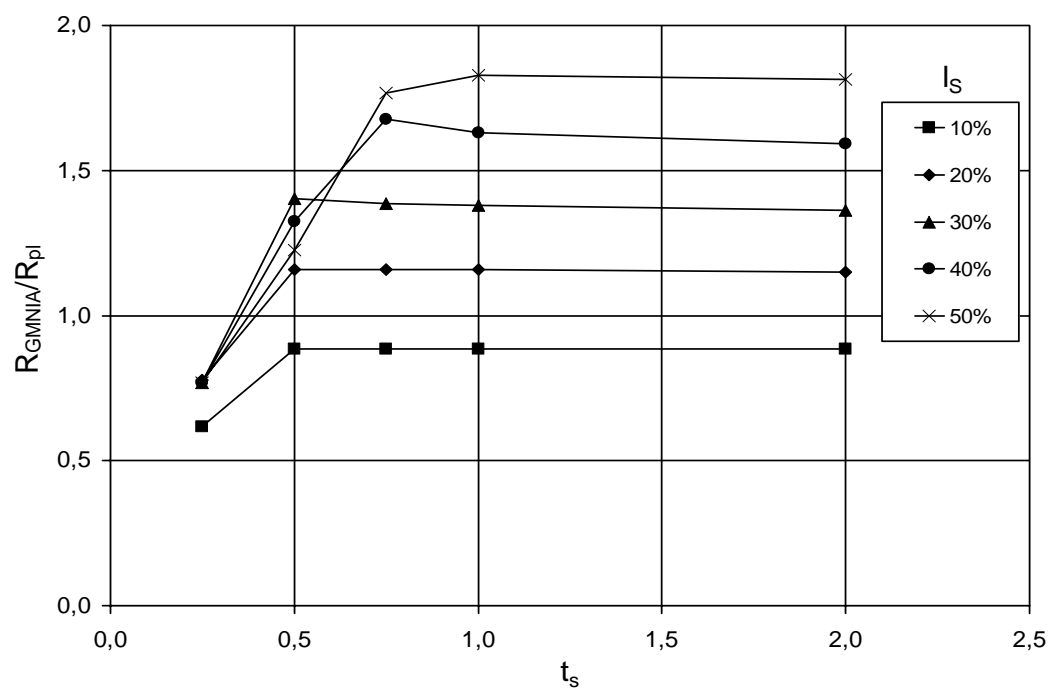
**Bild H.40** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$

# **Anhang I**

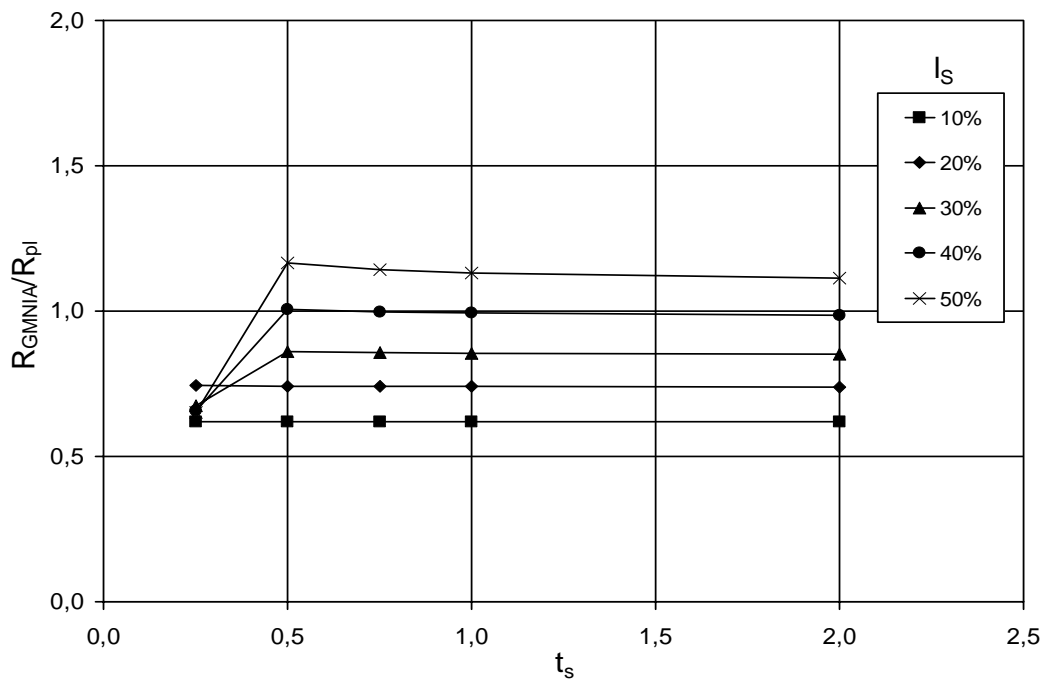
## **Ausgewählte Diagramme der Parameterstudien**



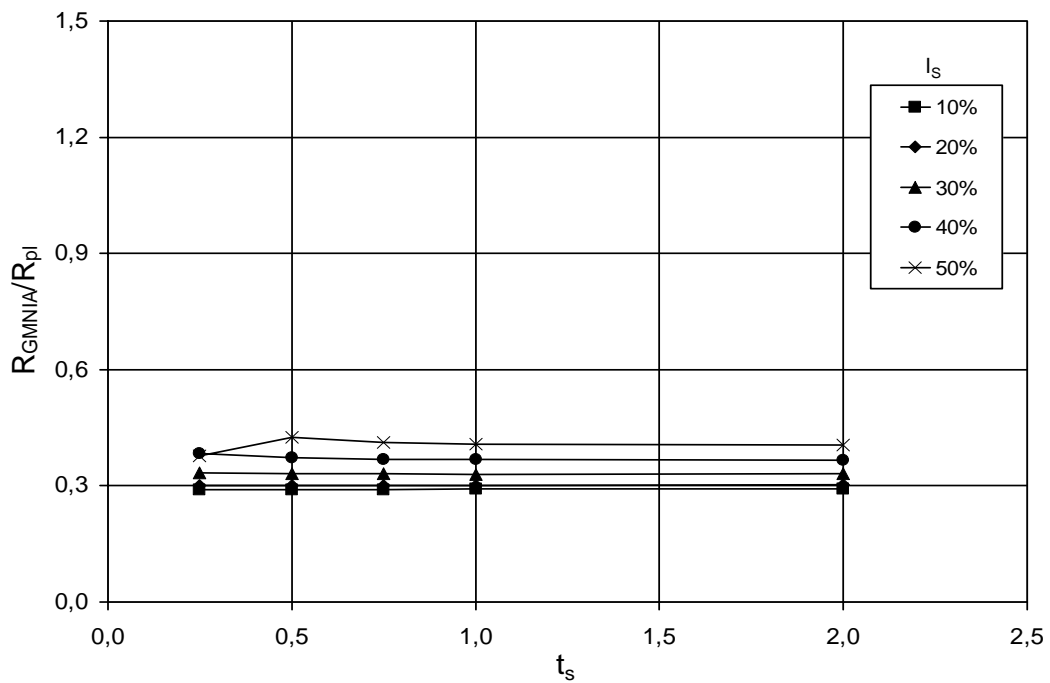
**Bild I.1** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  [mm] für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=350$



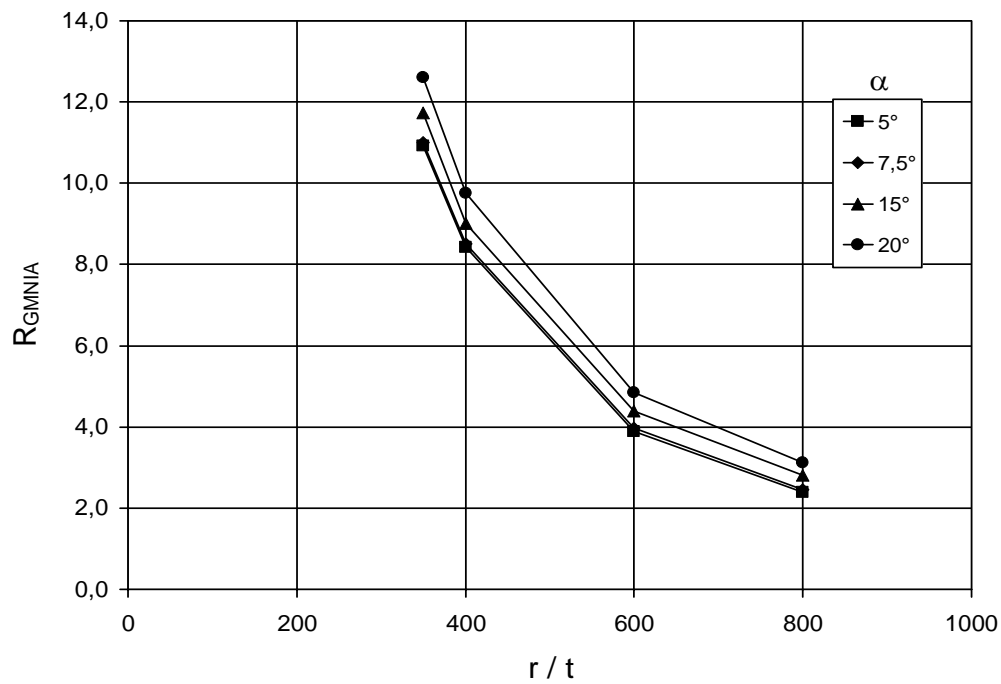
**Bild I.2** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  [mm] für die Silogeometrie:  $\alpha=7,5^\circ$  und  $r/t=400$



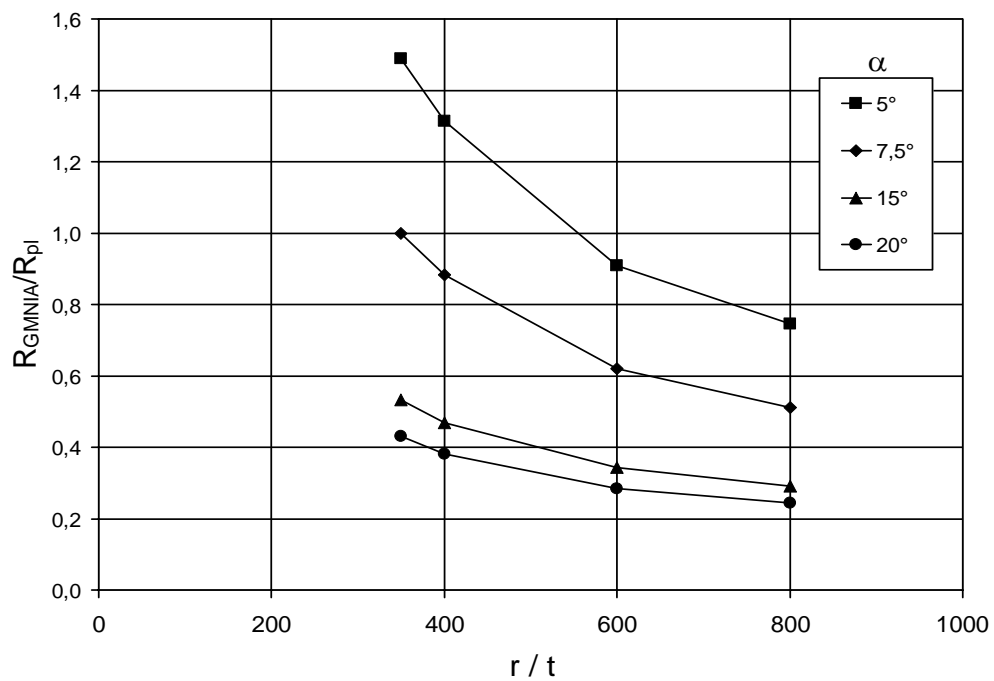
**Bild I.3** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  [mm] für die Silogeometrie:  $\alpha=7.5^\circ$  und  $r/t=600$



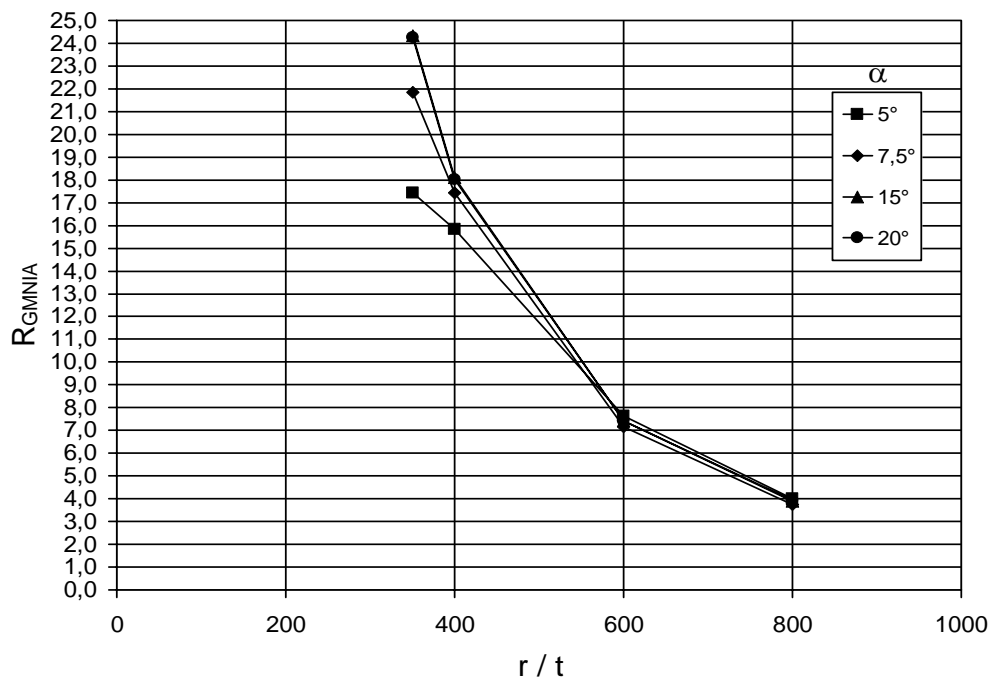
**Bild I.4** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit von der Steifendicke  $t_s$  [mm] für die Silogeometrie:  $\alpha=15^\circ$  und  $r/t=800$



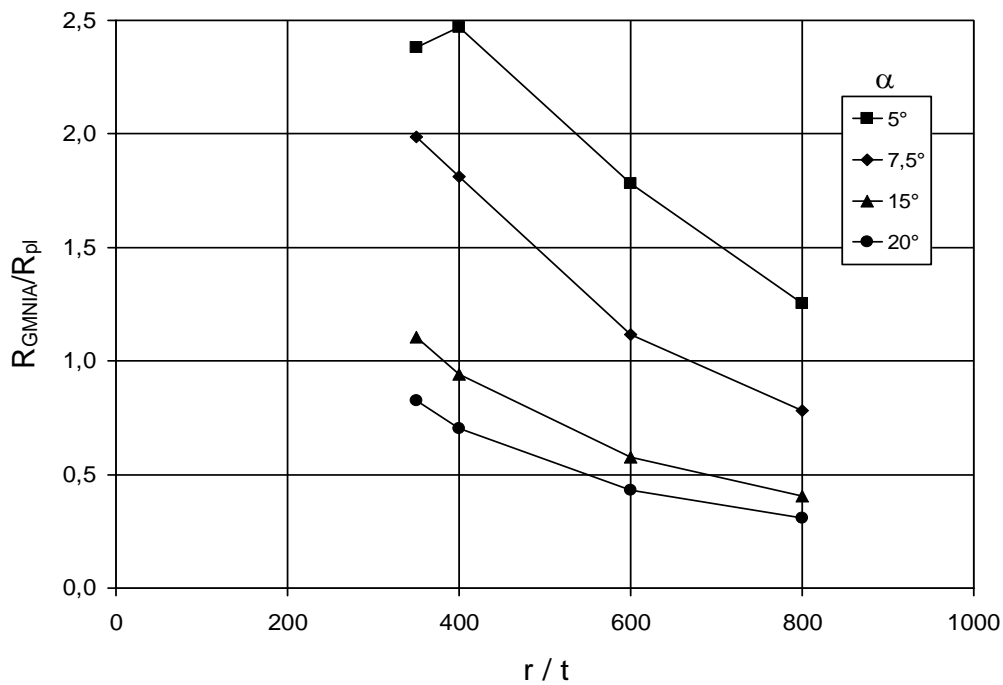
**Bild I.5** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $l_s=10\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=2,0$  mm



**Bild I.6** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $l_s=10\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=2,0$  mm

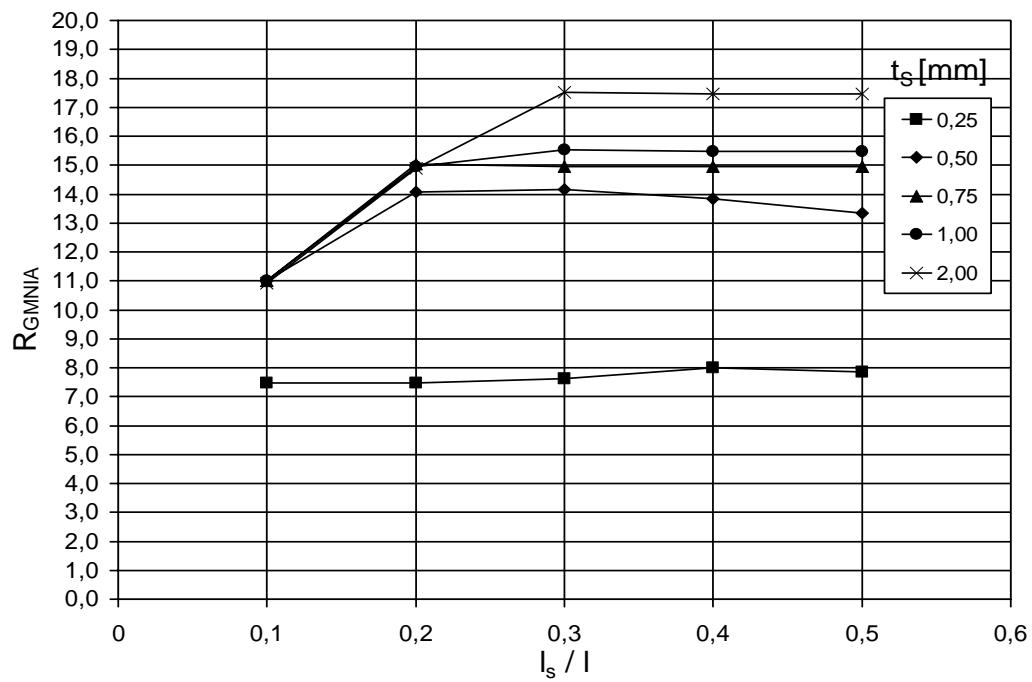


**Bild I.7** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $l_s=50\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=2,0$  mm

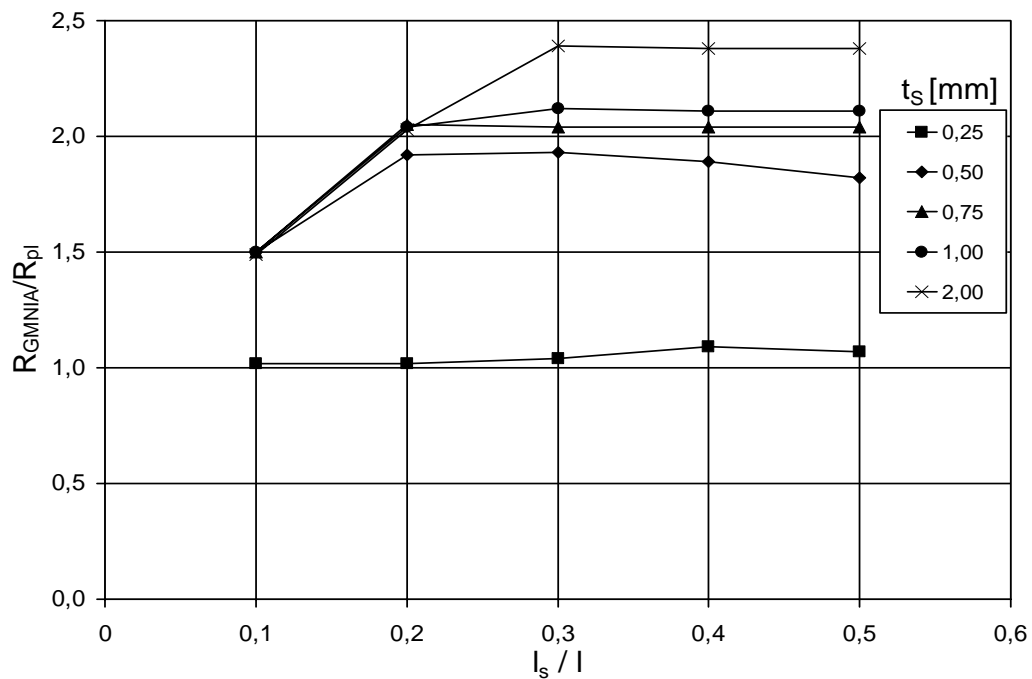


**Bild I.8** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom  $r/t$ -Verhältnis für die Silogeometrie:  $l_s=50\%$  der Zylinderlänge  $l$  und  $t_s=2,0$  mm

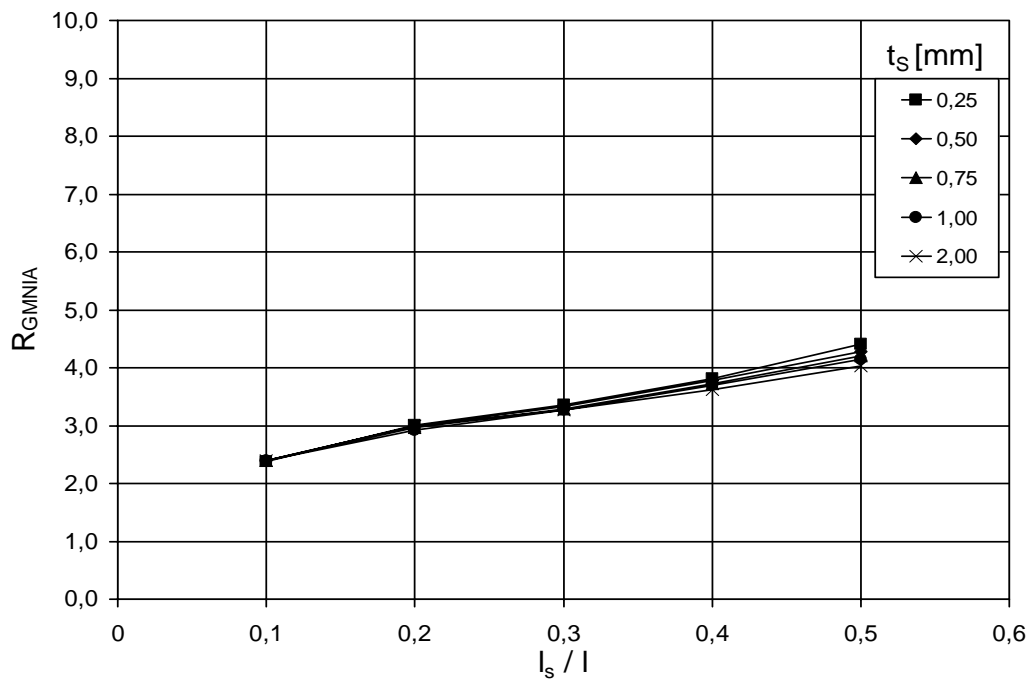




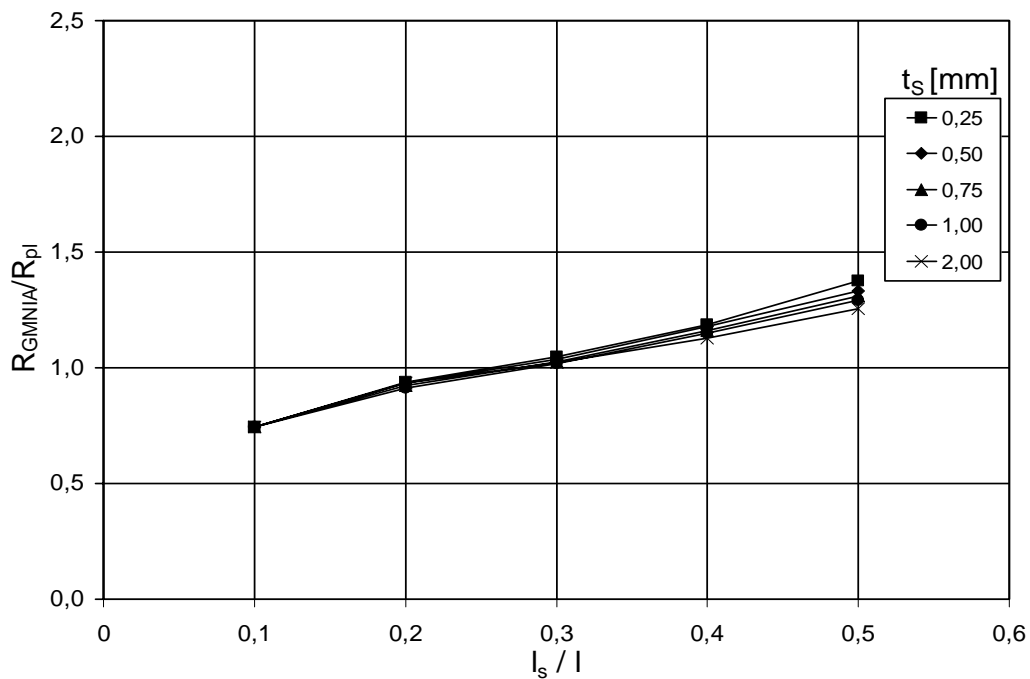
**Bild I.9** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=350$



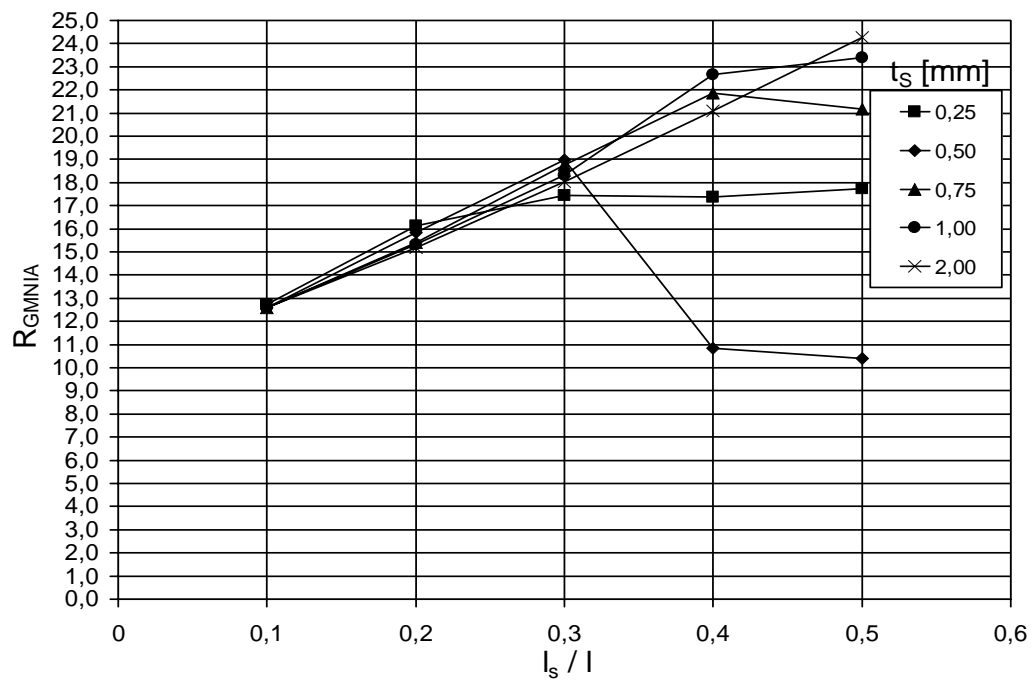
**Bild I.10** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=350$



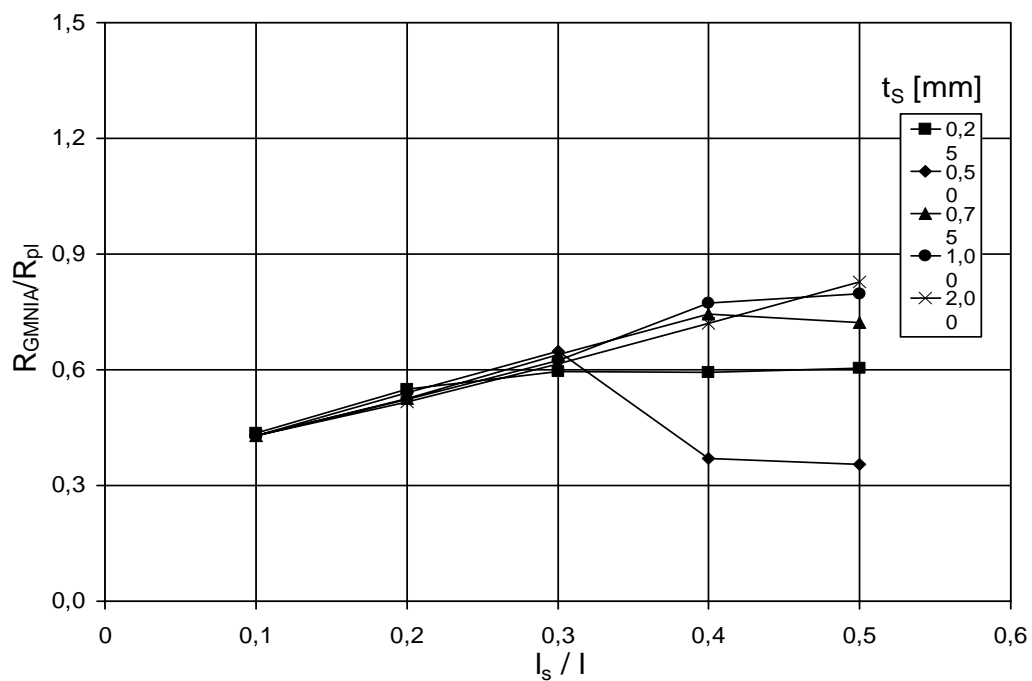
**Bild I.11** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=800$



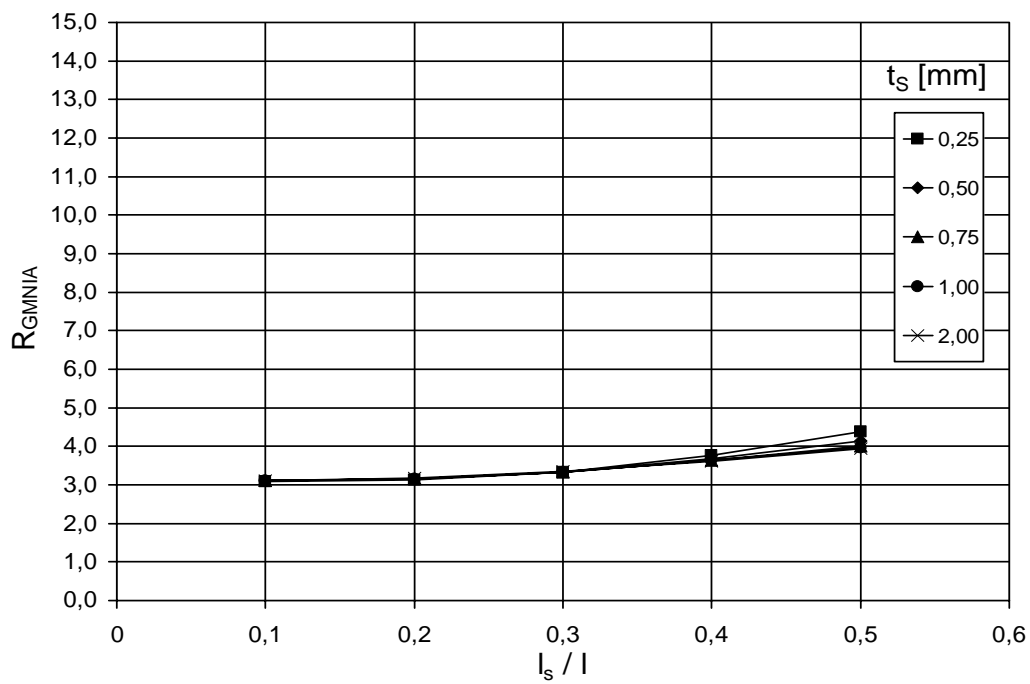
**Bild I.12** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $r/t=800$



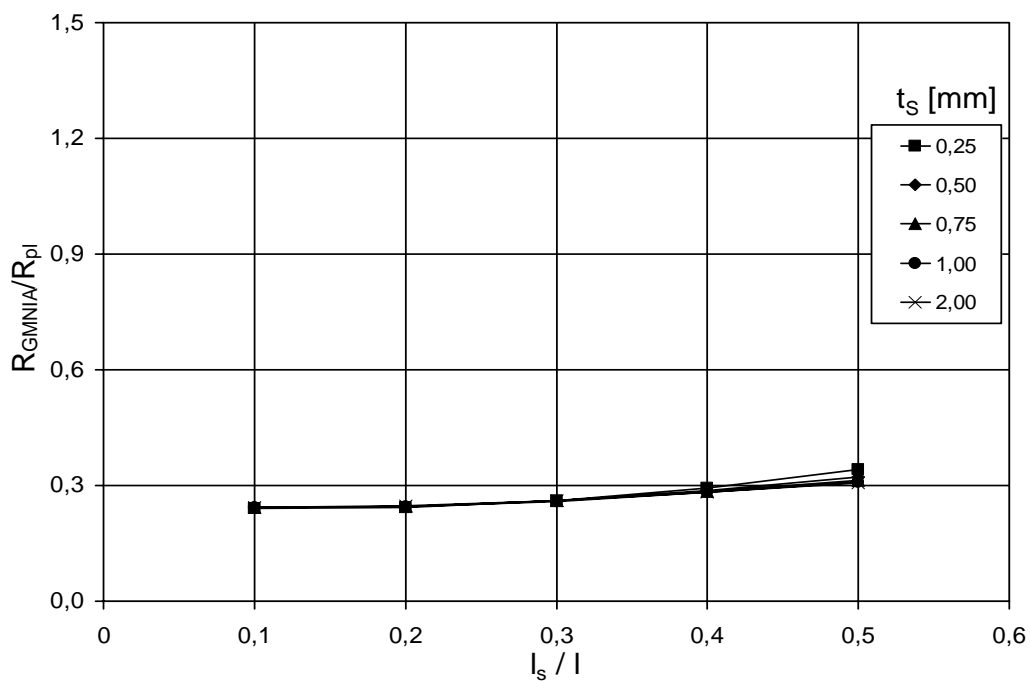
**Bild I.13** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=350$



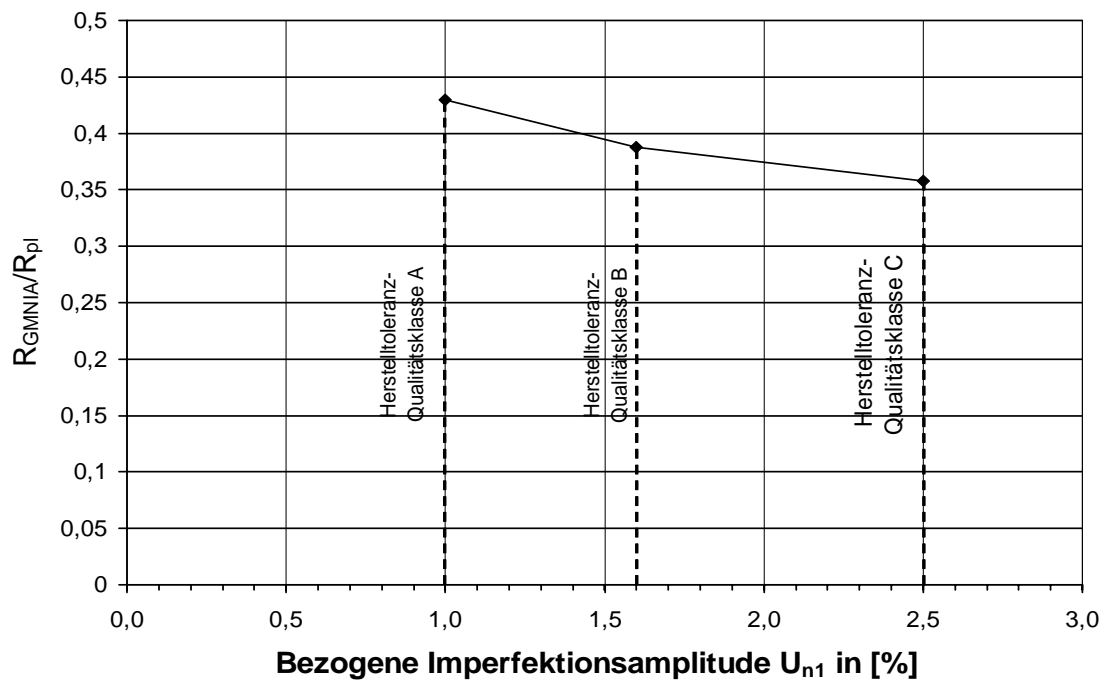
**Bild I.14** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=350$



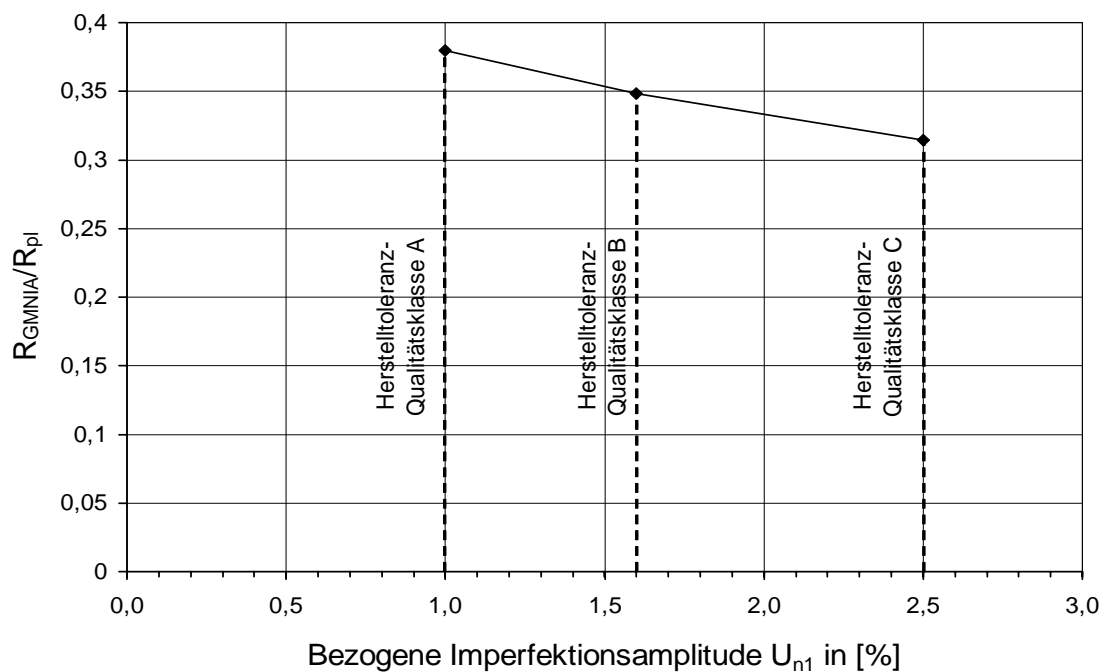
**Bild I.15** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=800$



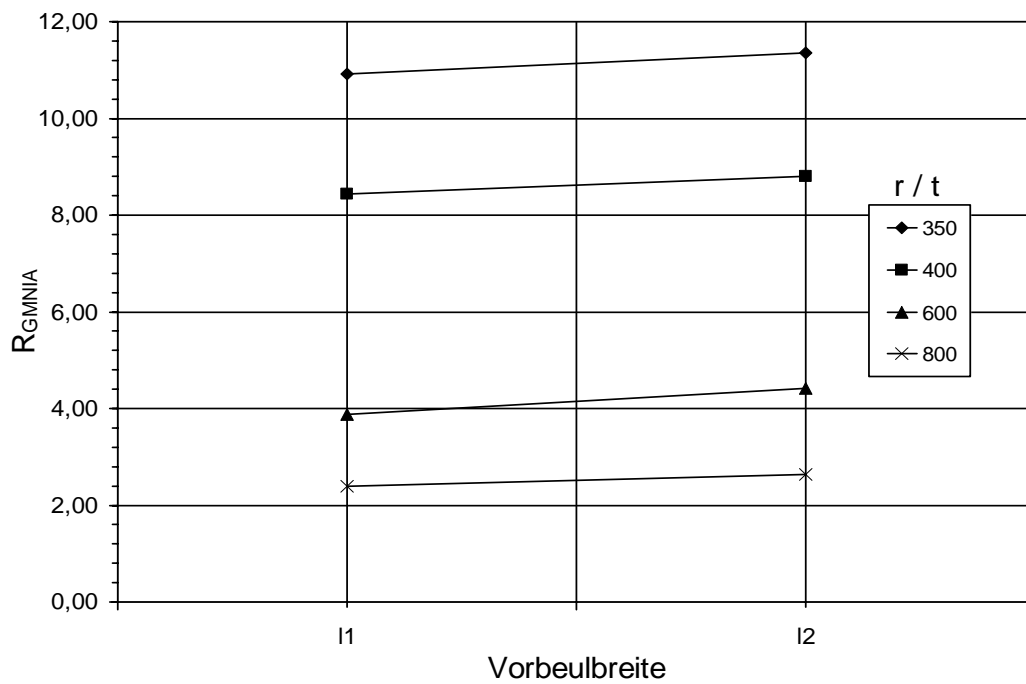
**Bild I.16** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit vom Verhältnis Steifenhöhe/Zylinderhöhe für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=800$



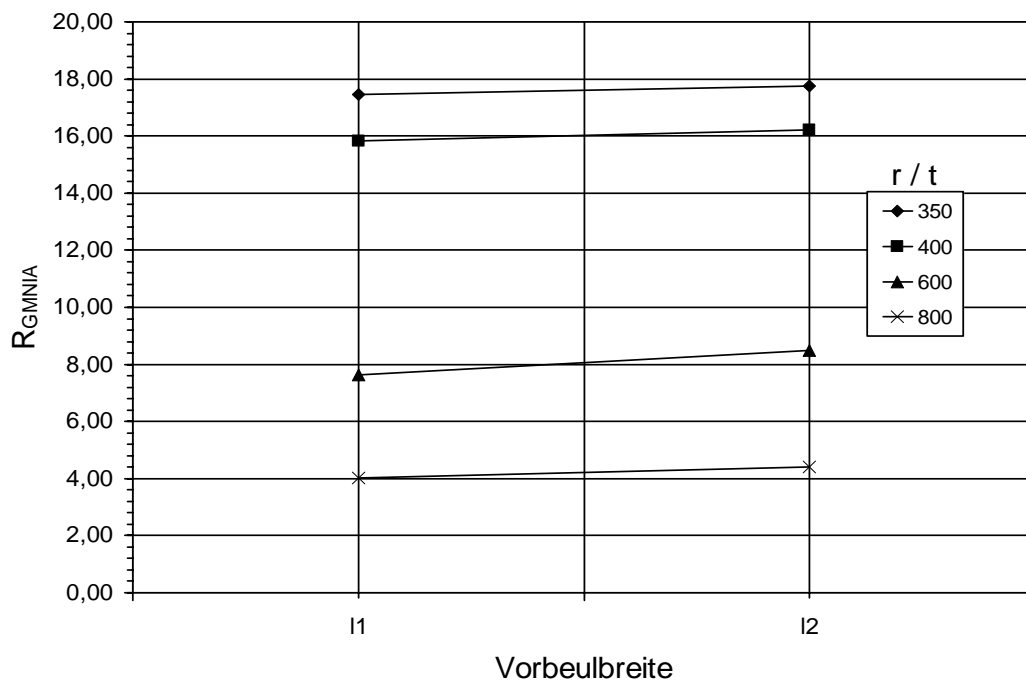
**Bild I.17** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit der bezogenen Imperfektionsamplitude  $U_{n1}$  für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=350$



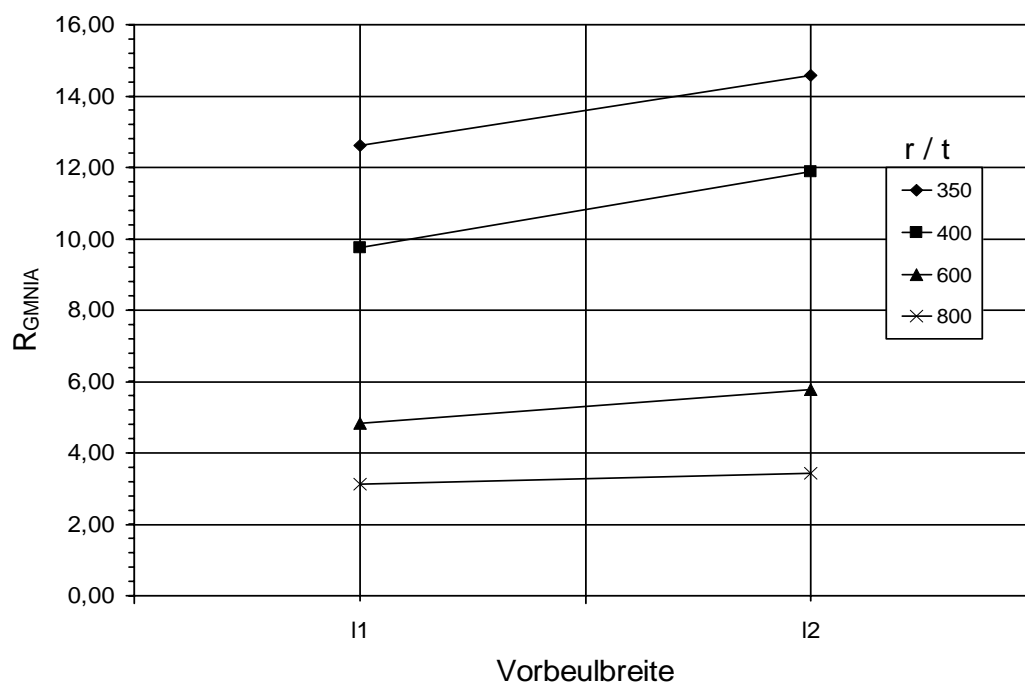
**Bild I.18** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit der bezogenen Imperfektionsamplitude  $U_{n1}$  für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $r/t=400$



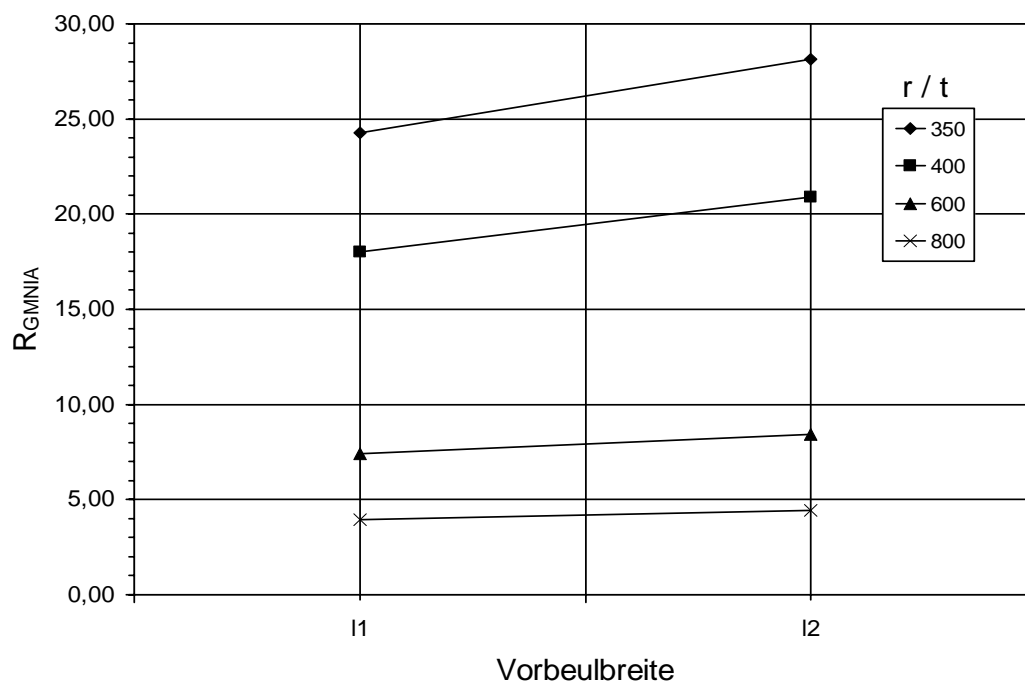
**Bild I.19** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$



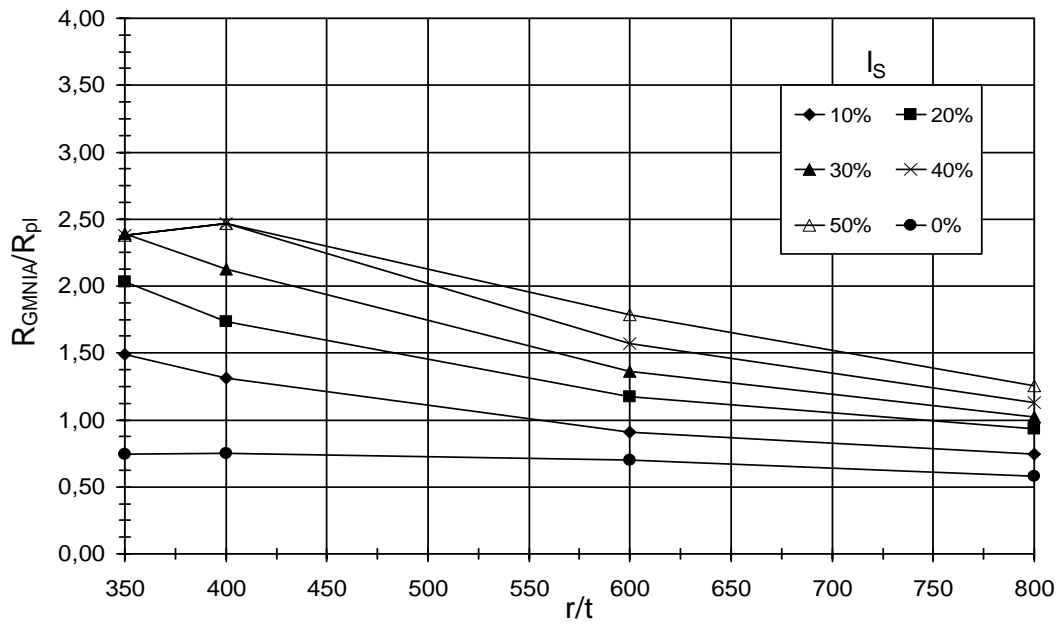
**Bild I.20** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=5^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$



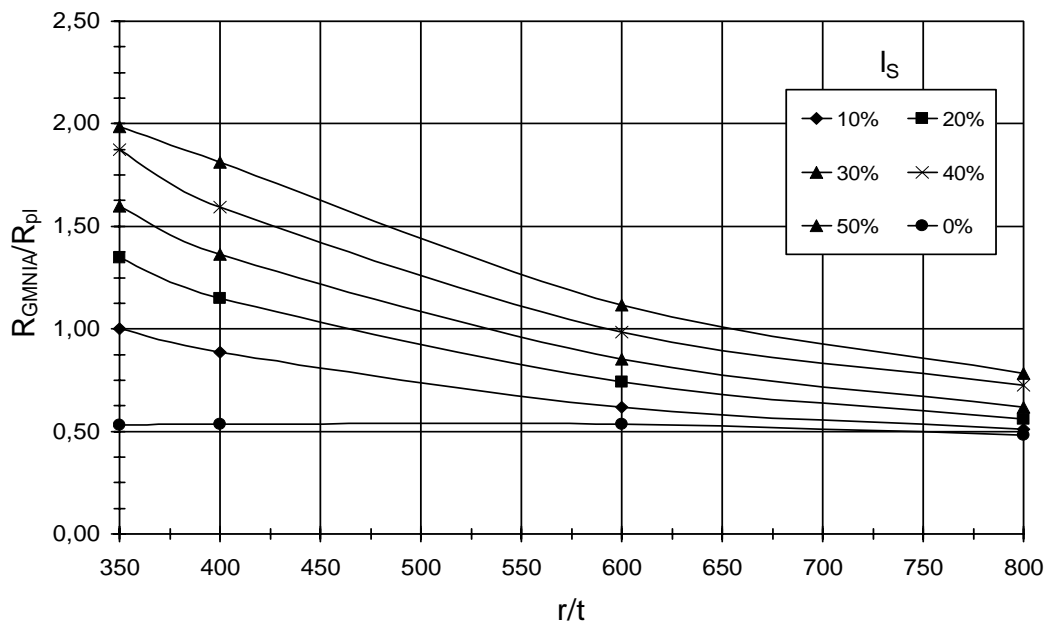
**Bild I.21** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=10\%$  der Zylinderhöhe  $l$



**Bild I.22** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit der Vorbeulbreite für die Silogeometrie:  $\alpha=20^\circ$  und  $l_s=50\%$  der Zylinderhöhe  $l$

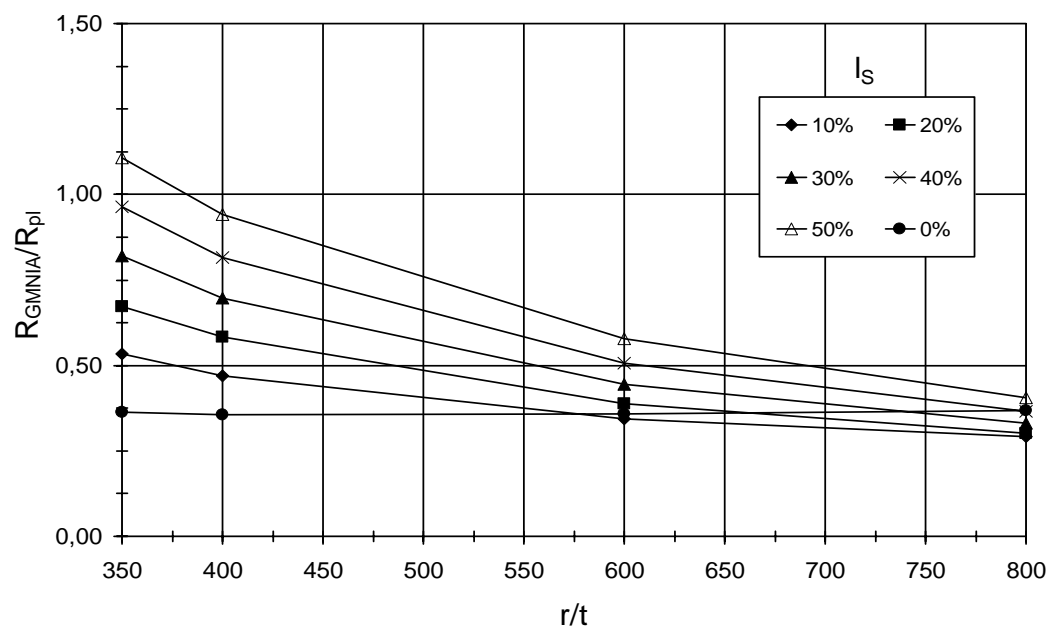


**Bild I.23** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=5^\circ$

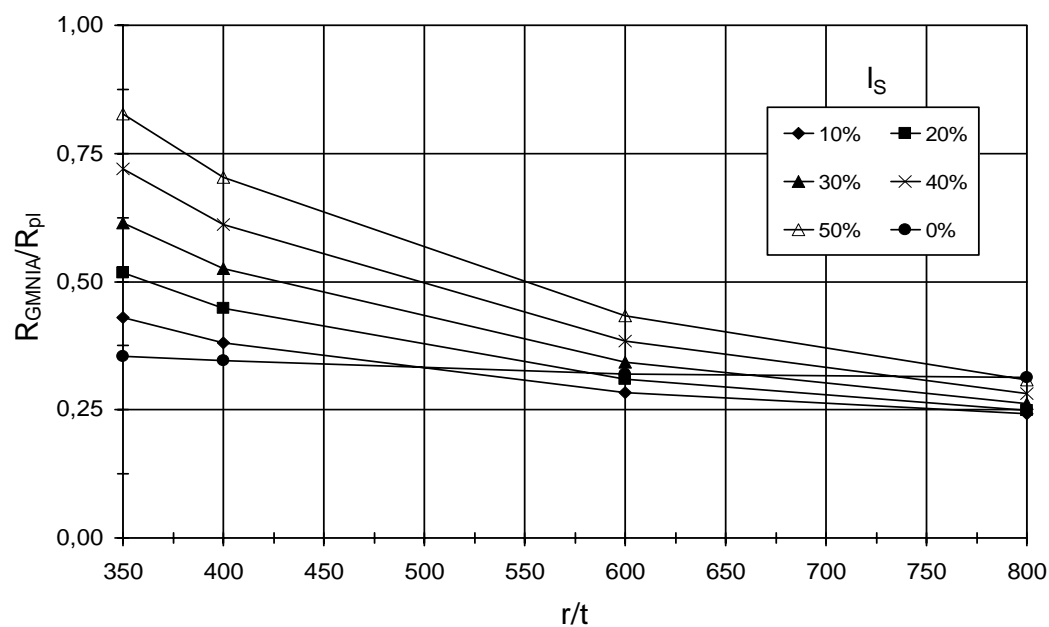


**Bild I.24** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=7,5^\circ$

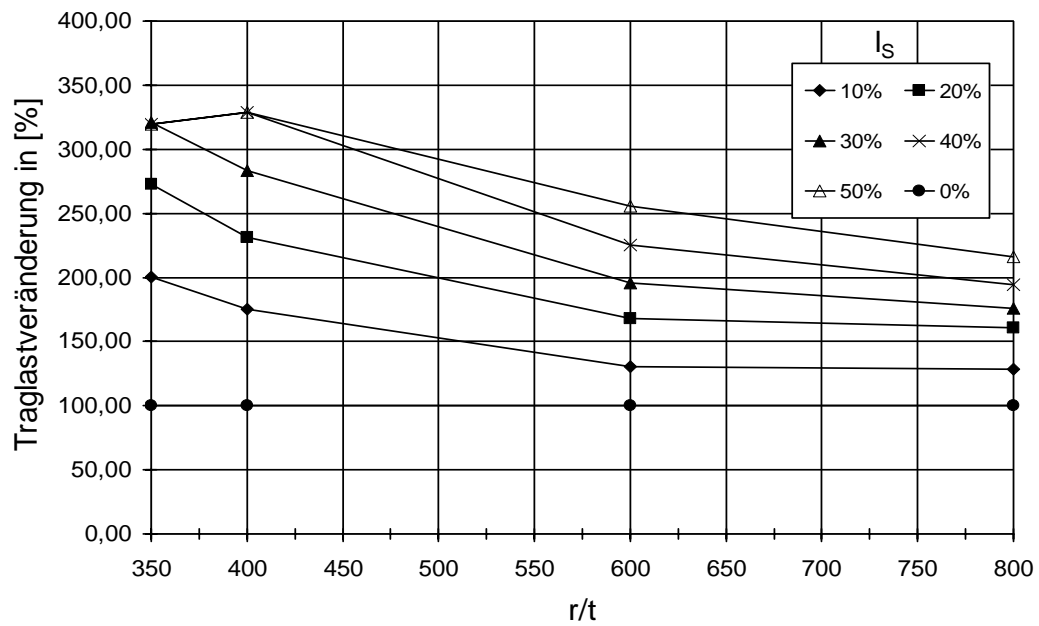




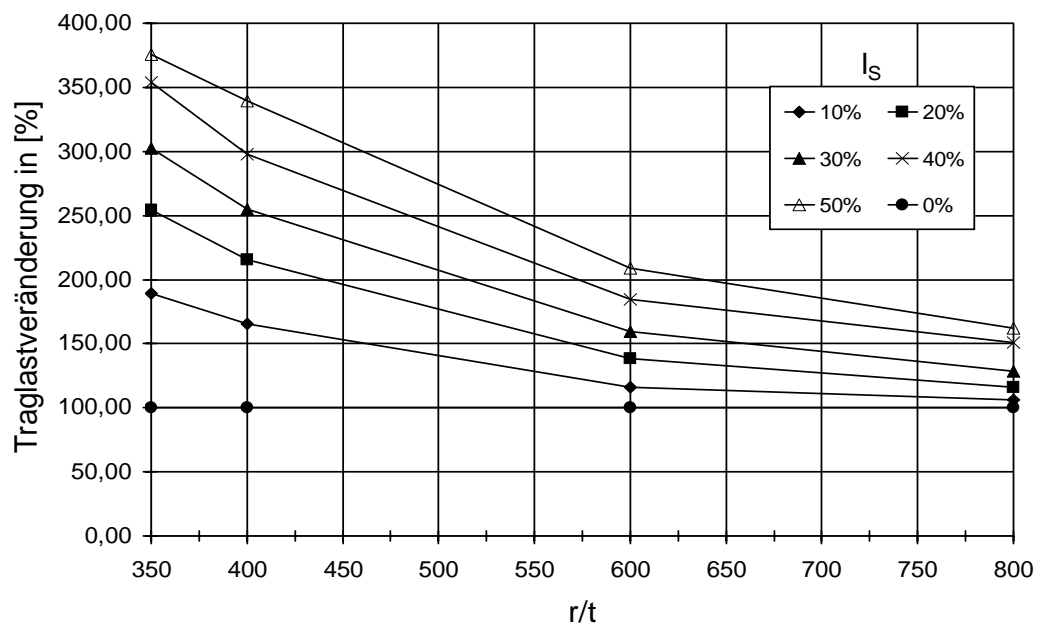
**Bild I.25** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha = 15^\circ$



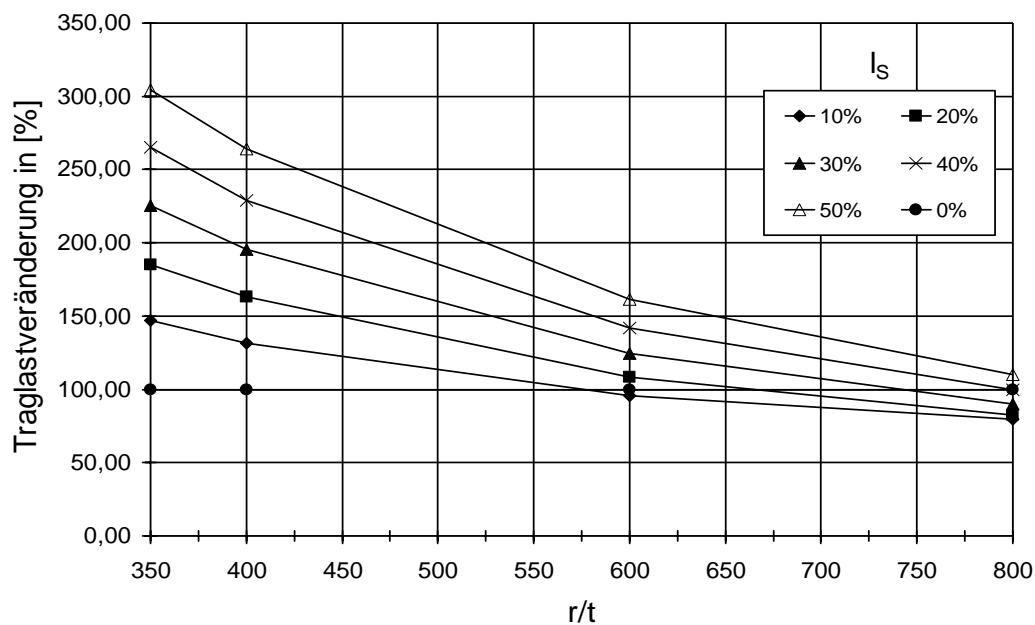
**Bild I.26** Bezogener Versagenswiderstand in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha = 20^\circ$



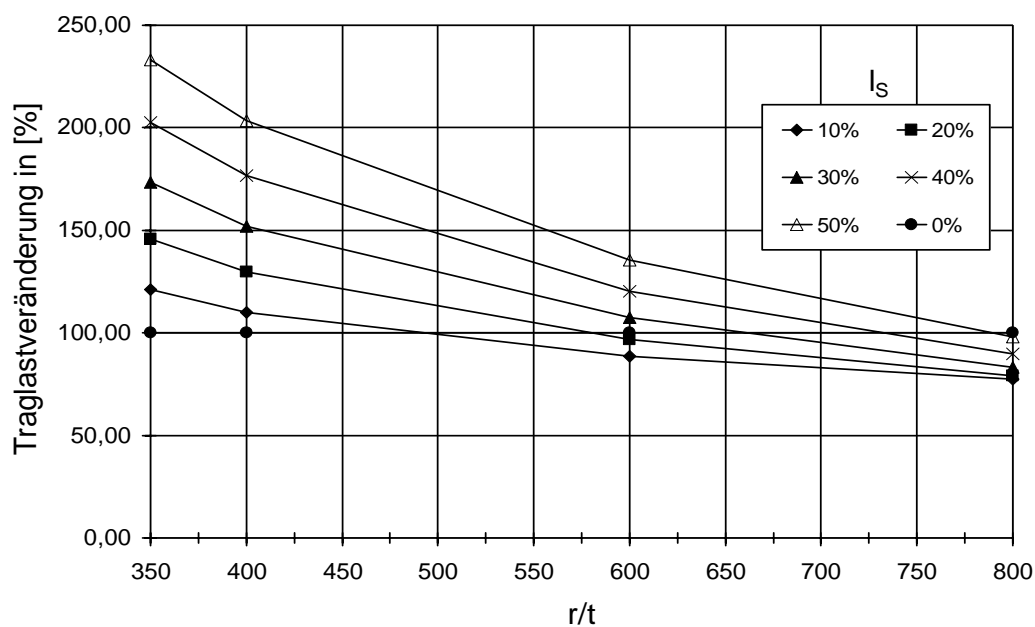
**Bild I.27** Traglaständerung in [%] zur unverteiften Schale in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=5^\circ$



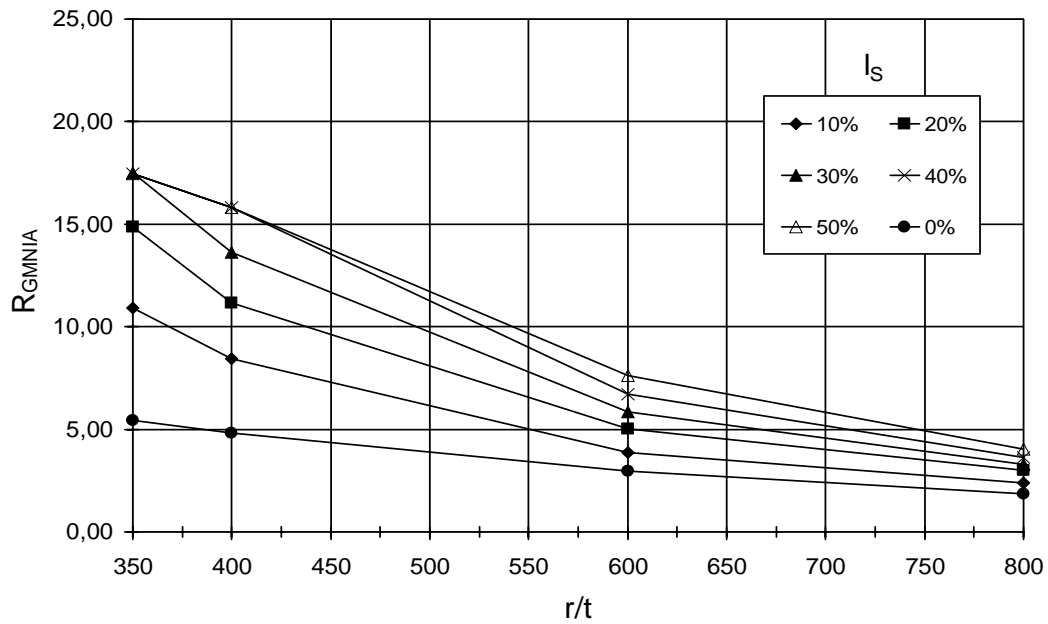
**Bild I.28** Traglaständerung in [%] zur unverteiften Schale in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha=7,5^\circ$



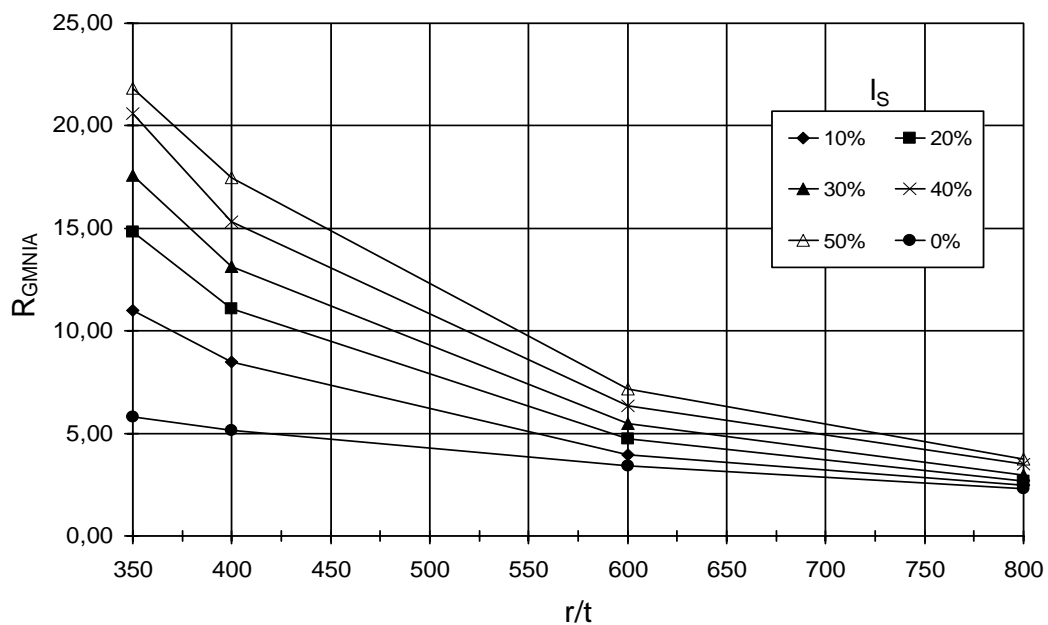
**Bild I.29** Traglaständerung in [%] zur unverteiften Schale in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha = 15^\circ$



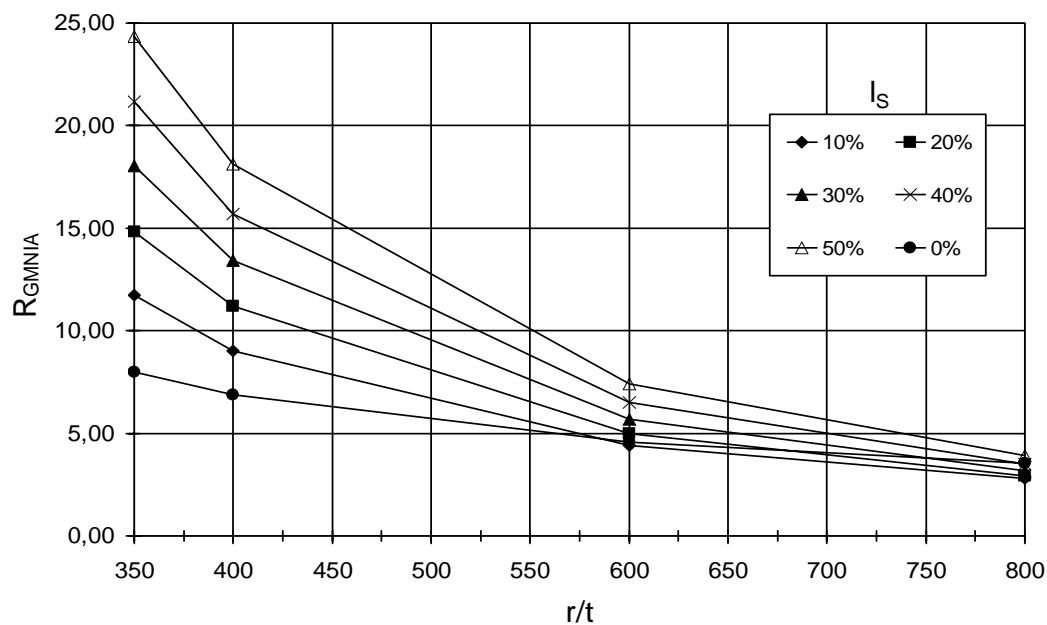
**Bild I.30** Traglaständerung in [%] zur unverteiften Schale in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha = 20^\circ$



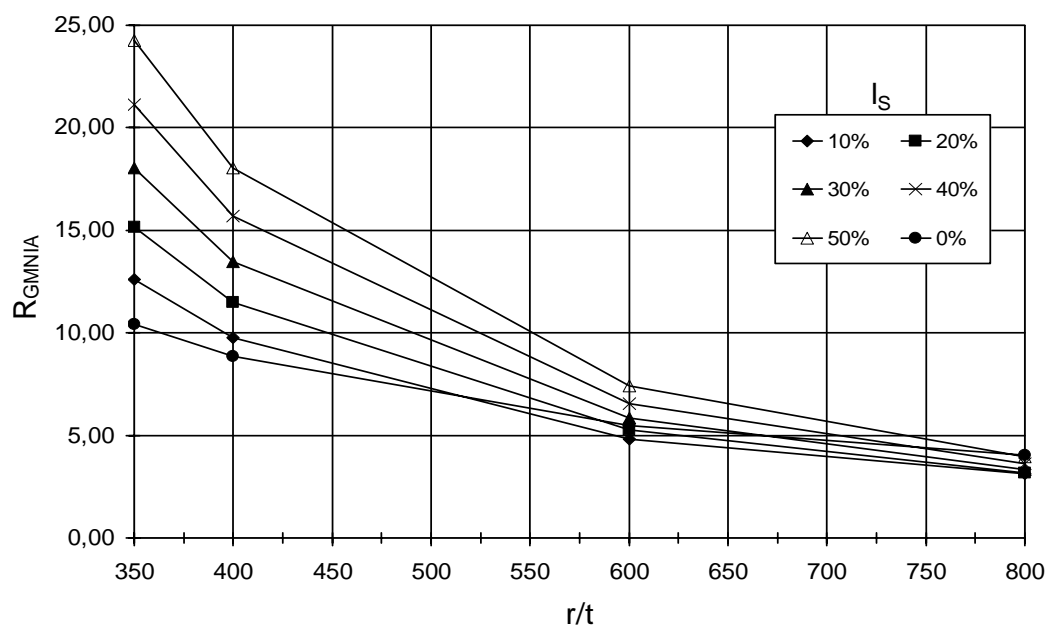
**Bild I.31** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha = 5^\circ$



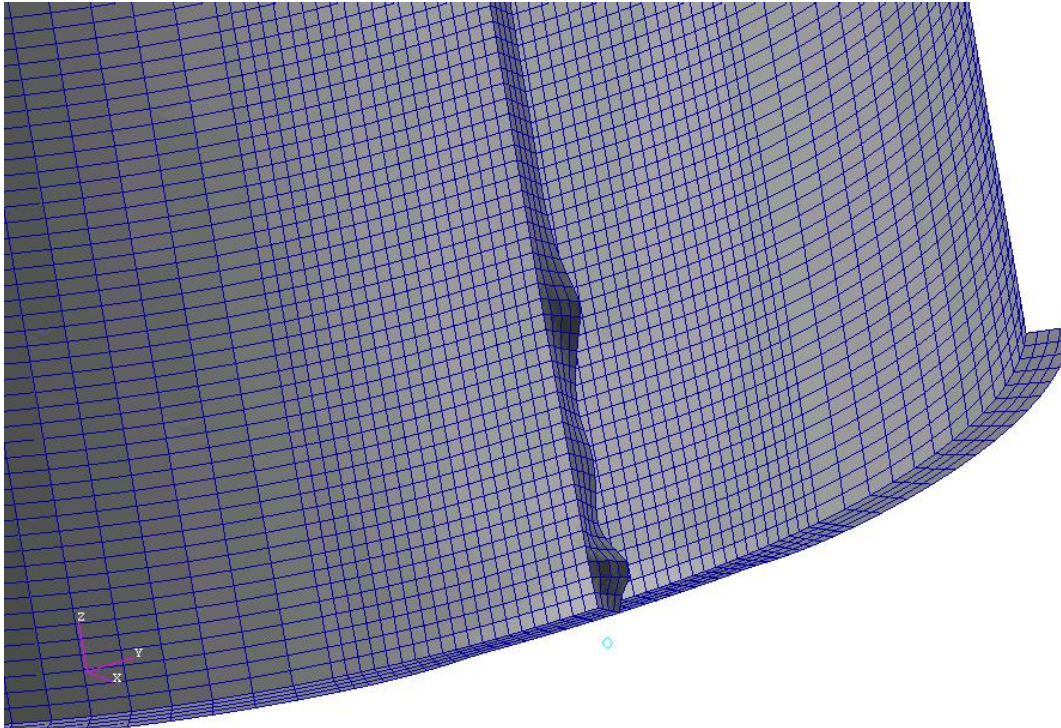
**Bild I.32** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha = 7,5^\circ$



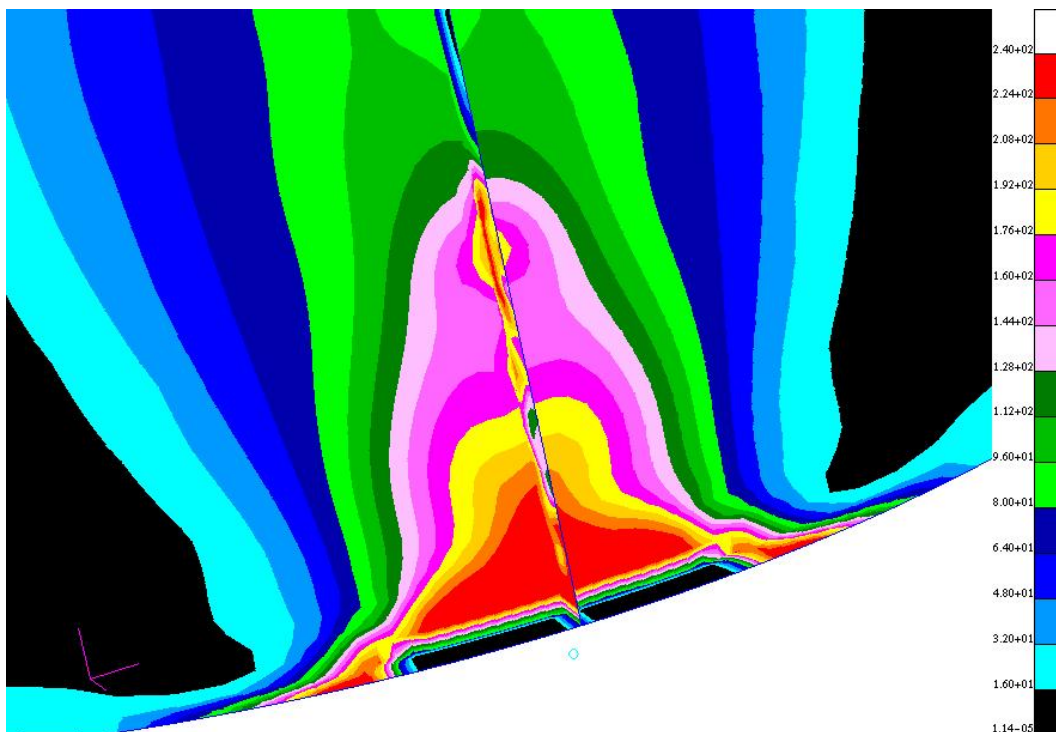
**Bild I.33** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha = 15^\circ$



**Bild I.34** Nichtlinear berechneter Versagenswiderstand [kN] in Abhängigkeit des  $r/t$ -Verhältnisses für den Auflager-Öffnungswinkel  $\alpha = 20^\circ$

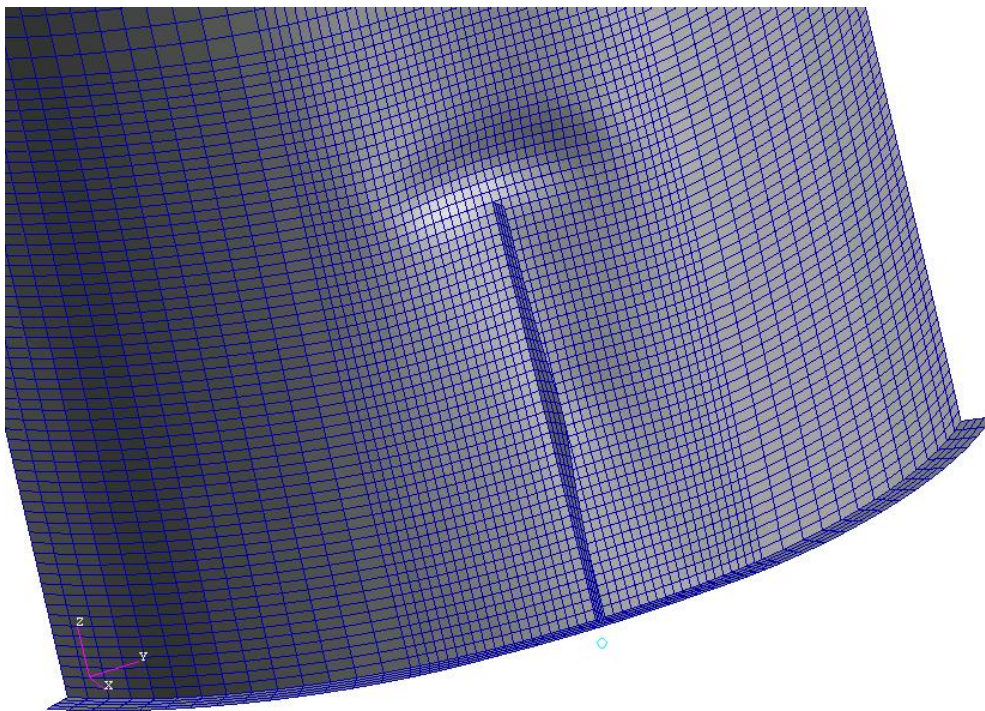


**Bild I.35** Nichtlinear berechneter Versagenszustand der Zylinderschale – Plastizierung des Stützbereiches (Verformungen 3-fach überhöht)

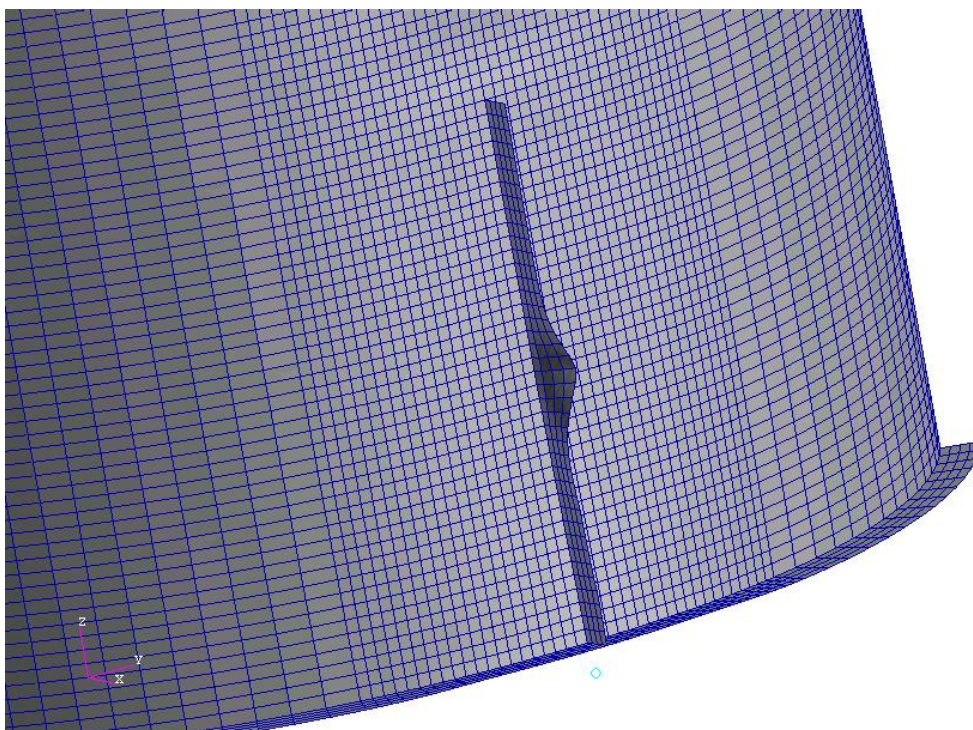


**Bild I.36** Nichtlinear berechneter Versagenszustand der Zylinderschale – Plastizierung des Stützbereiches (Von-Mises-Spannungsverteilung [N/mm<sup>2</sup>])





**Bild I.37** Nichtlinear berechneter Versagenszustand der Zylinderschale – Zylinderversagen  
(Verformungen 3-fach überhöht)



**Bild I.38** Nichtlinear berechneter Versagenszustand der Zylinderschale – Steifenversagen  
(Verformungen 3-fach überhöht)